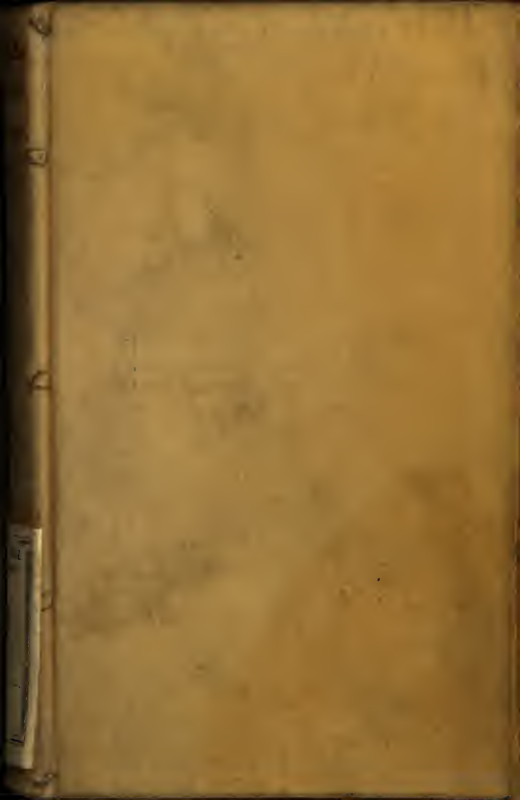






SUITE DES

# MEMOIRES

DE

# MATHEMATIQUE

ET

# DE PHYSIQUE

Tirez des Regiſtres

DE L'ACADEMIE ROYALE

DES SCIENCES,

DE L'ANNEE M. DCCVII.

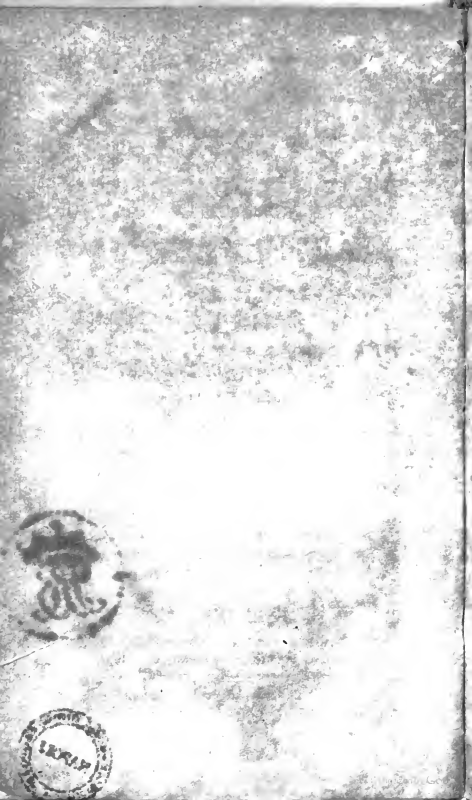


A AMSTERDAM,

Chez PIERRE DE COUP, Marchand Libraire à côté de la Maiſon de Ville.

M. DCCVIII.

*Avec Privilege de N. S. les Etats de Hollande & de Weſt-Friſe.*



# SUITE DES MEMOIRES DE MATHEMATIQUE ET DE PHYSIQUE,

*TIREZ DES REGISTRES de l'Academie Royale des Sciences.*

DE L'ANNÉE MDCCVII.

## DES MOUVEMENS

*Variez à volonté, comparez entr'eux & avec les uniformes.*

PAR M. VARIGNON.



*ANS les Memoires de 1693. j'ai donné une Regle générale des Mouvemens accélérez suivant les puissances des temps, en voici présentement pour toutes les variations possibles de vitesses reglées sur telles affections des temps qu'on voudra, avec la maniére de comparer



* 6. Juillet 1707.

tous ces mouvemens, soit accélerez, soit retardez, soit tantôt l'un & tantôt l'autre, entr'eux & avec les uniformes.

## DEFINITION I.

Par le mot d'*Instant* nous entendrons ici une particule de temps infiniment petite, ou (pour parler comme quelques modernes depuis M. *Descartes*) indéfiniment petite, c'est à dire, moindre que quelque grandeur assignable de temps que ce soit: C'est ce qu'en langage des Anciens l'on appelleroit *minor quâvis quantitate datâ*. C'est aussi ce qu'on entend par les *Elémens* d'un corps ou d'un espace, & par les *points* dont on dit quelquefois que ce corps ou cet espace est composé.

## DEFINITION II.

Quoique dans le mouvement il n'y ait de réel ou d'absolu que la masse ou quantité de matiére du corps mû, l'espace qu'il parcourt, la force qui le lui fait parcourir, & le temps qu'il y employe, on ne laisse pas d'ordinaire d'y concevoir encore une autre chose qu'on appelle *vitesse*. Par ce mot on entend le raport de l'espace au temps employé à le parcourir: de sorte que plus cet espace est grand par raport à ce temps, ou ce temps petit par raport à cet espace, plus dit-on qu'a été grande la vitesse avec laquelle il aura été parcouru.

### COROLLAIRE.

Suivant ce langage on voit qu'en prenant *e* pour

pour l'espace parcouru, & $t$ pour le temps employé à le parcourir, la fraction $\frac{e}{t}$ exprimera tellement la vitesse de ce mouvement, qu'elle en sera la mesure précise pendant toute sa durée, si cette vitesse y est toûjours la même; & $\frac{de}{dt}$, pendant chaque instant $dt$ de sa durée, quelle qu'en soit la vitesse, en prenant ici $d$ pour la caractéristique d'un infiniment petit.

*Il est ici à remarquer que l'espace & le temps étant des grandeurs hétérogenes, ce n'est point proprement elles qu'on compare ensemble dans le raport qu'on appelle* vitesse, *mais seulement les grandeurs homogenes qui les expriment, lesquelles sont ici, & seront toûjours dans la suite, ou deux lignes, ou deux nombres, ou deux telles autres grandeurs homogenes qu'on voudra.*

## DEFINITION III.

On appelle ici en général *Mouvement varié* ou de *vitesses variées*, celui dont les vitesses croissent ou décroissent de quelque maniére ou suivant quelque proportion que ce soit: On le dit *accéléré* ou *croissant*, tant qu'elles croissent ou augmentent; & *retardé* ou *décroissant*, tant qu'elles décroissent ou diminuent. La vitesse en sera aussi dite *accélérée* dans le premier cas, & *retardée* dans le second. La quantité dont elle augmentera à chaque instant, sera aussi appellée son *accélération* ou son *accroissement instantanée*; & la quantité dont elle diminuera à chaque instant, sera de même appellée son *retardement* ou son *décroissement instantanée*. Nous appellerons aussi

*vitesse entiere instantanée*, ou simplement *vitesse*, tout ce que le corps mû en aura à chaque instant de son mouvement : je dis *simplement vitesse*, toute vitesse étant instantanée.

## DEFINITION IV.

Un mouvement, soit toûjours accéléré, soit toûjours retardé, soit tantôt accéléré, & tantôt retardé, en un mot varié ou de vitesses variées de quelque maniére que ce soit, sera dit dans la suite *varié* ou *varier continuëment*, ou bien aussi de *vitesse continuement variée*, lorsque les accroissemens ou les décroissemens instantanées s'en feront de suite dans des instans non interrompus, & seront tous de même genre, par exemple tous finis, tous infiniment petits du premier genre, tous infiniment petits du second, &c. non-seulement les accroissemens entr'eux, & les décroissemens aussi entr'eux, mais encore les accroissemens de même genre que les décroissemens, quelques raports qu'ils ayent d'ailleurs entr'eux. Au contraire un mouvement ou des vitesses seront dites *varier discontinuement* ou *par sauts*, lorsque les accroissemens ou les décroissemens, ou les uns & les autres, n'en seront plus ainsi de même genre, ni dans des instans de suite & non interrompus.

## DEFINITION V.

De même un mouvement ou des vitesses qui croissent toûjours sans décroître, ou qui décroissent toûjours sans croître, seront dites *croitre* ou *décroître continuement* lorsque leurs accroissemens ou leurs décroissemens instantanez seront

ront tous de même genre & ſans interruption. Ces accroiſſemens ou décroiſſemens de même genre, faits ainſi de ſuite dans des inſtans non interrompus, ſuivant quelque proportion qu'ils ſe faſſent, ſeront auſſi appellez dans la ſuite *accroiſſemens* ou *décroiſſemens continus*. Au contraire lorſque les viteſſes croîtront ou décroîtront autrement, on les dira *croître* ou *décroître diſcontinuement* ou *par ſauts*; & leurs accroiſſemens ou décroiſſemens inſtantanées ſeront auſſi pour lors appellez *diſcontinus* ou *par ſauts*.

Suivant le même langage un mouvement ſera dit *continuement accéléré* ou *croître continuement*, lorſque les viteſſes en croîtront toutes continuement; & *continuement retardé* ou *décroître continuement*, lorſqu'elles decroîtront toutes continuement.

## DEFINITION VI.

Un mouvement continuement accéléré ſera dit auſſi *uniformément* ou *arithmétiquement accéléré* lorſque les accélérations ou les accroiſſemens continus des viteſſes en ſeront tous égaux entr'eux; & s'il eſt continuement retardé, on le dira auſſi *uniformément* ou *arithmetiquement retardé* lorſque les retardemens ou décroiſſemens continus de viteſſes en ſeront pareillement tous égaux entr'eux.

## DEFINITION VII.

On appelle d'ordinaire *Mouvement uniforme* celui dont la viteſſe eſt toûjours la même. Mais parceque les parties d'un même corps peuvent

avoir des vitesses uniformes toutes differentes, comme lorsqu'il se meut en roulant, ou même seulement en glissant en ligne courbe, on prend d'ordinaire pour sa vitesse celle de son centre de gravité, laquelle est la même que celle de chacune de ses parties lorsqu'il se meut seulement en glissant & en ligne droite, & ainsi du chemin qu'il parcourt. C'est aussi de cette façon que nous prendrons tout cela dans la suite.

## PROPOSITION GÉNÉRALE.

*La somme des vitesses entiéres instantanées d'un corps mû avec quelque variation continue de vitesses que ce soit, est toûjours proportionnelle à la longueur du chemin qu'elles lui font parcourir l'une après l'autre par instans.*

### DEMONSTRATION.

Soit $e$ cet espace parcouru pendant le temps $t$, & $de$ le parcouru pendant chaque instant $dt$, avec une vitesse instantanée appellée $u$. Le Corol. de la Déf. 2. donnera $u = \frac{de}{dt}$ ou $u\,dt = de$. Donc $\int u\,dt = e$. *Ce qu'il falloit démontrer.*

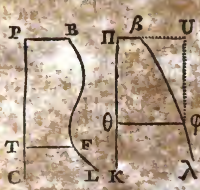
### COROLLAIRE I.

Suivant cela si l'on appelle $u$, $v$, les vitesses entiéres instantanées de deux corps quelconques $C$, $K$, mûs de mouvemens continuement variez aussi quelconques pendant les temps $t$, $\theta$; & $e$, $\varepsilon$, les espaces ou longueurs qu'ils parcourent pendant ces temps: l'on aura toûjours ici $\int u\,dt . \int v\,d\theta :: e . \varepsilon$.

C o-

## COROLLAIRE II.

Cela étant, si l'on suppose deux Courbes $BFL$, $\beta\varphi\lambda$, dont les ordonnées $TF$, $\theta\varphi$, expriment ce que les corps $C, K$, ont de vitesse actuelle $(u, v)$ à la fin des temps $(t, \theta)$ exprimez de même par les abscisses $PT$, $\Pi\theta$, des axes $PC$, $\Pi K$, de ces Courbes ; & ainsi des autres coordonnées correspondantes de ces mêmes Courbes ; le Corollaire 1. donnera les espaces $PBFT$ $(\int udt)$, $\Pi\beta\varphi\theta$ $(\int vd\theta)$, comme les longueurs $e$, $\varepsilon$, parcourues par les corps $C, K$, pendant les tems $PT$ $(t)$, $\Pi\theta$ $(\theta)$ : c'est-à-dire en général, $PBFT$. $\Pi\beta\varphi\theta :: e.\varepsilon$.




## COROLLAIRE III.

Il suit encore de ces deux Corollaires que si la vitesse $v$ du corps $K$ est constante & toûjours la même, comme lorsqu'il se meut d'un mouvement uniforme quelconque, ayant alors $\int vd\theta = v\theta$, & l'espace $\Pi\beta\varphi\theta$ changé en parallelogramme $\Pi U\varphi\theta$ ; si l'on suppose encore le corps $C$ mû d'une vitesse $u$ continument variée quelconque, il suit (dis-je) de ces deux Corollaires que l'on aura toûjours ici $\int udt. v\theta :: e.\varepsilon$. Et $PBFT$. $\Pi U\varphi\theta :: e.\varepsilon$.

*Voici presentement quelques exemples de ces trois Corollaires : nous allons commencer par les deux*

*premiers, jusqu'aux Regles* 10. & 11. *qui se déduiront de même du dernier.*

## EXEMPLE I.

*Trouver le raport des espaces* e, $\varepsilon$, *parcourus par deux corps* C, K, *pendant les temps* t, $\theta$, *avec des vitesses* u, $v$, *variées de la maniére que les expriment les deux équations* $u = \frac{a^n \sqrt{tt+2at}}{\overline{a+t}^{\,n}}$, $v = \frac{\theta^v \sqrt{\theta\theta+aa}}{a^v}$, *dont les quantitez* a, n, $v$, *sont constantes, & le reste variable.*

SOLUT. Suivant ces deux équations l'on aura $\int u\,dt = \int \frac{a^n dt \sqrt{tt+2at}}{\overline{a+t}^{\,n}}$, & $\int v\,d\theta = \int \frac{\theta^v d\theta \sqrt{\theta\theta+aa}}{a^v}$. Donc (*Corol.* 1.) $\int \frac{a^n dt \sqrt{tt+2at}}{\overline{a+t}^{\,n}} . \int \frac{\theta^v d\theta \sqrt{\theta\theta+aa}}{a^v} :: e . \varepsilon$.

Pour trouver presentement les deux intégrales qui font les deux premiers termes de cette Analogie, soit $a+t=x$, ou $t=x-a$: l'on aura $\frac{a^n dt \sqrt{tt+2at}}{\overline{a+t}^{\,n}} = \frac{a^n dx \sqrt{xx-aa}}{x^n}$. Soit de plus $xx = \frac{a^3}{a-z}$, ou $x = a^{\frac{3}{2}} \times \overline{a-z}^{\frac{1}{2}}$: l'on aura $dx = \frac{1}{2} a^{\frac{3}{2}} \times \overline{a-z}^{\frac{3}{2}} \times dz$, & $x^n =$

$x^n = a^{\frac{3n}{2}} \times \overline{a-z}^{-\frac{n}{2}}$. Donc $\frac{a^n dx \sqrt{xx-aa}}{x^n}$

$$= \frac{\frac{1}{2} a^{\frac{3}{2}+n} \times \overline{a-z}^{-\frac{3}{2}} \times dz \sqrt{\frac{a^3}{a-z} - aa}}{a^{\frac{3n}{2}} \times \overline{a-z}^{-\frac{n}{2}}} =$$

$$= \frac{\frac{1}{2} a^{\frac{3-n}{2}} \times \overline{a-z}^{\frac{n-3}{2}} \times dz \sqrt{a^3 - a^3 + aaz}}{\overline{a-z}^{\frac{1}{2}}} =$$

$= \frac{1}{2} a^{\frac{5-n}{2}} \times \overline{a-z}^{\frac{n-4}{2}} \times dz \sqrt{z}$ intégrable tant que $n$ fera un nombre entier & pofitif pair plus grand que 2.

Soit auffi $\theta\theta + aa = yy$, ou $\theta = \overline{yy-aa}^{\frac{1}{2}}$; l'on aura $d\theta = ydy \times \overline{yy-aa}^{-\frac{1}{2}}$, & $\theta^v = \overline{yy-aa}^{\frac{v}{2}}$.

Donc $\frac{\theta^v d\theta \sqrt{\theta\theta+aa}}{a^v} = \frac{yydy \times \overline{yy-aa}^{\frac{v-1}{2}}}{a^v}$ intégrable auffi tant que $v$ fera un nombre entier & pofitif impair quelconque.

Donc fuivant l'Analogie trouvée d'abord, l'on aura ici en général $\int \frac{a^{\frac{5-n}{2}} \times \overline{a-z}^{\frac{n-4}{2}} \times dz \sqrt{z}}{2}$. $\int \frac{yydy \times \overline{yy-aa}^{\frac{v-1}{2}}}{a^v}$ : : *e. e.* dont les deux premiers termes font (ainfi qu'on le vient de dire) intégrables tant que $n$ eft un nombre en-

tier & poſitif pair plus grand que 2, & $v$ un nombre entier & poſitif impair quelconque. Donc auſſi,

1°. Si l'on ſuppoſe $n = 4$, & $v = 1$ : cette ſuppoſition donnant $\int \frac{a^{\frac{5-n}{2}} \times \overline{a-z}^{\frac{n-4}{2}} \times dz \sqrt{z}}{2} = \int \frac{a^{\frac{1}{2}} \times \overline{a-z}^{0} \times z^{\frac{1}{2}} dz}{2} = \int \frac{a^{\frac{1}{2}} z^{\frac{1}{2}} dz}{2} = \frac{1}{3} a^{\frac{1}{2}} z^{\frac{3}{2}}$ $\frac{1}{3} z \sqrt{az}$ ( à cauſe qu'on a ſuppoſé ci-deſſus $xx = \frac{a^3}{a-z}$, ou $z = \frac{axx - a^3}{xx}$ ) $= \frac{axx - a^3}{3xx} \sqrt{\frac{aaxx - a^4}{xx}} = \frac{aaxx - a^4}{3x^3} \sqrt{xx - aa} =$ (à cauſe qu'on a auſſi ſuppoſé ci-deſſus $a + t = x$, ou $tt + 2at = xx - aa$) $= \frac{aatt + 2a^3 t}{3 \times \overline{a+t}^3} \sqrt{tt + 2at}$ ; &

$$\int \frac{yydy \times \overline{yy - aa}^{\frac{v-1}{2}}}{a^v} = \int \frac{yydy \times \overline{yy - aa}^0}{a} = \int \frac{yydy}{a} = \frac{y^3 - a^3}{3a}$$

( à cauſe qu'on a ſuppoſé ci-deſſus $\theta\theta + aa = yy$) $= \frac{\theta\theta + aa}{3a} \sqrt{\theta\theta + aa} - \frac{1}{3} aa$ : l'on aura ici $\frac{aatt + 2a^3 t}{\overline{a+t}^3} \sqrt{tt + 2at} . \frac{\theta\theta + aa}{a} \sqrt{\theta\theta + aa} - aa :: e . \varepsilon$. c'eſt à dire, les eſpaces $e$, $\varepsilon$, parcourus par les corps $C$, $K$, pendant les temps $t$, $\theta$, en raiſon des deux premiers termes de cette Analogie.

2°. Si $n = 6$, & $v = 3$, cette hypothêſe donnant

nant $\int \frac{a^{\frac{5-n}{2}} \times \overline{a-z}^{\frac{n-4}{2}} \times dz\sqrt{z}}{2} = \int \frac{a^{-\frac{1}{2}} \times \overline{a-z} \times dz\sqrt{z}}{2}$ $= \int \frac{az^{\frac{1}{2}}dz - z^{\frac{3}{2}}dz}{2a^{\frac{1}{2}}} = \frac{\frac{2}{3}az^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{5}z^{\frac{5}{2}}}{2a^{\frac{1}{2}}} = \frac{5az-3zz}{15}\sqrt{\frac{z}{a}}$ (à cauſe de $xx = \frac{a^3}{a-z}$, ou de $z = \frac{axx-a^3}{xx}$) $= \frac{5aaxx-5a^4}{15xx} - \frac{3}{15} \times \frac{\overline{axx-a^3}^2}{x^4} \times \sqrt{\frac{xx-aa}{xx}}) =$ $= \frac{2aax^4+a^4xx-3a^6}{15x^5}\sqrt{xx-aa}$ (à cauſe de $a+t=x$, ou de $tt+2at=xx-aa$) $=$ $\frac{2aa\times\overline{a+t}^4 + a^4\times\overline{a+t}^2 - 3a^6}{15\times\overline{a+t}^5}\sqrt{tt+2at} =$ $= \frac{0a^5t+13a^4tt+8a^3t^3+2aat^4}{15\times\overline{a+t}^5}\sqrt{tt+2at}$; & $\int \frac{yydy\times\overline{yy-aa}^{\frac{v-1}{2}}}{a^v} = \int \frac{yydy\times\overline{yy-aa}}{a^3} = \int \frac{y^4dy-aayydy}{a^3}$ $= \frac{\frac{1}{5}y^5-\frac{1}{3}aay^3}{a^3} + \frac{2}{15}aa = \frac{3y^5-5aay^3+2a^5}{15a^3}$ (à cauſe de $\theta\theta+aa=yy$) $= \frac{3\times\overline{\theta\theta+aa}^2 - 5aa\times\overline{\theta\theta+aa}}{15a^3}$ $\sqrt{\theta\theta+aa} + \frac{2}{15}aa = \frac{3\theta^4+aa\theta\theta-2a^4}{15a^3}\sqrt{\theta\theta+aa}$ $+ \frac{2}{15}aa$ : l'on aura pareillement ici $=$ $\frac{10a^5t+13a^4tt+8a^3t^3+2aat^4}{\overline{a+t}^5}\sqrt{tt+2at}.\ \frac{3\theta^4+aa\theta\theta-2a^4}{a^3}$ $\sqrt{\theta\theta+aa}+2aa$ : : $e$. $\varepsilon$. c'eſt à dire que les eſpaces

$e$, $\varepsilon$, parcourus encore par les corps $C$, $K$, pendant les temps $t$, $\theta$, feront preſentement ici en raiſon des deux premiers termes de cette Analogie.

*On pourroit de même trouver les raports de ces longueurs parcouruës dans pluſieurs autres cas des équations propoſées; mais ces deux ſuffiſent pour faire voir la maniére de les trouver tous à l'infini en ſuivant le chemin qu'on vient de tenir pour ces deux-ci.*

## REMARQUE.

1°. Soit l'hyperbole équilatére $PHMN$, dont le demi-axe tranſverſe ſoit $\Pi P = a$, les abſciſſes $PT = t$, & les appliquées $MT$: l'on aura $MT = \sqrt{tt+2at}$ pour ſon équation; & en faiſant $\overline{\Pi T}^{n}$ $(\overline{a+t}^{n})$. $\overline{\Pi P}^{n}$ $(a^n)$ :: $MT$ $(\sqrt{tt+2at})$. $TF = \frac{a^n\sqrt{tt+2at}}{\overline{a+t}^{n}}$. Si l'on donne le nom de $u$ à $TF$, cette Analogie donnera la premiere $u = \frac{a^n\sqrt{tt+2at}}{\overline{a+t}^{n}}$ des deux équations propoſées. D'où l'on voit que la Courbe $PFL$ qui paſſera par tous les points $F$ ainſi trouvez, ſera celle de cette équation ; & conſé-

séquemment aussi que l'espace $PFT$ sera $= \int \frac{a^n dt \sqrt{tt+2at}}{\overline{a+t}^n}$.

2°. Si l'on suppose la même hyperbole équilatére $PHMN$, dont l'axe conjugué $\Pi K$ ait ses abscisses $\Pi\theta = \theta$, & $\theta H$ pour ses appliquées extérieures paralleles à $\Pi T$; l'on aura aussi $\theta H = \sqrt{\theta\theta + aa}$ pour son équation : & en faisant $\overline{\Pi P}^v (a^v)$. $\overline{\Pi\theta}^v (\theta^v)$ :: $\theta H$ $(\sqrt{\theta\theta + aa})$. $\theta\phi = \frac{\theta^v \sqrt{\theta\theta + aa}}{a^v}$ Si l'on donne le nom de $v$ à $\theta\phi$, cette Analogie donnera la seconde $v = \frac{\theta^v \sqrt{\theta\theta + aa}}{a^v}$ des équations proposées. D'où l'on voit que la Courbe $\Pi\phi$ qui passera par tous les points $\phi$ ainsi trouvez, sera celle de cette équation; & conséquemment aussi que l'espace $\Pi\phi\theta$ sera $= \int \frac{\theta^v d\theta \sqrt{\theta\theta + aa}}{a^v}$.

Donc suivant l'Analogie génerale $\int \frac{a^n dt \sqrt{tt+2at}}{\overline{a+t}^n} . \int \frac{\theta^v d\theta \sqrt{\theta\theta + aa}}{a^v} :: e. \varepsilon.$ de la Solution de l'Exemple précédent ; l'on aura pareillement en général $PFT . \Pi\phi\theta :: e. \varepsilon.$ conformément au Corol. 2. de la Proposition. Et suivant cette même Solution les aires $PFT$, $\Pi\phi\theta$, seront quarrables tant que $n$ sera un nombre entier positif pair plus grand que 2, & $v$ un nom-

nombre entier positif impair quelconque.

Il est encore à remarquer que l'hyperbole *PHMN*, qui a donné naissance aux deux Courbes précédentes *PFL*, $\pi\phi$, leur en doit donner d'opposées qui leur soient semblables, comme elle a la sienne, & autant de branches qu'elle en a: c'est une chose trop aisée à déduire de leurs équations pour s'arrêter ici à le faire voir.

### EXEMPLE II.

*Soient presentement les vitesses* u, $v$, *des corps* C, K, *à la fin des temps* t, $\theta$, *variées de la maniére que les expriment les deux équations* u $=$

$$= \frac{t^{n-1}}{t^{2n} + a^{2n}}, \quad v = \frac{\theta^{v-1}}{\theta^{2v} - a^{2v}},$$ *dont les grandeurs* a, n, $v$, *sont encore constantes, & le reste variable: On demande les espaces ou longueurs* e, $\varepsilon$, *parcouruës pendant ces temps avec des vitesses ainsi variées.*

SOLUT. Suivant ces deux équations l'on aura ici $\int u\,dt = \int \frac{t^{n-1}\,dt}{t^{2n} + a^{2n}}$, & $\int v\,d\theta = \int \frac{\theta^{v-1}\,d\theta}{\theta^{2v} - a^{2v}}$.

Donc (*Coroll.* 1.) $\int \frac{t^{n-1}dt}{t^{2n} + a^{2n}} \cdot \int \frac{t^{v-1}d\theta}{\theta^{2a} - a^{2v}} :: e.\varepsilon.$

Pour trouver presentement les deux intégrales qui sont les deux premiers termes de cette Analogie,

1°. Soit $t^{2n} = a^{2n-2} xx$; & par conséquent $t = a^{\frac{n-1}{n}} x^{\frac{1}{n}}$: ce qui donne $dt = \frac{1}{n} a^{\frac{n-1}{n}} x^{\frac{1-n}{n}} dx$,

&

& $t^{n-1} = a^{\frac{\overline{n-1}^{2}}{n}} x^{\frac{n-1}{n}}$. Donc $\frac{t^{n-1}dt}{t^{2n}+a^{2n}} =$

$$= \frac{\frac{1}{n} a^{\frac{\overline{n-1}^{2} + n-1}{n}} dx}{a^{2n-2}xx + a^{2n}} = \frac{\frac{1}{n} a^{\frac{nn-2n+1+n-1}{n}} dx}{a^{2n-2}xx + a^{2n}} =$$

$= \frac{\frac{1}{n} a^{n-1} dx}{a^{2n-2}xx + a^{2n}}$ (en multipliant le haut & le bas de cette fraction par $a^{2-2n}$) $= \frac{a^{1-n}}{n} \times \frac{dx}{xx+aa}$, dont l'intégrale dépend de la quadrature du cercle.

Pour le voir ſoit $x = a\sqrt{\frac{2a}{y} - 1} = a\sqrt{\overline{2ay^{-1} - 1}}$; & par conſéquent $dx = \frac{aay^{-2}dy}{\sqrt{\overline{2ay^{-1}-1}}}$ poſitif à cauſe que $x$ & $y$ croiſſent alternativement, & $xx + aa = \frac{2a^3}{y} - aa + aa = \frac{2a^3}{y}$. Donc $\frac{dx}{xx+aa} = \frac{aay^{-2}dy}{\frac{2a^3}{y}\sqrt{\overline{2ay^{-1}-1}}} =$

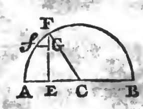
$$\frac{dy}{2ay\sqrt{\overline{2ay^{-1}-1}}} = \frac{dy}{2a\sqrt{2ay-yy}} = \frac{1}{2aa} \times \frac{ady}{\sqrt{2ay-yy}}.$$

Donc auſſi $\int \frac{\frac{1}{n} a^{1-n} dx}{xx+aa} \left( \int \frac{t^{n-1}dt}{t^{2n}+a^{2n}} \right) = \int \frac{\frac{1}{n} a^{1-n}}{2aa}$

x

$\times \frac{ady}{\sqrt{2ay-yy}} = \frac{2}{2na^n+1} \times \int \frac{ady}{\sqrt{2ay-yy}}.$

Mais si l'on fait le demi-cercle $AFB$, dont le centre soit $C$; $Ff$, un de ses élémens; son diametre $AB = 2a$; ses abscisses $AE = y$, ausquelles $fG$ soit parallele, & rencontre l'ordonnée $FE$ en $G$: ce demi-cercle donnant $EF$




$(\sqrt{2ay-yy})$. $FC\ (a)::Gf(dy)$. $Ff = \frac{ady}{\sqrt{2ay-yy}}$, l'on aura l'arc $BF = \int \frac{ady}{\sqrt{2ay-yy}}$.

Donc enfin $\int \frac{t^{n-1}dt}{t^{2n}+a^{2n}}\ (\int udt) = \frac{BF}{2na^n+1}$, en prenant $AE\ (y) = \frac{2a^3}{xx+aa} = \frac{2a^{2n}+1}{t^{2n}+a^{2n}}$, suivant les suppositions précédentes de $x = a\sqrt{\frac{2a}{y}-1}$, & de $t^{2n} = a^{2n-2} \times xx$.

2°. Si l'on suppose presentement $\theta^{2v} = a^{2v-2} \times ss$, comme l'on a fait $t^{2n} = a^{2n-2} \times xx$ dans le nomb. 1. on trouvera ici $\frac{\theta^{v-1}d\theta}{\theta^{2v}-a^{2v}} = \frac{a^{1-v}}{v} \times \frac{ds}{ss-aa}$, comme l'on a trouvé là $\frac{t^{n-1}dt}{t^{2n}+a^{2n}} = \frac{a^{1-n}}{n} \times \frac{dx}{xx+aa}$. Et si l'on prend ensuite ici

$s = a$

$s = a\sqrt{2az^{-1}+1}$, comme l'on a fait là $x = a\sqrt{2ay^{-1}-1}$; on trouvera ici $\frac{ds}{ss-aa} = \frac{dz}{2a\sqrt{2az+zz}} = \frac{adz}{2aa\sqrt{2az+zz}}$, comme l'on a trouvé là $\frac{dx}{xx+aa} = \frac{dy}{2a\sqrt{2ay-yy}} = \frac{ady}{2aa\sqrt{2ay-yy}}$. Donc aussi $\int \frac{a^{1-v}}{v} \times \frac{ds}{ss-aa} \left(\int \frac{\theta v^{-1} d\theta}{\theta^{2v} - a^{2v}}\right) = \int \frac{a^{1-a}}{2vaa} \times \frac{adz}{\sqrt{2az+zz}} = \frac{1}{va^{v+2}} \times \int_2 \frac{aadz}{\sqrt{2az+zz}}$.

Mais si l'on fait l'hyperbole équilatére $AHG$, dont le centre soit $C$; $Hh$, un de ses élémens; son demi-axe transverse $AC = a$; & ses abscisses $AE = z$: cette hyperbole donnant ses appliquées $HE = \sqrt{2az+zz}$, l'on aura le triangle rectangle $CEH = \frac{a+z}{2}\sqrt{2az+zz}$, & sa différence $HCh + HheE = \frac{1}{2}dz\sqrt{2az+zz} + \frac{a+z}{2} \times \frac{adz \quad zdz}{\sqrt{2az \quad zz}} = \frac{2azdz + zzdz + \frac{1}{2}aadz}{\sqrt{2az+zz}}$:




de sorte que si l'on en retranche le quadrilatére élémentaire $HheE = dz\sqrt{2az+zz} = \frac{2azdz+zzdz}{\sqrt{2az+zz}}$, il restera le triligne élémentaire

re $HCb = \frac{aadz}{2\sqrt{az + zz}}$. Donc le triligne intégral $HAC = \int \frac{aadz}{2\sqrt{2az + zz}}$; & par conſéquent $\frac{1}{va^{v} + 2} \times \int \frac{aadz}{2\sqrt{2az + zz}} = \frac{HAC}{va^{v} + 2}$.

Mais on vient de trouver $\int \frac{\theta^{v-1} d\theta}{\theta^{2v} - a^{2v}} = \frac{1}{va^{v} + 2} \times \int \frac{aadz}{2\sqrt{2az + zz}}$. Donc enfin $\int \frac{\theta^{v-1} d\theta}{\theta^{2v} - a^{2v}} = \frac{HAC}{va^{v} + 2}$, en prenant $AE\ (z) = \frac{2a^3}{ss - aa} = \frac{2a^{2v} + 1}{\theta^{2v} - a^{2v}}$, ſuivant les ſuppoſitions précédentes de $s = a\sqrt{\frac{2a}{z} + 1}$, & de $\theta^{2v} = a^{2v-2} \times ss$.

3°. Preſentement, puiſque (*nomb.* 1.) l'arc circulaire $BF$ donne $\frac{BF}{2na^{n} + 1} = \int \frac{t^{n-1} dt}{t^{2n} + a^{2n}} = \int udt$, & que (*nomb.* 2.) le triligne hyperbolique $HAC$ donne de même $\frac{HAC}{va^{v} + 2} = \int \frac{\theta^{v-1} d\theta}{\theta^{2v} - a^{2v}} = \int v d\theta$; l'Analogie $\int \frac{t^{n-1} dt}{t^{2n} + a^{2n}} . \int \frac{\theta^{v-1} d\theta}{\theta^{2v} - a^{2v}} :: e . \varepsilon$. que le Corol. 1. de la Prop. a donné au commencement de cette Solution-ci, ſe changera ici en $\frac{BF}{2nv^{n} + 1} . \frac{HAC}{va^{v} + 2} :: e . \varepsilon$. c'eſt à dire que les longueurs $e$, $\varepsilon$, parcourues par les corps $C$, $K$, pendant les temps $t$, $\theta$, avec les viteſſes $u$, $v$, exprimées par les deux équations ſuppo-

posées, seront toûjours entr'elles comme les deux premiers termes de cette Analogie, quelques valeurs qu'on assigne aux exposans $n$, $v$. *Ce qu'il falloit trouver.*

REMARQUE.

La maniére dont les differentielles $\frac{t^{n-1}dt}{t^{2n}+a^{2n}}$, $\frac{\theta^{v-1}d\theta}{\theta^{2v}-a^{2v}}$, viennent d'être intégrées dans les nomb. 1. & 2. de la Solution précédente, fait évidemment voir en général que l'intégrale d'une differentielle telle que $\frac{x^{n-1}dx}{x^{2n}\pm a^{2n}}$, quelque nombre que $n$ puisse signifier, dépend toûjours de la quadrature du cercle ou de l'hyperbole: du cercle, lorsque le signe douteux $\pm$ se prend pour $+$; & de l'hyperbole, lorsqu'il se prend pour $-$: c'est à dire que l'intégrale de $\frac{x^{n-1}dx}{x^{2n}+a^{2n}}$ dépend toûjours de la quadrature du cercle, & que celle de $\frac{x^{n-1}dx}{x^{2n}-a^{2n}}$ dépend de même toûjours de la quadrature de l'hyperbole, ainsi que M. *Leibniz* l'a dit dans les *Actes de Leipsik* de 1702. pag. 219.

EXEMPLE III.

*Soient les derniéres vitesses instantanées* u, $v$, *des corps* C, K, *à la fin des temps* t, $\theta$, *telles que les expriment les deux équations* $u=\sqrt{aat+b^3}$, $v=$

$v = \frac{\sqrt[3]{a^4\theta\theta + 2aa\theta b^3 + b^6}}{a}$ : *on demande les espaces ou longueurs* e, ε, *parcourues pendant ces temps avec des vitesses ainsi variées, les grandeurs* a, b, *étant constantes, & le reste variable.*

SOLUT. Suivant ces deux équations l'on aura ici $\int u\,dt = \int dt \sqrt[3]{aat + b^3}$, $\int v\,d\theta = \int \frac{d\theta}{a} \sqrt[3]{a^4\theta\theta + 2aa\theta b^3 + b^6}$; & par conséquent (*Corollaire* 1.) $e.\varepsilon :: \int dt \sqrt[3]{aat + b^3}. \int \frac{d\theta}{a} \sqrt[3]{a^4\theta\theta + 2aab^3\theta + b^6}$.

Pour avoir ces deux intégrales,

1°. Soit $x = \sqrt[3]{aat + b^3}$ : l'on aura $t = \frac{x^3 - b^3}{aa}$, & $dt = \frac{3xxdx}{aa}$; & par conséquent aussi $\int dt \sqrt[3]{aat + b^3} = \int \frac{3x^3dx}{aa} = \frac{3x^4}{4aa} - \frac{3b^4}{4aa} = \frac{3aat + 3b^3}{4aa} \sqrt[3]{aat + b^3} - \frac{3b^4}{4aa}$.

2°. Soit $y^3 = aa\theta + b^3$ : l'on aura $\theta = \frac{y^3 - b^3}{aa}$, & $d\theta = \frac{3yydy}{aa}$; & par conséquent aussi $\int \frac{d\theta}{a} \sqrt[3]{a^4\theta\theta + 2aa\theta b^3 - b^6} = \int \frac{3yydy}{a^3} \sqrt[3]{y^6} = \frac{3y^4dy}{a^3} = \frac{3y^5}{5a^3} - \frac{3b^5}{5a^3} = \frac{3aa\theta + 3b^3}{5a^3} \times \sqrt[3]{\overline{aa\theta + b^3}^2} - \frac{3b^5}{5a^3}$.

Donc on aura ici $\frac{3aat + 3b^3}{4aa} \sqrt[3]{aat + b^3} - \frac{3b^4}{4aa}$.

3 a a θ

$\frac{3aa\theta + 3b^3}{5a^3} \times \sqrt[3]{\overline{aa\theta + b^3}^2} - \frac{3b^5}{5a^3} :: e . \varepsilon$. ou $\overline{5a^3t + 5ab^3} \times \sqrt[3]{aut + b^3} - 5ab^4 . \overline{4aa\theta + 4b^3} \times \sqrt[3]{\overline{aa\theta + b^3}^2} - 4b^5 :: e . \varepsilon$. c'eſt à dire, les eſpaces $e$, $\varepsilon$, parcourus encore par les corps $C$, $K$, pendant les temps $t$, $\theta$, en raiſon des deux premiers termes de chacune de ces deux Analogies.

## REGLES GÉNÉRALES.

### *Des mouvemens de viteſſes variées ſuivant les puiſſances des temps.*

La propoſition précédente donnera comme cideſſus, le raport des eſpaces parcourus dans tel autre exemple qu'on voudra, ſur quelques affections des temps qu'on veuille regler les variations des viteſſes, cette Propoſition les comprenant toutes: de ſorte qu'il n'y aura de difficulté que dans les intégrations qui y pourroient être requiſes, leſquelles ne ſont point de ſon reſſort. Mais comme il eſt fort ordinaire de regler les variations des viteſſes ſur les puiſſances des temps, & que les intégrations y ſont faciles, je me contenterai de raporter ſeulement ici les Regles des mouvemens qui en réſultent.

*Noms généraux.*

Pour cela ſoient les corps mûs . . . $C$, $K$.

Les temps partiaux écoulez depuis le commencement des mouvemens jusqu'à tel inſtant qu'on voudra. } $t$, $\theta$.

Les eſpaces parcourus pendant ces temps. } . . . . . $e$, $\varepsilon$.

Les viteſſes à la fin de ces temps, ou de ces eſpaces. } . . . . $u$, $v$.

Les

| | |
|---|---|
| Les durées totales depuis le commencement de ces mouvemens jusqu'à leurs plus grandes ou moindres vitesses possibles. | . . $D$, $\Delta$. |
| Les longueurs parcourues pendant ces temps entiers. | . . . $L$, $\Lambda$. |
| Les premieres vitesses de ces mouvemens. | . . . . . $V$, $U$. |
| Les exposans des temps écoulez, ou de ce qu'il en reste à écouler jusqu'à la fin des totaux. | . . . . $n$, $\nu$. |

*Dans la suite lorsqu'on parlera des* Temps écoulez *on les prendra toûjours depuis le commencement des mouvemens jusqu'à tels de leurs instans qu'on voudra*; & *les* Temps à écouler *se prendront depuis ces instans jusqu'à ce que les vitesses de ces mouvemens soient devenues les plus grandes ou les moindres qu'elles puissent être: Ces* derniéres vitesses *se prendront à la fin des temps écoulez*, & *les* premieres *au commencement de ces mêmes temps.*

## REGLE I.

*Pour comparer entr'eux les mouvemens variez suivant les puissances des temps écoulez.*

$$\frac{nt}{\overline{n+1}\times e} = \frac{\nu\theta}{\overline{\nu+1}\times \epsilon}, \text{ ou } \overline{n+1}\times e\nu\theta = \overline{\nu+1}\times \epsilon n t.$$

Il est manifeste que cette Regle des mouvemens variez suivant les puissances des temps écoulez, laquelle résulte des suppositions $u = t^n$, & $v = \theta^\nu$, qui donnent $\int u dt = \frac{t^{n+1}}{n+1}$, & $\int v d\theta =$

$\theta^{\nu+1}$

$\frac{v+1}{v+1}$, fera des mouvemens accélérez fuivant les puiffances des temps écoulez, en prenant $n$ & $v$ pofitives; & qu'elle fera auffi une Regle des mouvemens retardez fuivant la raifon réciproque de ces mêmes temps, en y prenant au contraire $n$ & $v$ négatives : de forte qu'elle peut fervir non feulement à comparer entr'eux les mouvemens accélérez, en y prenant $n$ & $v$ pofitives; mais auffi à comparer entr'eux les mouvemens retardez, en y prenant $n$ & $v$ négatives, & même les accélérez avec les retardez, en y prenant un de ces expofans $n$ ou $v$ pofitif & l'autre négatif. Voici feulement un exemple des accélérez dans l'hypothêfe de *Galilée* touchant la chute des corps.

Dans cette hypothêfe les viteffes aquifes à la fin des chutes faites en lignes droites, en vertu des feules pefanteurs des corps qui tombent fuivant ces lignes, étant comme les temps écoulez depuis le commencement jufqu'à la fin des chutes; l'on y aura $n = 1 = v$, & $t.\theta :: u.v = \frac{u\theta}{t}$. Et ces valeurs de $n$, $v$, $v$, fubftituées dans la précédente Regle, la changera pour ici en $\frac{2\epsilon u\theta\theta}{t} = 2\epsilon ut$, ou en $e\theta\theta = \epsilon tt$, d'où réfulte $e.\epsilon :: tt.\theta\theta$. c'eft à dire que les efpaces parcourus doivent être ici comme les quarrez des temps employez à les parcourir, & pareillement auffi comme les quarrez des viteffes aquifes à la fin de ces temps, ainfi qu'on le fait d'ailleurs.

La même chofe fe peut encore tirer immédia-


te-

tement de la Regle $\frac{t^{n+1}}{\overline{n+1} \times e} = \frac{\theta^{v+1}}{\overline{v+1}\,\varepsilon}$ résultante de l'Analogie $e.\ \varepsilon :: \frac{ut}{n+1} . \frac{v\theta}{v+1} :: \frac{t^{n+1}}{n+1} . \frac{\theta^{v+1}}{v+1}$. puisqu'en faisant $n = 1 = v$, cette Regle donnera tout d'un coup $\frac{t^2}{2e} = \frac{\theta^2}{2\varepsilon}$, ou $e.\ \varepsilon :: tt.\ \theta\theta$. comme ci-dessus.

## REMARQUE.

*Sur les mouvemens variez commencez avec des vitesses finies.*

Il est visible que cette derniére Regle & la précédente, supposant $u.\ v :: t^n.\ \theta^v$, supposent aussi que les vitesses instantanées $u$, $v$, commencent à zero en croissant de même que les temps $t$, $\theta$, lorsque $n$, $v$, sont positives; & que ces vitesses commencent par être infinies au commencement de ces temps, en décroissent à mesure qu'ils augmentent, lorsque $n$, $v$, sont négatives. Voici presentement de pareilles Regles pour le cas où les premiéres vitesses seroient finies dans cette même hypothêse des vitesses reglées sur les puissances des temps.

Outre les noms précédens soient $r$, $s$, les vitesses aquises pendant les temps $t$, $\theta$. Il est manifeste que par quelques vitesses finies $V$, $U$. que commencent les mouvemens des corps $C$, $K$, dont les aquises $r$, $s$, commencent à zero, les entiéres instantanées de ces mouvemens, seront $V+r=u$, $U+s=v$, & leurs sommes

*sudt*

$\int u\,dt = \int \overline{V + r} \times dt, \int v\,d\theta = \int \overline{U + s} \times d\theta$: de sorte que

I. L'on aura $\int u\,dt = \int \overline{V + t^n} \times dt, \int v\,d\theta = \int \overline{U + \theta^v} \times d\theta$, si l'on suppose seulement $r = t^n$, $s = \theta^v$, c'est à dire, les seules vitesses aquises $r$, $s$, en raison des puissances $n$, $v$, des temps écoulez $t$, $\theta$. Donc cette hypothêse donnera

$\int u\,dt = \int V \times dt + \int t^n dt = V \times t + \frac{t^{n+1}}{n+1} = \frac{\overline{n+1} \times V \times t + t^{n+1}}{n+1}$ (à cause de $r = t^n$) $= \frac{\overline{n+1} \times V + r}{n+1} \times t$ (à cause que $u = V + r$ donne $r = u - V$) $= \frac{n \times V + u}{n+1} \times t$; & $\int v\,d\theta = \int U \times d\theta + \int \theta^v d\theta = U \times \theta + \frac{\theta^{v+1}}{v+1} = \frac{\overline{v+1} \times U \times \theta + \theta^{v+1}}{v+1}$ (à cause de $s = \theta^v$) $= \frac{\overline{v+1} \times U + s}{v+1} \times \theta$ (à cause que $v = U + s$ donne $s = v - U$) $= \frac{v \times U + v}{v+1} \times \theta$. Donc (*Cor.* 1. *Prop. gén.*) $e . \varepsilon :: \frac{n \times V + u}{n+1} \times t . \frac{v \times U + v}{v+1} \times \theta$. Ce qui donnera $\frac{n \times V + u}{n+1} \times \frac{t}{e} = \frac{v \times U + v}{v+1} \times \frac{\theta}{\varepsilon}$ pour Regle générale de l'hypothêse qu'on fait ici.

## REGLE II.

*De comparaiſon des mouvemens variez commencez par des viteſſes finies, & dont les ſeules aquiſes varieroient ſuivant les puiſſances des temps écoulez.*

$$\frac{n \times V + n}{n + 1} \times \frac{t}{\epsilon} = \frac{\nu \times U + \nu}{\nu + 1} \times \frac{\theta}{\epsilon}.$$

Il eſt à remarquer qne ces mouvemens rendus accélérez par $n$, $\nu$, poſitives, deviendroient retardez ſi elles étoient négatives, ainſi qu'on l'a déja remarqué des mouvemens de la Regle 1. Mais avec cette différence que les premiéres viteſſes, que cette hypothêſe de $n$, $\nu$, négatives, rendroit infinies dans l'une & l'autre de ces deux Regles au commencement des temps, $t$, $\theta$, s'éteindroient tout à fait après des temps infinis dans la premiére, & que dans celle-ci elles ne pourroient jamais devenir moindres que les finies $V$, $U$, leſquelles après un temps infini reſteroient les derniéres de toutes les poſſibles, au lieu qu'on les y ſuppoſe les premiéres. Ainſi l'hypothêſe de $n$, $\nu$, négatives ne ſauroient s'accorder ici avec la ſuppoſition qu'on y fait que les viteſſes initiales $V$, $U$, ſont finies. Voici donc ſeulement quelques exemples de cette ſeconde Regle touchant les mouvemens accélérez.

1°. Dans l'hypothêſe de *Galilée* ſur la peſanteur, laquelle donne $n = 1 = \nu$, ſi l'on imagine les corps $C$, $K$, jettez directement de haut en bas avec des viteſſes initiales $V$, $U$; non-ſeulement la précédente Regle 2. ſe réduira ici à

à $\frac{V+u}{2} \times \frac{t}{e} = \frac{U+v}{2} \times \frac{\theta}{\varepsilon}$; mais encore la supposition de $r = t^n$, $s = \theta^v$, qui vient de donner cette Regle, donnera ici $t = r = u - V$, $\theta = s = v - U$. Donc cette Regle se changera ici en $\frac{\overline{u+V} \times \overline{u-V}}{e} = \frac{\overline{v+U} \times \overline{v-U}}{\varepsilon}$, c'est à dire, en $\frac{uu-VV}{e} = \frac{vv-UU}{\varepsilon}$: D'où résulte $e.\varepsilon :: uu - VV. vv - UU.$ c'est-à-dire que les espaces parcourus pendant les temps $t$, $\theta$, doivent être ici comme les différences dont les quarrez des derniéres vitesses surpassent les quarrez des premiéres. Ce qui s'accorde parfaitement avec la premiére Regle: aussi celle-ci la rend-elle en y faisant $V = v = U$, comme dans celle-là.

2°. Si l'on suppose $n = 2 = v$, & qu'on imagine encore les corps $C$, $K$, jettez avec des vitesses initiales $V$, $U$; non-seulement la précédente Regle 2. se changera ici en $\frac{2 \times \overline{V+u}}{3} \times \frac{t}{e} = \frac{2 \times \overline{U+v}}{3} \times \frac{\theta}{\varepsilon}$; mais encore la supposition de $t^n = r = u - V$, $\theta^v = s = v - U$, donnera ici $t = \sqrt{u-V}$, $\theta = \sqrt{v-U}$. Donc cette Regle se changera ici en $\frac{2 \times \overline{V+u} \times \sqrt{u-V}}{e} = \frac{2 \times \overline{U+v} \times \sqrt{v-U}}{\varepsilon}$; ce qui donne les espaces $e.\varepsilon :: 2 \times \overline{V+u} \times \sqrt{u-V}. 2\overline{U+v} \times \sqrt{v-U}.$ Et ainsi des autres valeurs positives de $n$, $v$, à l'infini.

II. Voilà pour les mouvemens variez, commencez par des viteſſes finies, & dont les ſeules aquiſes ſuivroient les raiſons des puiſſances quelconques des temps employez à les aquerir. Mais ſi (les noms demeurant les mêmes) on ſuppoſe preſentement que les viteſſes entiéres inſtantanées $V+r$ ($u$), $U+s$ ($v$), ſuivent ici les raiſons des puiſſances $n$, $v$, des temps qui feroient requis pour les aquerir depuis zero juſqu'à ces valeurs; ſoient $y$, $z$, les temps pareillement requis pour aquerir dans cette hypothêſe les viteſſes $V$, $U$, comme ſi elles euſſent commencé à zero; de ſorte que $y+t$, $z+\theta$, ſoient les temps entiers qui ſeroient ici requis pour aquerir les viteſſes entiéres inſtantanées $u=V+r$, $v=U+s$, depuis zero juſqu'à elles. La preſente hypothêſe donnera $u = \overline{y+t}^{n}$, $v=\overline{z+\theta}^{v}$; & $\int u dt = \int \overline{y+t}^{n} \times dt$, $\int v d\theta = \int \overline{z+\theta}^{v} \times d\theta$, en ſuppoſant $dy=dt$, $dz=d\theta$. Mais ſi l'on prend $p=y+t$, & $q=z+\theta$; cette ſuppoſition donnant $dp=dy+dt=2dt$, & $dq=dz+d\theta=2d\theta$; ou $\frac{1}{2}dp=dt$, $\frac{1}{2}dq=d\theta$; l'on aura auſſi $\int \overline{y+t}^{n} \times dt = \int \frac{p^n dp}{2} = \frac{p^{n+1}}{2n+2} = \frac{\overline{y+t}^{n+1}}{2n+2}$, & $\int \overline{z+\theta}^{v} \times dt = \int \frac{q^v dq}{2} = \frac{q^{v+1}}{2v+2} = \frac{\overline{z+\theta}^{v+1}}{2v+2}$. Donc $\int u dt = \frac{\overline{y+t}^{n+1}}{2n+2}$, & $\int v d\theta = \frac{\overline{z+\theta}^{v+1}}{2v+2}$.

Telles ſeroient ici les ſommes des viteſſes entié-

tiéres instantanées, qui depuis zero se seroient succedées pendant les temps totaux $y+t$, $z+\theta$: de sorte qu'en faisant $t=o=\theta$, & conséquemment aussi $u=V$, $v=U$, l'on auroit pareillement ici $\int V\times dt=\frac{y^{n+1}}{2n+2}$, & $\int U\times d\theta=\frac{z^{v+1}}{2v+2}$, pour les sommes de vitesses qui depuis zero jusqu'à $V$, $U$, se seroient succedées d'instant en instant pendant les temps $y$, $z$. Donc en retranchant ces sommes des précédentes, l'on aura ici $\int udt=\frac{\overline{y+t}^{n+1}-y^{n+1}}{2n+2}$. & $\int v\,d\theta=\frac{\overline{z+\theta}^{v+1}-z^{v+1}}{2v+2}$, pour les sommes des vitesses entiéres instantanées $V+r\ (u)$, $U+s\ (v)$, faites des vitesses initiales $V$, $U$, & des aquises $r$, $s$, pendant les temps $t$, $\theta$, lesquelles vitesses entiéres instantanées se seroient effectivement succédées pendant ces temps commencez à zero.

Mais l'hypothêse qu'on fait ici de $u\ (V+r)=\overline{y+t}^{n}$, $v\ (U+s)=\overline{z+\theta}^{v}$; & conséquemment aussi de $V=y^n$, $U=z^v$; donnant $\overline{y+t}^{n+1}=u^{\frac{n+1}{n}}$, $\overline{z+\theta}^{v+1}=v^{\frac{v+1}{v}}$, $y^{n+1}=V^{\frac{n+1}{n}}$, $z^{v+1}=U^{\frac{v+1}{v}}$; la substitution de ces valeurs dans les sommes précédentes des vitesses entiéres instantanées $u\ (V+r)$, $v\ (U+s)$, qui se sont succedées pendant les seuls temps $t$, $\theta$, commencez à zero, donnera pour ces sommes $\int udt=$

 $u$

$\frac{u^{\frac{n+1}{n}} - V^{\frac{n+1}{n}}}{2n+2}$, $\int v d\theta = \frac{v^{\frac{v+1}{v}} - U^{\frac{v+1}{v}}}{2v+2}$. Donc (*Cor.* 1. *Prop. gén.*) $e . \varepsilon :: \frac{u^{\frac{n+1}{n}} - V^{\frac{n+1}{n}}}{n+1} . \frac{v^{\frac{v+1}{v}} - U^{\frac{v+1}{v}}}{v+1}$. Ce qui donne $\frac{u^{\frac{n+1}{n}} - V^{\frac{n+1}{n}}}{\overline{n+1} \times e} = \frac{v^{\frac{v+1}{v}} - U^{\frac{v+1}{v}}}{\overline{v+1} \times \varepsilon}$ pour Regle générale des mouvemens commencez par des viteſſes finies, & dont les entiéres inſtantanées $u$, $v$, faites de ces initiales $V$, $U$, & des aquiſes $r$, $s$, pendant les temps $t$, $\theta$, ſeroient variées en raiſon des puiſſances des temps requis pour aquerir ainſi ces ſommes entiéres depuis zero, comme ſi les viteſſes initiales $V$, $U$, commençoient à zero en s'accélérant juſqu'à $u$, $v$.

## REGLE III.

*De comparaiſon des mouvemens commencez par des viteſſes finies, & variez de maniére que leurs entiéres inſtantanées, faites de ces initiales & des aquiſes pendant les temps propoſez, ſuiviſſent les raiſons des puiſſances quelconques des temps requis pour les aquerir toutes entiéres, comme ſi les initiales commençoient elles-mêmes à zero.*

$$\frac{u^{\frac{n+1}{n}} - V^{\frac{n+1}{n}}}{\overline{n+1} \times e} = \frac{v^{\frac{v+1}{v}} - U^{\frac{v+1}{v}}}{\overline{v+1} \times \varepsilon}.$$

Il est manifeste que le cas de $n$, $v$, négatives, est ici possible comme celui de $n$, $v$, positives; que dans le premier les mouvemens seront ici retardez, & accélérez dans le second, en commençant toûjours dans l'un & dans l'autre par les vitesses initiales $V$, $U$, supposées. Ainsi cette troisiéme Regle a cela de conforme avec la premiére, qu'elle convient aux mouvemens retardez comme aux accélérez dans la raison supposée: en voici quelques exemples.

1°. Si l'on suppose $n = 1 = v$, cette Regle 3. se réduira à $\frac{u^2 - V^2}{2e} = \frac{v^2 - U^2}{2\varepsilon}$; ce qui donne encore ici $e.\varepsilon :: u^2 - V^2 . v^2 - U^2$. comme dans la Regle 2. nomb. 1. d'où l'on voit qu'en ce cas ces deux Regles se réduisent à la même; mais elles sont fort différentes dans les autres. Par exemple,

2°. Si l'on suppose $n = 2 = v$, la précedente Regle 3 se réduira à $\frac{u^{\frac{3}{2}} - V^{\frac{3}{2}}}{3e} = \frac{v^{\frac{3}{2}} - U^{\frac{3}{2}}}{3\varepsilon}$; ce qui donne ici $e.\varepsilon :: u^{\frac{3}{2}} - V^{\frac{3}{2}} . v^{\frac{3}{2}} - U^{\frac{3}{2}} :: u\sqrt{u} - V\sqrt{V} . v\sqrt{v} - U\sqrt{U}$. Au lieu que la Regle 2. nomb. 2. y donnoit $e.\varepsilon :: \overline{u+2V} \times \sqrt{u-V} . \overline{v+2U}\sqrt{v-U}$. Et ainsi des autres valeurs arbitraires de $n$, $v$, à l'infini.

III. Pour ce qui est de l'hypothêse de $V+r=t^{n}$, $V+s=\theta^{v}$, elle seroit toûjours impossible,

ſible, de quelques valeurs qu'on ſuppoſât les expoſans $n$, $v$. Car,

1°. Si on les fait poſitifs, le cas $t=o$, $\theta=o$, rendroit ici pour lors $V+r=o$, $U+s=o$; & par conſéquent $V=o$, $U=o$. Ce qui eſt contre l'autre hypothêſe qu'on fait ici des viteſſes initiales $V$, $U$, réelles & finies.

2°. Si l'on faiſoit $n$, $v$, négatives, comme ſi elles étoient $-n$, $-v$, l'hypothêſe précédente ſe réduiroit à $\overline{V+r}\times t^n=1$, $\overline{U+s}\times \theta^v=1$; ce qui dans le cas de $t=o$, $\theta=o$, rendroit $V$, $U$, infinies; ce qui eſt encore contre l'autre hypothêſe qu'on fait ici de ces viteſſes initiales ſeulement finies.

IV. Il eſt enfin à remarquer qu'en faiſant $V=o$, $U=o$, dans les deux derniéres Regles 2. & 3. elles ſe changeront l'une & l'autre en la premiére où cela ſe trouve ainſi. Car,

1. La Regle 2. art. 1. ſe changera pour lors tout d'un coup en $\frac{ut}{\overline{n+1}\times e}=\frac{v\theta}{\overline{v+1}\times \varepsilon}$, qui eſt la premiére, ainſi qu'on l'a déja remarqué dans le nomb. 1. art. 1.

2°. La Regle 3. art. 2. ſe changera auſſi pour lors en $\frac{u^{\frac{n+1}{n}}}{\overline{n+1}\times e}=\frac{v^{\frac{a+1}{a}}}{\overline{v+1}\times \varepsilon}$. Mais cette hypothêſe des premiéres viteſſes $V=o$, $U=o$, rendant auſſi les temps $y=o$, $z=o$, requis (*art.* 2.) pour les aquerir ſi elles commençoient à zero, la ſuppoſition qu'on fait de $u=\overline{y+t}^{\,n}$, $v=\overline{z+\theta}^{\,v}$ dans cette Regle 3. art. 2. ſe réduiroit

roit ici à $u = t^n$, $v = \theta^v$; ce qui donneroit $t = u^{\frac{1}{n}}$, $\theta = v^{\frac{1}{v}}$, & $ut = u^{\frac{1}{n}+1} = u^{\frac{n+1}{n}}$, $v\theta = v^{\frac{1}{v}+1} = v^{\frac{v+1}{v}}$. Donc en substituant $ut$, $v\theta$, au lieu de leurs valeurs dans la précédente équation $\frac{u^{\frac{n+1}{n}}}{n+1 \times e} = \frac{v^{\frac{v+1}{v}}}{v+1 \times \epsilon}$, en laquelle l'hypothêse de $V = o$, $U = o$, vient de changer la Regle 3. elle se changera enfin ici en $\frac{ut}{n+1 \times e} = \frac{v\theta}{v+1 \times \epsilon}$, qui est encore la premiére Regle en laquelle il falloit aussi faire voir que la troisiéme se réduit en y supposant $V = o$, $U = o$, comme dans cette premiére Regle.

3°. Puisque (*nomb.* 2.) la supposition presente donne $u = t^n$, $v = \theta^v$, & conséquemment aussi $t = u^{\frac{1}{n}}$, $\theta = v^{\frac{1}{v}}$, la substitution de ces valeurs de $u$, $v$, $t$, $\theta$, dans cette premiere Regle $\frac{ut}{n+1 \times e} = \frac{v\theta}{v+1 \times \epsilon}$, la changeroit aussi en $\frac{t^{n+1}}{n+1 \times e} = \frac{\theta^{v+1}}{v+1 \times \epsilon}$, déja observée dans l'exemple de cette premiére Regle, & en $\frac{u^{\frac{n+1}{n}}}{n+1 \times e} = \frac{v^{\frac{v+1}{v}}}{v+1 \times \epsilon}$ qui en seroit encore une troisiéme de l'hypothê-

 se

ſe de ces deux-là : toutes trois également déduites de la ſeconde & de la troiſiéme en y faiſant $V=o$, $U=o$, & toutes trois auſſi pour la même hypothêſe des viteſſes entiéres inſtantanées $u$, $v$, variées ſuivant les puiſſances $n$, $v$, des temps écoulez $t$, $\theta$.

4°. Il eſt encore manifeſte que les deux derniéres de ces trois Regles de la même hypothêſe de $u=t^n$, $v=\theta^v$, auroient pû ſe tirer de même de la premiére, & par-là on en auroit eu trois de cette même hypothêſe, la premiére deſquelles auroit compris les temps $t$, $\theta$, avec les viteſſes $u$, $v$; la ſeconde, les ſeuls temps; & la troiſiéme, les ſeules viteſſes : mais ce détail n'a pas paru neceſſaire, non plus que dans les précédentes Regles 2. & 3. ni dans les ſuivantes, où l'on l'a auſſi négligé. Ceux qui le voudront dans ces autres Regles, le pourront faire à peu près comme celui-ci.

Il eſt vrai qu'il y a des cas où la variété des Regles réſultantes de ce détail pour une même hypothêſe, en fournit quelquefois de plus commodes les unes que les autres pour certaines queſtions faites dans cette hypothêſe. Par exemple, on a vû ci-deſſus dans l'application des trois premiéres Regles à l'hypothêſe de $n=1=v$, c'eſt à dire, des viteſſes en raiſon des temps dans la premiére & dans la troiſiéme, qu'on fait d'ordinaire avec *Galilée* dans la chute des corps : on a vû, dis-je, que la premiére & la troiſiéme de ces Regles, ſont plus commodes que la ſeconde pour tirer de cette hypothêſe le raport des eſpaces parcourus que *Galilée* en a déduit, & pluſieurs autres en différentes maniéres après lui : ſavoir que dans cette hypothêſe les eſpaces parcourus depuis le commencement des chutes, doi-

doivent toûjours être entr'eux comme les quarrez des temps employez à les parcourir, ou (ce qui revient au même suivant l'hypothêse) comme les quarrez des vitesses aquises à la fin de ces espaces ou de ces temps. Le détail d'où peuvent résulter de telles commoditez, se fera (dis-je) dans les autres Regles à peu près de même qu'on l'a vû dans les trois premiéres: ainsi nous ne nous y arrêterons pas davantage.

*Voilà pour les mouvemens variez suivant les raisons directes ou réciproques des puissances des temps écoulez. Voici presentement pour ceux dont les vitesses suivroient de pareilles raisons des puissances de ce qui resteroit des temps à écouler depuis elles jusqu'à ce qu'elles fussent devenues les plus grandes ou les plus petites qu'elles puissent être.*

## REGLE IV.

*Pour comparer entr'eux les mouvemens variez suivant les puissances des temps à écouler.*

$$\frac{\overline{V - u} \times D + ut}{\overline{n + 1} \times e} = \frac{\overline{U - v} \times \Delta + v\theta}{\overline{\nu + 1} \times \varepsilon}.$$

Cette Regle résulte des vitesses $u$, $v$, exprimées par les équations $u = \frac{V}{D^n} \times \overline{D - t}^{\,n}$, $v = \frac{U}{\Delta^\nu} \times \overline{\Delta - \theta}^{\,\nu}$, lesquelles font assez voir que lorsque $t = D$, & $\theta = \Delta$, les derniéres vitesses $u$, $v$, sont les plus petites qu'elles puissent être dans le cas de $n$, $\nu$, positives, où les mouvemens sont

ici retardez ; & les plus grandes qu'elles puiſſent être dans le cas de $n$, $\nu$, négatives, où les mouvemens ſont ici accélérez : ces dernieres viteſſes ſe trouvant nulles ou zero à la fin des durées totales $D$, $\Delta$, dans le premier cas, & infinies dans le ſecond.

Mais ces temps totaux n'étant connus que lorſqu'on les prend pour des durées obſervées d'autres mouvemens de la Regle 1. accélérez dans le premier cas, ou retardez dans le ſecond : ces temps ou durées totales $D$, $\Delta$, n'étant (dis-je) connus que dans cette hypothêſe, pour les bannir de la Regle précédente, & n'y laiſſer que les temps partiaux $t$, $\theta$, écoulez depuis les commencemens des mouvemens juſqu'aux viteſſes $u$, $v$, qui ſe trouvent à la fin de ces temps variables, les égalitez $u = \frac{V}{D^n} \times \overline{D - t}^{\,n}$, $v = \frac{U}{\Delta^\nu} \times \overline{\Delta - \theta}^{\,\nu}$, donneront $D = \frac{t \times V^{\frac{1}{n}}}{V^{\frac{1}{n}} - u^{\frac{1}{n}}}$, & $\Delta = \frac{\theta \times U^{\frac{1}{\nu}}}{U^{\frac{1}{\nu}} - v^{\frac{1}{\nu}}}$ ; leſquelles valeurs de $D$, $\Delta$, ſubſtituées en leurs places dans la précédente Regle 4. la changeront en celle-ci qui ſera auſſi générale qu'elle.

REGLE V.

*Pour comparer encore entr'eux les mouvemens variez ſuivant les puiſſances des temps à écouler.*

$$\frac{t}{\overline{n+1} \times e} \times \frac{V^{\frac{n+1}{n}} - u^{\frac{n+1}{n}}}{V^{\frac{1}{n}} - u^{\frac{1}{n}}} = \frac{\theta}{\overline{\nu+1} \times \varepsilon}$$

×

$$\times \frac{U^{\frac{\nu+1}{\nu}} - v^{\frac{\nu+1}{\nu}}}{U^{\frac{1}{\nu}} - v^{\frac{1}{\nu}}}.$$

Cette Regle eſt encore des mouvemens retardez lorſque $n$ & $\nu$ ſont poſitives, & accélérez lorſqu'elles ſont négatives.

Entre une infinité de Corollaires qu'on en pourroit tirer, en voici ſeulement un pour l'hypothêſe de *Galilée*, où les retardemens uniformes des corps jettez directement en haut, donnent $n = 1 = \nu$, à cauſe que les viteſſes ainſi retardées, y ſeroient en raiſon des temps à écouler depuis elles juſqu'à leur entiére extinction : ce cas réduiſant la Regle précédente à $\frac{t}{2e} \times \frac{V^2 - u^2}{V - u} = \frac{\theta}{2\varepsilon} \times \frac{U^2 - v^2}{U - v}$, ou à $\frac{t}{e} \times \overline{V + u} = \frac{\theta}{\varepsilon} \times \overline{U + v}$, l'on y auroit $e . \varepsilon :: t \times \overline{V + u} . \theta \times \overline{U + v}$. c'eſt à dire, les eſpaces ainſi parcourus par les corps $C$, $K$, pendant les temps $t$, $\theta$, en raiſon des produits de ces temps par les ſommes des premiéres & derniéres viteſſes qui ſe trouvent au commencement & à la fin de ces mêmes temps. D'où l'on voit qu'en temps égaux ces eſpaces ſeroient ici comme ces ſommes des viteſſes.

Il eſt pareillement manifeſte que cette même hypothêſe de $n = 1 = v$, donneroit ici $t , \theta :: e \times \overline{U + v} . \varepsilon \times \overline{V + u}$. c'eſt à dire, les temps employez à parcourir les eſpaces $e$, $\varepsilon$, en raiſon des produits de ces eſpaces par les ſommes réciproques des premiéres & des derniéres viteſſes qui ſe trouvent au commencement & à la fin de ces temps:

temps: d'où l'on voit auſſi que lorſque ces eſpaces ſont égaux, ces mêmes temps ſont en raiſon réciproque de ces ſommes de viteſſes; & pareillement lorſque ces ſommes de viteſſes ſont égales, les eſpaces parcourus ſont comme les temps employez à les parcourir.

Si l'on ſuppoſe preſentement que les temps $t$, $\theta$, écoulez depuis le commencement des mouvemens, ſoient enfin devenus égaux aux temps ou durées totales $D$, $\Delta$: cette hypothêſe rendant non-ſeulement $t = D$, & $\theta = \Delta$; mais encore $e = L$, & $\epsilon = \Lambda$; la quatriéme Regle $\frac{\overline{V - u} \times D + ut}{\overline{n+1} \times e}$ $= \frac{\overline{\upsilon - v} \times \Delta + v\theta}{\overline{\nu+1} \times \epsilon}$ ſe changera ici en $\frac{V \times D}{\overline{n+1} \times L}$ $= \frac{\upsilon \times \Delta}{\overline{\nu+1} \times \Lambda}$, qui en ſera une ſixiéme pareillement générale des mouvemens dont il s'agit ici, pris preſentement comme complets, c'eſt à dire, depuis leurs commencemens juſqu'à l'entiére extinction de leurs viteſſes dans le cas de $n$, $\nu$, poſitives où ils ſont retardez; ou bien juſqu'à ce que leurs derniéres viteſſes ſoient devenues infinies dans le cas de $n$, $\nu$, négatives où ces mouvemens ſeront accélérez.

## REGLE VI.

*Pour comparer entr'eux les précédens mouvemens retardez ou accélérez, pris préſentement depuis leurs commencemens juſqu'à ce que leurs derniéres viteſſes ſoient devenues nulles ou infinies.*

$\frac{V \times D}{\overline{n+1} \times L} = \frac{\upsilon \times \Delta}{\overline{\nu+1} \times \Lambda}$, ou $\overline{\nu+1} \times \Lambda \times V \times D = \overline{n+1} \times L \times \upsilon \times \Delta$.

Cet-

Cette Regle eſt, dis-je, encore des mouvemens retardez lorſque $n$ & $v$ ſont poſitives, & accélérez lorſqu'elles ſont négatives.

Entre une infinité de Corollaires qu'on en pourroit encore tirer, voici ſeulement encore celui des mouvemens retardez dans l'hypothêſe de *Galilée*, qu'on vient de voir (*Regle 5.*) donner ici $n = 1 = v$. Cela étant, il eſt viſible que la preſente Regle 6. donnera ici $\Lambda \times V \times D = L \times U \times \Delta$; d'où réſulte,

1°. $L. \Lambda :: V \times D. U \times \Delta$. c'eſt à dire, les eſpaces parcourus pendant les temps totaux, comme les produits de ces temps par les premiéres viteſſes: de ſorte que ces eſpaces totaux ſeront comme les premiéres viteſſes lorſque les temps totaux ſeront égaux, & comme ces temps totaux lorſque les premiéres viteſſes ſeront égales.

2°. $V. U :: L \times \Delta. \Lambda \times D :: \frac{L}{D} . \frac{\Lambda}{\Delta}$. c'eſt à dire, les premiéres viteſſes comme les quotiens des eſpaces totaux, ou parcourus pendant les temps totaux, diviſez par ces mêmes temps; de ſorte que ces viteſſes premiéres ſeront comme ces eſpaces lorſque les temps totaux ſeront égaux; & en raiſon réciproque de ces temps, lorſque les eſpaces parcourus pendant ces temps ſeront égaux entr'eux.

3°. $D. \Delta :: L \times U. \Lambda \times V :: \frac{L}{V} . \frac{\Lambda}{v}$. c'eſt à dire, les temps totaux comme les quotiens des eſpaces parcourus pendant ces temps, diviſez par les premiéres viteſſes: de ſorte que ces viteſſes étant égales, les temps totaux ſeront

ront comme les espaces parcourus pendant ces temps ; & lorsque ces espaces seront égaux, les temps totaux seront en raison réciproque des premiéres vitesses.

*Voilà pour les mouvemens variez dont les vitesses suivroient les raisons directes ou réciproques des temps à écouler depuis elles jusqu'à ce qu'elles fussent devenues les plus petites ou les plus grandes qu'elles puissent être. On a aussi vû dans la Regle 1. & dans le nomb. 3. de l'art. 4. qui suit la Regle 3. tout ce qui concerne les mouvemens variez dont les vitesses suivroient les raisons directes ou réciproques des puissances des temps écoulez depuis leurs commencemens jusqu'à elles. On a, dis-je, trouvé dans les six Regles précédentes la maniére de comparer entr'eux, à volonté, les mouvemens variez de chacune. Voici presentement pour comparer aussi à volonté un des mouvemens variez de la premiére Regle avec un de ceux des Regles 4. 5. & 6. lesquelles se trouveront encore dans la seconde des Remarques qui suivent la treiziéme Regle.*

## REGLE VII.

*Pour comparer les mouvemens variez suivant les puissances des temps écoulez de la Regle 1. avec les variez suivant les puissances des temps à écouler de la Regle 4.*

$$\frac{ut}{\overline{n+1}\times e} = \frac{\overline{v-v}\times\Delta+v\theta}{\overline{\nu+1}\times\epsilon}.$$

Cette Regle résulte des vitesses $u$, $v$, exprimées par les équations $u=t^n$, & $v=\frac{v}{\Delta^{\nu}}\times\overline{\Delta-\theta}^{\nu}$,

dont

dont la premiére exprime un mouvement accéléré du corps *C*, & la feconde un retardé du corps *K*, lorfque les expofans $n$ & $v$ font tous deux pofitifs, comme ici; mais lorfqu'ils font tous deux négatifs, c'eft au contraire le mouvement du corps *C* qui eft retardé, & celui du corps *K* qui eft accéléré. Si un de ces expofans eft pofitif, & l'autre négatif, ces mouvemens feront tous deux accélérez, ou tous deux retardez: accélérez l'un & l'autre, fi $n$ eft pofitive, & $v$ négative; ou retardez l'un & l'autre, fi $n$ eft négative, & $v$ pofitive.

Il eft encore manifefte par la feconde des équations précédentes, que lorfque $\theta = \Delta$, les derniéres viteffes ($v$) du corps *K*, font les plus petites qu'elles puiffent être dans le cas de $v$ pofitive, & les plus grandes qu'elles puiffent être dans le cas de $v$ négative.

Si l'on veut prefentement chaffer le temps total $\Delta$ de la Regle précedente, l'équation

$v = \frac{U}{\Delta^{v}} \times \overline{\Delta - \theta}^{v}$ donnant $\Delta = \frac{\theta \times U^{\frac{1}{v}}}{U^{\frac{1}{v}} - v^{\frac{1}{v}}}$, cette

Regle fe changera ici en une autre $\frac{ut}{\overline{n+1} \times \theta} =$

$\frac{\theta}{\overline{v+1} \times \theta} \cdot \frac{U^{\frac{v+1}{v}} - v^{\frac{v+1}{v}}}{U^{\frac{1}{v}} - v^{\frac{1}{v}}}$, qui fera auffi générale

qu'elle.

## REGLE VIII.

*Pour comparer encore les mouvemens variez suivant les puissances des temps écoulez, avec les variez suivant les puissances des temps à écouler, ainsi que dans la précédente Regle 7.*

$$\frac{ut}{\overline{n+1}\times e} = \frac{\theta}{\overline{v+1}\times \varepsilon} \times \frac{U^{\frac{v+1}{v}} - \upsilon^{\frac{v+1}{v}}}{U^{\frac{1}{v}} - \upsilon^{\frac{1}{v}}}.$$

Ces mouvemens seront encore accélérez ou retardez selon que $n$ & $v$ y seront positives ou négatives, ainsi que dans la précédente Regle 7.

Entre une infinité de Corollaires qu'on peut tirer de celle-ci, en voici seulement un pour l'hypothêse de *Galilée*, où les accélérations uniformes des corps qui tombent en lignes droites, & les retardemens pareillement uniformes des corps jettez en haut suivant les mêmes lignes, donnent $n = 1 = v$, à cause que les vitesses en tombant y seroient en raison des temps écoulez depuis le commencement des chutes jusqu'à ces vitesses, & celles des corps en montant y seroient en raison des temps à écouler depuis elles jusqu'à leur entiére extinction : ce cas réduisant la Regle précédente à $\frac{ut}{2e} = \frac{\theta}{2\varepsilon} \times \frac{U^2 - \upsilon^2}{U - \upsilon}$ $= \frac{\theta}{2\varepsilon} \times \overline{U + \upsilon}$, l'on y auroit $e . \varepsilon :: ut . \theta \times \overline{U + \upsilon}$.

c'est-à-dire, les espaces ainsi parcourus par les corps $C$, $K$, pendant les temps $t$, $\theta$, en raison du produit du premier ($t$) de ces temps par la vitesse ($u$) du corps $C$ aquise pendant ce temps,

temps, au produit du second temps ($\theta$) par la somme ($U+v$) de la premiére & de la derniére vitesse dont le corps $K$ se meut au commencement & à la fin de ce temps. D'où l'on voit qu'en temps égaux l'espace ($e$) parcouru d'un mouvement acceléré par le corps $C$, seroit à l'espace ($\varepsilon$) parcouru d'un mouvement retardé par le corps $K$, comme la derniére vitesse ($u$) du corps $C$, à la somme ($U+v$) de la premiére & de la derniére vitesse du corps $K$.

Il est pareillement manifeste que cette même hypothêse de $n=1=v$, donneroit ici $t.\ \theta :: e \times \overline{U+v}.\ \varepsilon u.$ c'est à dire, les temps employez à parcourir les espaces $e$, $\varepsilon$, par les corps $C$, $K$, en raison du produit du premier de ces espaces par la somme des vitesses premiére & derniére du corps $K$, au produit du second de ces mêmes espaces par la derniére vitesse du corps $C$. D'où l'on voit aussi que lorsque ces espaces sont égaux, les temps employez à les parcourir par les corps $C$, $K$, sont en raison réciproque de la derniére des vitesses du premier de ces corps, à la somme faite de la premiére & de la derniére vitesse du second; & pareillement que lorsque cette somme de vitesses du corps $K$, est égale à la derniére vitesse du corps $C$, les espaces parcourus par ces corps, sont comme les temps employez à les parcourir.

Il est encore à remarquer que lorsque la derniére vitesse ($v$) du corps $K$ est devenue nulle ou infinie, ayant alors $\theta=\Delta$, & $\varepsilon=\Lambda$, la septiéme Regle $\frac{ut}{\overline{n+1}\times e}=\frac{\overline{v-v}\times\Delta+v\theta}{\overline{v+1}\times\varepsilon}$, se changera

gera pour lors en $\frac{ut}{\overline{n+1} \times e} = \frac{v \times \Delta}{\overline{v+1} \times \Delta}$, qui en sera une neuviéme générale des mouvemens dont il s'agit ici, en prenant celui du corps *C* comme l'on voudra, & celui du corps *K* comme complet, c'est-à-dire, depuis son commencement jusqu'à l'entiére extinction de sa vitesse dans le cas de *v* positive où il est retardé; ou bien jusqu'à ce que sa derniére vitesse soit devenue infinie dans le cas de *v* négative où ce mouvement seroit accéléré.

## REGLE IX.

*Pour comparer les mouvemens variez suivant les puissances des temps écoulez, avec les variez suivant les puissances des temps à écouler pris presentement depuis leur commencement jusqu'à ce que leurs derniéres vitesses soient devenues nulles ou infinies.*

$\frac{ut}{\overline{n+1} \times e} = \frac{v \times \Delta}{\overline{v+1} \times \Delta}$, ou $\overline{v+1} \times \Delta \times ut = \overline{n+1} \times e \times U \times \Delta$.

Cette Regle est encore des mouvemens accélerez ou retardez selon que *n* & *v* y seront positives ou négatives, comme dans les Regles 7. & 8.

Entre une infinité de Corollaires qu'on pourroit encore tirer de celle-ci, en voici seulement encore un dans l'hypothése de *Galilée*, qu'on vient de voir (*Regle* 8.) donner ici $n = 1 = v$. Cela étant, il est visible que la presente Regle 9. donnera ici $\Delta \times ut = e \times U \times \Delta$, d'où résulte,

1°. $e . \Lambda :: ut . U \times \Delta$. C'est-à-dire, l'espace parcouru par le corps *C* d'un mouvement accéléré, à l'espace parcouru par le corps *K* d'un mouvement retardé jusqu'à l'extinction de sa vitesse, comme le produit de la derniére vitesse du corps *C* par le temps employé à l'aquerir, au produit de la premiére du corps *K* par le temps total employé jusqu'à l'entiére extinction de cette vitesse. De sorte que si ces temps $t$, $\Delta$, sont égaux, les espaces $e$, $\Lambda$, parcourus par les corps *C*, *K*, seront entr'eux comme la derniére vitesse du premier de ces corps, à la premiére du second.

2°. $t . \Delta :: e \times U . \Lambda \times u$. C'est-à-dire, les temps précédens entr'eux comme les produits des espaces parcourus pendant ces temps, multipliez par les vitesses *précedentes* reciproquement prises. De sorte que ces vitesses seront comme ces espaces lorsque les temps précédens seront égaux; & en raison réciproque de ces temps lorsque les espaces seront égaux entr'eux.

3°. $u . U :: e \times \Delta . \Lambda \times t$. C'est-à-dire, la derniére vitesse du mouvement accéléré du corps *C*, à la premiére du retardé du corps *K*, en raison composée de la directe des espaces parcourus par ces corps, & de la réciproque des temps qu'ils y ont employez, celui du corps *K* allant jusqu'à l'entiére extinction de la sienne. De sorte que ces vitesses (derniere du corps *C*, & premiére du corps *K*) seront comme ces espaces lorsque ces temps seront égaux; & en raison réciproque de ces temps, lorsque ces espaces seront égaux entr'eux.

4°. Enfin l'on aura $e = \Lambda$, lorsque $u = U$, & $t = \Delta$, c'est-à-dire que lorsque la derniére vitesse du corps *C* sera égale à la premiére du corps

corps *K*, & la durée du mouvement accéléré du premier de ces corps, pareillement égale au temps total du mouvement retardé du second jusqu'à l'entiére extinction de sa vitesse ; les espaces ainsi parcourus par ces corps seront alors égaux entr'eux. D'où l'on voit que dans la presente hypothêse de *Galilée*, si un corps tombé de quelque hauteur que ce soit en vertu de sa seule pesanteur, est rejetté en haut suivant la même ligne, & avec la vitesse qu'il avoit aquise à la fin de sa chute, il remontera précisément à la même hauteur d'où il étoit tombé, dans un tems précisément égal à celui qu'il avoit mis à tomber, à la fin duquel temps sa vitesse d'ascension étant éteinte, il retombera comme auparavant. Ce qui s'accorde avec ce que *Galilée* en a dit dans le Scholie de la Prop. 23. de son Traité *De motu naturaliter accelerato.*

*Voilà, ce me semble, assez d'exemples de ce que les Corollaires* 1. *&* 2. *de la Proposition générale sont capables de donner pour la comparaison des mouvemens variez à volonté, avec d'autres variez aussi de la même ou de telle autre maniére qu'on voudra. Voici aussi quelque chose de ce que son Corol.* 3. *peut donner de même pour la comparaison des mouvemens variez avec les uniformes, en supposant presentement le corps* K *mû d'un mouvement uniforme quelconque, & le corps* C *mû encore d'un mouvement varié suivant une puissance aussi quelconque des temps. Les Regles s'en trouveront encore à la maniére des exemples précédens, aussi-bien que pour toute autre variation des vitesses du corps* C, *reglée sur telle autre affection des temps qu'on voudra : Les quatre suivantes suffiront, en y supposant toûjours les noms généraux qui précédent la premiére Regle.*

## REGLE X.

*Pour comparer les mouvemens uniformes avec les variez suivant les puissances des temps écoulez.*

$\frac{ut}{\overline{n+1}\times e} = \frac{v\theta}{\varepsilon}$ ou $ut\varepsilon = \overline{n+1}\times ev\theta.$

Les mouvemens variez du corps *C* dans cette Regle, dans laquelle on lui suppose $u = t^n$, sont accélérez lorsque $n$ est positive, & des retardez lorsque $n$ est négative.

Elle donne d'abord en général...
$$\left\{\begin{array}{l} u.v :: \overline{n+1}\times e\theta.\ \varepsilon t :: \frac{\overline{n+1}\times e}{t}.\ \frac{\varepsilon}{\theta} \\ t.\theta :: \overline{n+1}\times ev.\ \varepsilon u :: \frac{\overline{n+1}\times e}{u}.\ \frac{\varepsilon}{v} \\ e.\varepsilon :: ut.\ \overline{n+1}\times v\theta. \end{array}\right.$$

Ce sont-là, dis-je, autant de Corollaires généraux de la Regle dont il s'agit ici: en voici presentement l'application à quelques hypothêses.

1°. Si $u = v$, l'on aura $t.\theta :: \overline{n+1}\times e.\varepsilon.$ ou $e.\varepsilon :: t.\overline{n+1}\times\theta.$

2°. Si $t = \theta$, l'on aura $u.\ v :: \overline{n+1}\times e.\varepsilon.$ ou $e.\varepsilon :: u.\overline{n+1}\times v.$

3°. Si $e = \varepsilon$, l'on aura $u.\ v :: \overline{n+1}\times\theta.\ t.$ ou $t.\theta :: \overline{n+1}\times v.\ u.$

4°. Si $u = v$, & $t = \theta$, l'on aura $\overline{n+1}\times e = \varepsilon.$

5°. Si $u = v$, & $e = \varepsilon$, l'on aura $t = \overline{n+1} \times \theta$.

6°. Si $t = \theta$, & $e = \varepsilon$, l'on aura $u = \overline{n+1} \times v$.

7°. Si $u.v :: e.\varepsilon$. l'on aura $t = \overline{n+1} \times \theta$.

8°. Si $t.\theta :: e.\varepsilon$. l'on aura $u = \overline{n+1} \times v$.

9°. Si $u.v :: \theta.t$. l'on aura $\overline{n+1} \times e = \varepsilon$.

10°. Si $u.v :: t.\theta$. l'on aura . . .
$$\begin{cases} e.\varepsilon :: uu.\overline{n+1} \times vv :: t\,t. \\ \overline{n+1} \times \theta\theta.u.v :: \sqrt{\overline{n+1} \times e}. \\ \sqrt{\varepsilon} :: t\,\theta. \end{cases}$$

11°. Si $u.v :: \varepsilon\, e$. l'on aura . . .
$$\begin{cases} t.\theta :: \overline{n+1} \times vv.uu :: \overline{n+1} \\ ee.\varepsilon\varepsilon.\times uv :: \sqrt{\overline{n+1} \times \theta}.\sqrt{t} \\ :: \varepsilon.e. \end{cases}$$

12°. Si $t.\theta :: \varepsilon.e$. l'on aura . . .
$$\begin{cases} u.v :: \overline{n+1} \times \theta\theta.tt :: \overline{n+1} \\ \times ee.\varepsilon\varepsilon.t.\theta :: \sqrt{\overline{n+1} \times v}. \\ \sqrt{u} :: \varepsilon.\ e. \end{cases}$$

Réciproquement si toutes ces égalitez ou Analogies conclues des supposées depuis le nomb. 1. jusqu'au nomb. 12. sont vraies, les supposées le sont aussi.

*J'apperçois en corrigeant cette épreuve, que les suppositions des nomb. 4. 5. & 6. ne sont que des cas de celles qui les suivent; ainsi on les peut passer, l'Imprimeur ne me permettant pas d'en substituer d'autres pour en remplir la place.*

## *REMARQUE.*

Il est à remarquer que la Regle générale qui vient de donner toutes ces particuliéres, en pour-

pourroit encore donner plusieurs autres pareillement conformes à tout ce qu'on y peut encore faire d'autres hypothêses touchant les raports de celles qu'on voudra des choses que cette Regle générale contient; & tout cela sans toucher encore à la généralité de l'exposant $n$. De sorte que si on le veut détailler, chacune des Regles précédentes en fournira encore une infinité d'autres selon les différentes valeurs qu'on peut donner sans fin à ce nombre $n$.

Par exemple, la Regle $\overline{n+1} \times e = \varepsilon$ du nomb. 4. dans laquelle on suppose que la vitesse uniforme & constante $u$ du corps $K$, est égale à la derniére des accélérées $u$ du corps $C$, & les temps $t$, $\theta$, des mouvemens de ces corps, aussi égaux entr'eux; si l'on y détermine de plus l'exposant $n$ des puissances des temps du corps $C$, suivant lesquelles les vitesses ($u$) de ce corps s'augmentent, cette Regle fournira encore les suivantes.

1°. Si $n=1$, comme dans l'hypothêse de *Galilée*, où les vitesses des mouvemens accélérez suivent la raison des temps employez à les aquerir; la précédente Regle $\overline{n+1} \times e = \varepsilon$ donnera ici $2e=\varepsilon$, ou $e=\frac{1}{2}\varepsilon$ : c'est-à-dire que l'espace ($e$) parcouru d'un mouvement ainsi accéléré, sera seulement la moitié de celui ($\varepsilon$) qui seroit parcouru en même temps, ou dans un temps égal, d'une vitesse uniforme égale à la derniére des accélérées, ainsi que *Galilée* l'a dit dans la Prop. 1. de son Traité *De motu naturaliter accelerato*.

2°. Si $n=2$, ainsi qu'il arriveroit dans le cas des vitesses ($u$) qui croîtroient dans la raison des quarrez des temps ($t$) employez à les aquerir;

rir; la Regle précédente $\overline{n+1} \times e = \varepsilon$, donneroit $3\,e = \varepsilon$, ou $e = \frac{1}{3}\varepsilon$: c'eſt-à-dire qu'en ce cas l'eſpace parcouru d'un mouvement ainſi accéléré, ſeroit ſeulement le tiers de celui qui ſeroit parcouru en même temps d'une viteſſe uniforme égale à la derniére des accélérées.

3°. Si $n = 3$, ainſi qu'il arriveroit dans le cas des viteſſes qui croîtroient comme les cubes des temps employez à les aquerir ; la Regle précédente donneroit de même $4\,e = \varepsilon$, ou $e = \frac{1}{4}\varepsilon$: c'eſt-à-dire qu'en ce cas l'eſpace parcouru d'un mouvement ainſi accéléré, ſeroit ſeulement le quart de celui qui ſeroit parcouru en même temps d'une viteſſe uniforme égale à la derniére des accélérées.

4°. Si $n = 4$, ainſi qu'il arriveroit dans le cas des viteſſes qui croîtroient comme les quatriémes puiſſances des temps employez à les aquerir; la Regle précédente $\overline{n+1} \times e = \varepsilon$, donneroit ici $5\,e = \varepsilon$, ou $e = \frac{1}{5}\varepsilon$: c'eſt-à-dire qu'en ce cas l'eſpace parcouru d'un mouvement ainſi accéléré, ſeroit ſeulement la cinquiéme partie de celui qui ſeroit parcouru en même temps d'une viteſſe uniforme égale à la derniére des accélérées. Et ainſi à l'infini de toutes les valeurs entiéres poſitives qu'on peût donner ſans fin au nombre indéterminé $n$.

5°. Si l'on ſuppoſe preſentement $n = \frac{1}{2}$, ainſi qu'il arriveroit dans le cas des viteſſes qui croîtroient comme les racines quarrées des temps employez à les aquerir ; la Regle précédente $\overline{n+1} \times e = \varepsilon$, donneroit ici $\overline{\frac{1}{2}+1} \times e = \varepsilon$, ou $e = \frac{2}{3}\varepsilon$: c'eſt-à-dire qu'en ce cas l'eſpace parcouru d'un mouvement ainſi accéléré, ſeroit les

deux

deux tiers de celui qui feroit parcouru en même temps d'une viteſſe uniforme égale à la derniére des accélérées.

6°. Si $n=\frac{1}{3}$, ainſi qu'il arriveroit dans le cas des viteſſes qui croîtroient comme les racines cubiques des temps employez à les aquerir; la précédente Regle $\overline{n+1}\times e=\varepsilon$, donneroit auſſi $\overline{\frac{1}{3}+1}\times e=\varepsilon$, ou $e=\frac{3}{4}\varepsilon$: c'eſt-à-dire qu'en ce cas l'eſpace parcouru d'un mouvement ainſi accéléré, ſeroit les trois quarts de celui qui ſeroit parcouru en même temps d'une viteſſe uniforme égale à la derniére des accélérées.

7°. Si $n=\frac{1}{4}$, ainſi qu'il arriveroit dans le cas des viteſſes qui croîtroient comme les racines quatriémes ou quarrées-quarrées de temps employez à les aquerir; la précédente Regle $\overline{n+1}\times e=\varepsilon$, donneroit de même $\overline{\frac{1}{4}+1}\times e=\varepsilon$, ou $e=\frac{4}{5}\varepsilon$: c'eſt-à-dire qu'en ce cas l'eſpace parcouru d'un mouvement ainſi accéléré, ſeroit égal à quatre cinquiémes de celui qui ſeroit parcouru en même temps d'une viteſſe uniforme égale à la derniére des accélérées.

8°. Si $n=\frac{1}{5}$, ainſi qu'il arriveroit dans le cas des viteſſes qui croîtroient comme les racines cinquiémes des temps employez à les aquerir; la précédente Regle $\overline{n+1}\times e=\varepsilon$, donneroit encore ici de même $\overline{\frac{1}{5}+1}\times e=\varepsilon$, ou $e=\frac{5}{6}\varepsilon$: c'eſt-à-dire qu'en ce cas l'eſpace parcouru d'un mouvement ainſi accéléré, ſeroit égal à cinq ſixiémes de celui qui ſeroit parcouru en même temps d'une viteſſe uniforme égale à la derniére des accélérées. Et ainſi de toutes les autres valeurs rompuës & poſitives qu'on

peut donner à l'infini au nombre indéterminé $n$.

*Voilà pour la comparaiſon des mouvemens uniformes* ($v=\theta^0=1$) *avec les accélérez dont les viteſſes* ($u=t^n$) *ſuivroient telles puiſſances des temps, qu'on voudroit exprimer par* n *poſitive, ſoit qu'on prît cet expoſant des temps pour un nombre entier ou rompu. Voyons preſentement auſſi quelque choſe de ce que cette comparaiſon donnera lorſque* n *ſera négative, & changera par là le mouvement accéléré du corps* C *en mouvement retardé, l'équation parabolique* $u=t^n$ *ſe changeant pour lors en l'hyperbolique* $u=t^{-n}$ *ou* $u=\frac{1}{t^n}$, *qui rend toûjours les viteſſes initiales* (u) *infinies, & ne les réduit à zero qu'aprés un temps infini.*

*Mais parceque l'eſpace* e *parcouru par le corps* C, *pendant le temps* t, *d'un mouvement ainſi retardé ſuivant la raiſon réciproque des puiſſances* $t^n$ *des temps, ſeroit infini ou contradictoire pendant quelque temps fini que ce fût, ſi l'expoſant* n *étoit un nombre entier ou une fraction plus grande que l'unité; nous ne prendrons plus cet expoſant que pour une fraction négative moindre que l'unité dans la Regle* $\overline{n+1}\times e=\varepsilon$ *dont il s'agit ici; & même ſeulement pour en faire voir la fécondité, les viteſſes initiales que* n *négative exige infinies, étant trop au-deſſus de la nature.*

9°. Soit donc preſentement $n=-\frac{1}{2}$, ainſi qu'il arriveroit dans le cas des viteſſes $u$ du corps $C$, décroiſſantes ſuivant la raiſon réciproque des racines quarrées des temps employez à leur décroiſſement; la Regle précédente $\overline{n+1}\times e=\varepsilon$, donneroit pareillement ici $\overline{-\frac{1}{2}+1}\times e=\varepsilon$, ou

$e = 2\varepsilon$; ce qui feroit voir qu'en ce cas l'eſpace ($\varepsilon$) parcouru d'un mouvement ainſi retardé, ſeroit double de l'eſpace ($e$) parcouru pendant un même temps quelconque d'une vîteſſe uniforme égale à la derniére des diminuées.

10°. Si $n = n - \frac{1}{3}$, ainſi qu'il arriveroit dans le cas des vîteſſes décroiſſantes ſuivant la raiſon réciproque des racines cubiques des temps employez à leur décroiſſement; la précédente Regle $\overline{n+1} \times e = \varepsilon$, donneroit ici $\overline{1 - \frac{1}{3}} \times e = \varepsilon$, ou $2e = 3\varepsilon$: c'eſt à dire qu'en ce cas le double de l'eſpace parcouru d'un mouvement ainſi retardé, ſeroit égal au triple de celui qui ſeroit parcouru en même temps d'une vîteſſe uniforme égale à la derniére des diminuées.

11°. Si $n = -\frac{1}{4}$, ainſi qu'il arriveroit dans le cas des viteſſes décroiſſantes en raiſon réciproque des quatriémes racines des temps employez à leur décroiſſement; la précédente Regle $\overline{n+1} \times e = \varepsilon$, donneroit $\overline{1 - \frac{1}{4}} \times e = \varepsilon$, ou $3e = 4\varepsilon$: c'eſt à dire qu'en ce cas le triple de l'eſpace parcouru d'un mouvement ainſi retardé, ſeroit égal au quadruple de celui qui ſeroit parcouru en même temps d'une vîteſſe uniforme égale à la derniére des diminuées.

12°. Si $n = -\frac{1}{5}$, ainſi qu'il arriveroit dans le cas des viteſſes décroiſſantes en raiſon réciproque des cinquiémes racines des temps employez à leur décroiſſement; la précédente Regle $\overline{n+1} \times e = \varepsilon$, donneroit $\overline{1 - \frac{1}{5}} \times e = \varepsilon$, ou $4e = 5\varepsilon$: c'eſt à dire qu'en ce cas le quadruple de l'eſpace parcouru d'un mouvement ainſi retardé, ſeroit égal au quintuple de celui qui ſeroit parcou-

ru en même temps d'une viteſſe uniforme égale à la derniére des diminuées. Et ainſi de toutes les autres valeurs négatives rompues moindres que l'unité, qu'on peut donner à l'infini au nombre indéterminé *n*.

*Ce détail de la Regle du nomb.* 4. *qui précéde la preſente Remarque, fait voir aſſez comment chacune des autres Regles tirées de la dixiéme générale qui les précéde, en peut donner de même une infinité d'autres ſelon les différentes valeurs qu'on peut donner ſans fin au nombre indéterminé* n; *ainſi nous ne nous y arrêterons pas davantage. Nous n'avons détaillé cette Regle du nomb.* 4. *qui précéde la preſente Remarque, préférablement aux autres, que pour faire voir qu'outre la Prop.* 1. *du Traité.* De motu naturaliter accelerato *de* Galilée, *la double hypothéſe des temps égaux, & des dernières viteſſes auſſi égales entr'elles, que cet Auteur fait dans cette Propoſition, nous en pourroit encore donner une infinité d'autres par le moyen de cette ſeule Regle, qui pour cela n'éxige pas même cette double hypothéſe de* $u = v$ *&* *de* $t = \theta$, *la ſimple de* $u . v :: \theta , t$. *ſuffiſant pour en conclure les mêmes choſes avec pluſieurs autres que cette double hypothéſe de* Galilée *ne donneroit pas.*

## REGLE XI.

*Pour comparer les mouvemens uniformes avec les variez ſuivant les puiſſances des temps à écouler.*

$$\frac{\overline{V - u} \times D + ut}{\overline{n + 1} \times \theta} = \frac{v\theta}{t}.$$

Cette Regle réſulte de la viteſſe uniforme ou con-

conſtante $v$ du corps $K$ pendant le temps $\theta$, & de celle du corps $C$ exprimée par l'équation $u = \frac{V}{D^n} \times \overline{D - t}^{\,n}$, laquelle fait aſſez voir que lorſque $t = D$, la derniére viteſſe $u$ de ce corps, eſt la plus petite qu'elle puiſſe être dans le cas de $n$ poſitive, où ſon mouvement ſeroit retardé; & la plus grande qu'elle puiſſe être dans le cas de $n$ négative, où le mouvement de ce corps $C$, ſeroit accéléré : cette derniére viteſſe $u$ ſe trouvant nulle ou zero à la fin du temps total $D$ du mouvement de ce corps dans le premier cas, & infinie dans le ſecond. Mais ce temps total $D$ n'étant connu que de la maniére qu'il a été marqué à la ſuite de la Regle 4. ſi on le veut bannir de celle-ci, & n'y laiſſer que les temps partiaux $t$, $\theta$, écoulez depuis le commencement des mouvemens juſqu'à tels inſtans qu'on voudra, l'équation $u = \frac{V}{D^n} \times \overline{D - t}^{\,n}$ donnant $D = \frac{t \times V^{\frac{1}{n}}}{V^{\frac{1}{n}} - u^{\frac{1}{n}}}$, la ſubſtitution de cette valeur de $D$ dans la Regle précédente la changera en celle-ci qui ſera auſſi générale qu'elle.

## REGLE XII.

*Pour comparer encore les mouvemens uniformes avec les variez ſuivant les puiſſances des temps à écouler, ainſi que dans la précédente Regle* 11.

$$\frac{t}{\overline{n+1} \times c} \times \frac{V^{\frac{n+1}{n}} - u^{\frac{n+1}{n}}}{V^{\frac{1}{n}} - u^{\frac{1}{n}}} = \frac{u\theta}{t}.$$

Le mouvement varié du corps $C$, eſt encore ici retardé lorſque $n$ eſt poſitive, & accéléré lorſqu'elle eſt négative, comme dans la précédente Regle 11. Et ſi l'on prend preſentement le temps écoulé ($t$) pour la durée entiére ($D$) de tout le mouvement varié du corps $C$, juſqu'à ſa plus grande ou moindre viteſſe poſſible ; cette hypothêſe donnant $t = D$, & $e = L$, elle changera encore la Regle 11. en celle-ci.

## REGLE XIII.

*Pour comparer les mouvemens uniformes avec les variez ſuivant les puiſſances des temps à écouler pris preſentement depuis leur commencement juſqu'à leurs plus grandes ou moindres viteſſes poſſibles.*

$$\frac{V \times D}{\overline{n+1} \times L} = \frac{v\theta}{\epsilon}, \text{ ou } V \times D \times \epsilon = \overline{n+1} \times v\theta \times L.$$

Le mouvement varié du corps $C$, eſt encore ici retardé lorſque $n$ eſt poſitive, & accéléré lorſqu'elle eſt négative, ainſi que dans les précédentes Regles 11. & 12.

Entre une infinité de Corollaires qu'on pourroit rirer de celle-ci à la maniére de ceux qu'on a tiré de la dixiéme, en voici ſeulement un : C'eſt que ſi l'on ſuppoſe $V = v$, & $D = \theta$, elle donnera $\epsilon = \overline{n+1} \times L$, c'eſt à dire qu'en ce cas l'eſpace ($\epsilon$) parcouru de viteſſe uniforme égale à la premiére des variées, comme ci-deſſus (*Reg.* 11. *&* 12.) ſera à l'eſpace ($L$) parcouru de ce mouvement varié juſqu'à la plus grande ou moin-

moindre vitesse possible :: $n+1 . 1$. De sorte que si l'on suppose de plus $n=1$, ainsi qu'il doit arriver lorsque ce mouvement varié est uniformément retardé, comme dans l'hypothêse de *Galilée*, où les vitesses d'un corps jetté directement en haut décroissent en raison des temps à employer jusqu'à leur entiére extinction, c'est à dire, dans la raison que croissent celles qu'il aquieroit en raison des même temps employez à tomber le long de la même ligne d'une hauteur propre à lui donner à la fin de cette ligne la même vitesse qu'il y avoit en partant de bas en haut ; l'on auroit $e. L :: 2. 1.$ ou $e = 2 L$. D'où l'on voit que dans cette hypothêse de *Galilée*, l'espace parcouru d'un mouvement uniformément retardé jusqu'à zero, ne seroit que la moitié de celui qui seroit parcouru en même temps d'une vitesse uniforme égale à la premiére des retardées.

On a vû dans le nomb. 1. de la Remarque qui suit la Regle 10. que dans cette même hypothêse de *Galilée*, l'espace parcouru d'une vitesse uniforme égale à la derniére des accélérées d'une chute faite en vertu de la seule pesanteur, dans un temps égal à celui du mouvement uniforme, seroit aussi double de ce qu'il y en auroit de parcouru dans cette chute. Donc en supposant les temps & les vitesses uniformes égales de part & d'autre, l'on aura pareillement l'espace parcouru d'un mouvement uniformément accéléré en descendant, égal à celui qui seroit parcouru en même temps suivant la même ligne en remontant avec des vitesses uniformément retardées, dont la premiére seroit égale à la derniére des accélérées. D'où l'on voit que suivant l'hypothêse de *Galilée* un corps tom-

bé en ligne droite, & enſuite jetté en haut ſuivant la même ligne d'une viteſſe égale à la derniére de celles qu'il avoit aquiſes en tombant, remonteroit préciſément à la même hauteur d'où il étoit tombé, & dans un temps égal à celui de ſa chute, ſa viteſſe d'aſcenſion s'éteignant préciſément au point où il avoit commencé de tomber. D'où l'on voit auſſi que dans cette hypothêſe de *Galilée*, un corps jetté directement en haut employeroit à retomber un temps préciſément égal à celui qu'il auroit mis à monter, & qu'il auroit à chaque point en retombant la même viteſſe qu'il y avoit en montant, ainſi qu'on l'a déja conclu de la Regle 9. nomb. 4.

## REMARQUE I.

Il eſt encore à remarquer que ſi dans les trois Regles précédentes 11. 12. & 13. leſquelles ſont

$$\frac{\overline{V-u}\times D+ut}{\overline{n+1}\times e}=\frac{v\theta}{\varepsilon},\ \frac{t}{\overline{n+1}\times e}\times\frac{V^{\frac{n+1}{n}}-u^{\frac{n+1}{n}}}{V^{\frac{1}{n}}-u^{\frac{1}{n}}}=\frac{v\theta}{\varepsilon},\ \&\ \frac{V\times D}{\overline{n+1}\times L}=\frac{v\theta}{\varepsilon},$$

on ſuppoſe le corps $C$ égal au corps $K$, ou que c'eſt le même de part & d'autre; & qu'on y prenne $v$, $U$, $\theta$, $\Delta$, $\varepsilon$, $\Lambda$, $\nu$, au lieu de $u$, $V$, $t$, $D$, $e$, $L$, $n$, ſuivant les noms généraux, comme pour comparer le mouvement uniforme du corps $K$, avec un mouvement varié de ce même corps ſuivant les puiſſances $\nu$ des temps à écouler juſqu'à ſa plus grande ou moindre viteſſe poſſible; l'é-

l'équation $u = \frac{V}{D^n} \times \overline{D-t}^{\,n}$, qui avec $v = \theta^0 = 1$, a donné ces trois Regles, ſe changeant alors en $v = \frac{U}{\Delta^v} \overline{\Delta - \theta}^{\,v}$, ces mêmes Regles ſe changeront auſſi pour lors en ces trois-ci : $\frac{\overline{U - v} \times \Delta + v\theta}{\overline{v+1} \times \varepsilon}$

$$= \frac{v\theta}{\varepsilon}, \quad \frac{\theta}{\overline{v+1} \times \varepsilon} \times \frac{U^{\frac{v+1}{v}} - v^{\frac{v+1}{v}}}{U^{\frac{1}{v}} - v^{\frac{1}{v}}} = \frac{v\theta}{\varepsilon},$$

& $\frac{U \times \Delta}{\overline{v+1} \times \Lambda} = \frac{v\theta}{\varepsilon}$, leſquelles comparées par ordre avec celles-là, donneront encore ces trois-ci:

$$\frac{\overline{V-u} \times D + ut}{\overline{n+1} \times e} = \frac{\overline{U-v} \times \Delta + v\theta}{\overline{v \times + 1} \times \varepsilon}, \quad \frac{t}{\overline{n+1} \times e} \times \frac{V^{\frac{n+1}{n}} - u^{\frac{n+2}{n}}}{V^{\frac{1}{n}} - u^{\frac{1}{n}}} = \frac{\theta}{\overline{v+1} \times \varepsilon} \times \frac{U^{\frac{v+1}{v}} - v^{\frac{n+1}{v}}}{U^{\frac{1}{v}} - v^{\frac{1}{v}}},$$

& $\frac{V \times D}{\overline{n+1} \times L} = \frac{U \times \Delta}{\overline{v+1} \times \Lambda}$, qui ſont les mêmes que les 4. 5. 6. & pour les mêmes uſages.

*Voilà, ce me ſemble, aſſez d'exemples pour faire ſentir l'uſage immenſe de la Propoſition générale qui les précéde. Nous n'y avons pris les viteſſes que ſuivant les affections des temps, quoique*

*que cette Propoſition pût auſſi s'appliquer aux hypothêſes où ces vîteſſes ſeroient ſuppoſées ſuivre les affections des eſpaces parcourus ou à parcourir, ſi ces hypothêſes étoient poſſibles: C'eſt ce que nous examinerons quelque jour. En attendant voici comment cette même Propoſition générale donne encore les Regles des mouvemens accélérez, qui ſe trouvent dans les Mémoires de 1693. pag. 95.*

REMARQUE II.

Outre les noms précédens ſoient $m$, $\mu$, les maſſes des corps $C$, $K$; & $f$, $\varphi$, les premiéres forces qui en commencent les mouvemens, telles que ſont les peſanteurs dans les corps graves. Soit de plus $f . \varphi :: bm . \beta\mu$ quel que ſoit le raport de $b$ à $\beta$: l'on aura $f\beta\mu = \varphi bm$. Donc en multipliant cette égalité par celle $\varepsilon \times \int u\,dt = e \times \int v\,d\theta$ qui réſulte de l'Analogie $\int u\,dt . \int v\,d\theta :: e . \varepsilon$. démontrée dans la Propoſition générale, Corol. 1. l'on aura pareillement $f\beta\mu\varepsilon \times \int u\,dt = \varphi bme \times \int v\,d\theta$. pour Regle générale d'où ſe tire celle des Mémoires de 1693. pag. 95.

Pour le voir, ſoit préſentement $b = \beta$; qu'au lieu de $t$, $\theta$, on prenne en général $x$, $y$, pour les abſciſſes des axes de Courbes quelconques dont les viteſſes $u . v$, ſoient les ordonnées; & qu'on ſuppoſe $u . v :: x^n . y^n$. au lieu de $u . v :: t^n . \theta^n$. Et par conſéquent auſſi $\int u\,dt . \int v\,d\theta :: x^{n+1} . y^{n+1}$. quelles que ſoient les variables, $x$, $y$, ſubſtituées au lieu de $t$, $\theta$; la Regle qu'on vient de trouver, ſe changera ici en $me\varphi y^{n+1} = \mu\varepsilon f x^{n+1}$, laquelle eſt la premiére des deux Regles des Mem, de 1693. pag. 95. où l'on appel-

pelloit $e, g, f, h, r, s, x, z, v, y, p$, ce qu'on appelle ici $m, \mu, e, \epsilon, f, \varphi, u, v, x, y, n$.

Si l'on confidére de plus que la fuppofition qu'on fait ici de $b \times \beta$ dans l'équation $f \beta \mu = \varphi b m$ qui fe trouve au commencement de cette Remarque-ci, rend pareillement $f \mu = \varphi m$, la derniére Regle qu'on vient de tirer de la générale qui la précéde fe changera pareillement en $e y^{n+1} = \epsilon x^{n+1}$: d'où réfulte $ey. \epsilon x :: x^n. y^n$ (*hyp.*) :: $u$, $v$. Et la fubftitution de, $u$ $v$, au lieu de $ey$, $\epsilon x$, dans cette derniére Regle, la changera de même en $u m \varphi y^n = v \mu f x^n$ qui fera auffi la feconde des deux Regles des Mémoires de 1693. pag. 95.

Il eft pourtant à remarquer que l'égalité $\epsilon \times \int u dt = e \times \int v d\theta$ réfultante de la Propofition générale, pouvant fubfifter feule, & fans être multipliée par la fuppofée $f \beta \mu = \varphi b m$, cette multiplication y eft purement arbitraire, & ce d'autant plus qu'elle pourroit également donner $f \beta \mu e \times \int v d\theta = \varphi b m \epsilon \times \int u dt$, & $f \beta \mu \epsilon \times \int u dt = \varphi b m e \times \int v d\theta$: c'eft pour cela qu'on ne s'en eft point fervi dans ce Mémoire. Il ne faut cependant pas dire que l'introduction des maffes $m$, $\mu$, & des pefanteurs ou forces vives $f$, $\varphi$, des corps mûs, foit pareillement arbitraire dans toutes les Regles de leurs mouvemens: elle eft indifpenfable dès qu'on n'y fait aucun ufage de leurs viteffes, par exemple dans celle-ci $m e \times \int \varphi d\theta = \mu \epsilon \times \int f dt$ qui eft pour des mouvemens quelconques; & même dans celle-ci $m u \varphi = \mu v f$ qui eft pour des mouvemens uniformes, dont $f$, $\varphi$, ne font forces vives qu'aux premiers inftans, quoiqu'on y faffe mention des vîteffes, quelles qu'elles foient.

R E-

## REMARQUE III.

Il eſt auſſi à remarquer qu'en faiſant $v = o$, $U = v$, $\Delta = \theta$, & $\lambda = \varepsilon$, dans les Regles 1. 4. 6. elles donneront immédiatement les 10. 11. 13. La ſeconde Regle en donnera de même une quatorziéme $\frac{n \times V + 1}{n + 1} \times \frac{t}{e} = \frac{v\theta}{\varepsilon}$, laquelle ſera des mouvemens uniformes du corps $K$, à comparer avec les variez du corps $C$, commencez par des vîteſſes finies dont les ſeules augmentations ſuiviſſent les puiſſances des temps écoulez, comme dans cette Regle 2.

Et ſi l'on vouloit, comme dans la Regle 3. que les viteſſes entiéres du corps $C$, faites de chaque initiale finie & de ſes augmentations, ſuiviſſent les puiſſances des temps qui ſeroient requis pour aquerir ces ſommes de viteſſes ſi elles commençoient à zero, l'on auroit encore une quinziéme Regle $\frac{t}{\overline{n+1} \times e} \times \frac{u^{\frac{n+1}{n}} - V^{\frac{n+1}{n}}}{u^{\frac{1}{n}} - V^{\frac{1}{n}}} = \frac{v\theta}{\varepsilon}$, laquelle ſerviroit de même à comparer les mouvemens ainſi variez du corps $C$ avec les uniformes du corps $K$.

Enfin ſi l'on fait $n = o = v$, $V = u$, $U = v$, $L = e$, $\lambda = \varepsilon$, $D = t$, & $\Delta = \theta$; toutes les Regles précédentes de comparaiſon entr'eux des mouvemens variez, ou avec les uniformes, ſe réduiront à la ſeule $\frac{ut}{e} = \frac{v\theta}{\varepsilon}$ de comparaiſon des ſeuls uniformes entr'eux: la plûpart s'y réduiront

ront (dis-je) immédiatement, & les autres par retour à celles-là. Mais c'eſt aſſez parler de ces Regles, à l'exemple deſquelles chacun en pourra preſentement tirer de la Propoſition générale, pour le moins autant d'autres qu'il y voudra faire d'hypothêſes différentes des précédentes. Voici donc ſeulement quelque choſe touchant les forces ou peſanteurs propres à produire les mouvemens précédens.

## OBSERVATIONS GÉNÉRALES

*Sur les Forces ou Peſanteurs propres à produire les mouvemens précédens.*

Dans les Mémoires de 1700. 1701. 1703. & 1706. j'ai donné pluſieurs Regles pour trouver ces ſortes de forces ou peſanteurs ſuivant quelques lignes que les corps ſe meuvent. Mais parceque pour trouver ces forces lorſque ces lignes ſont courbes, il faudroit entrer dans la nature des courbures de ces mêmes lignes, leſquelles ne ſont point de ce ſujet-ci, outre que dans les Mémoires précédens j'ai donné aſſez d'exemples de cette recherche pour les mouvemens en lignes courbes, je ne la ferai ici que pour ceux qui ſeroient en lignes droites ſuivant les hypothêſes précédentes. Pour cela voici ſeulement deux de ces Regles.

La premiére eſt pour connoître quelle raiſon ſuit chacune de ces forces ou peſanteurs: Cette Regle eſt $y = \frac{du}{dt}$, laquelle ſe trouve dans les Mém. de 1700. pag. 30. où ces forces ſont exprimées par $y$; les viteſſes entiéres qui en réſultent,

tent, par $v$; & les temps employez aux mouvemens en queſtion, par $t$. Mais parceque nous avons pris par tout dans ce Mémoire-ci $u$, $v$, pour les viteſſes des corps $C$, $K$; $t$, $\theta$, pour les temps ou les durées de leurs mouvemens, à la fin deſquelles ces viteſſes ſe trouvent; & que nous prendrons dans la ſuite $f$, $\phi$, pour les forces ou peſanteurs cherchées de ces corps, productrices ou accélératrices ou retardatrices de ces viteſſes; cette Regle ſe changera ici en $f = \frac{du}{dt}$ pour le corps $C$, & en $\phi = \frac{dv}{d\theta}$ pour le corps $K$.

La ſeconde Regle que nous emprunterons encore des Mémoires précédens, pour comparer entr'elles les forces centrales ou peſanteurs de différens corps, c'eſt-à-dire, de maſſes différentes: elle ſe trouve auſſi dans les Mém. de 1700. pag. 303. & dans ceux de 1706. pag. 229. & 232. art. 7. & 10. la voici. Après avoir pris dans ces Mémoires $m$, $\mu$, pour les maſſes des corps mûs, & le reſte comme nous venons de faire, j'y ai trouvé en général que les eſpaces parcourus en vertu de ces forces vives & actuelles pendant les inſtans $dt$, $d\theta$, doivent être entr'eux :: $\mu f dt^2 . m \phi d\theta^2$. Mais ces forces ne produiſant que $du$, $dv$, de viteſſes pendant ces inſtans $dt$, $d\theta$, dans les corps $C$, $K$; les eſpaces parcourus en vertu de ces forces ou ces viteſſes pendant ces inſtans, doivent être auſſi entr'eux :: $du dt . dv d\theta$. Donc $du dt . dv d\theta$ :: $\mu f dt^2 . m \phi d\theta^2$. ou $du . dv$ :: $\mu f dt . \mu \phi d\theta$. ce qui donne $m \phi d\theta du = \mu f dt dv$, ou $f . \phi$ :: $\frac{m du}{dt} . \frac{\mu dv}{d\theta}$. pour Regle de comparaiſon en-

tr'el-

tr'elles des forces centrales ou pesanteurs des corps $C$, $K$, mûs en lignes droites.

## REGLES

*Des Forces ou Pesanteurs cherchées.*

1°. $\begin{cases} f = \frac{du}{dt} \text{ pour le corps } C. \\ \varphi = \frac{dv}{d\theta} \text{ pour le corps } K. \end{cases}$

2°. $f.\ \varphi :: \frac{m\,du}{dt} . \frac{\mu\,dv}{d\theta}$. pour tous les deux.

I. Cela posé, les hypothêses $u = \frac{a^n \sqrt{tt+2at}}{\overline{a+t}^{\,n}}$, $v = \frac{\theta^\nu \sqrt{\theta\theta+aa}}{a^\nu}$ de l'Exemple 1. de la Prop. générale, donnant $\frac{du}{dt} = \frac{a^n}{\overline{a+t}^{\,n+1}} \times \frac{\overline{a+t}^{\,2} - n \times \overline{tt+2at}}{\sqrt{tt+2at}}$, & $\frac{dv}{d\theta} = \frac{\overline{\nu+1} \times \theta^{\nu+1} + \nu aa\theta^{\nu-1}}{a^\nu \times \sqrt{\theta\theta+aa}}$,

1°. Suivant la premiére des deux précédentes Regles des forces ou pesanteurs cherchées, ces forces ou pesanteurs seront ici $f = \frac{a^n}{\overline{a+t}^{\,n+1}} \times \frac{\overline{a+t}^{\,2} - n \times \overline{tt+2at}}{\sqrt{tt+2at}}$ pour le corps $C$, & $\varphi$

$= a + 1$

$= \frac{\overline{v+1}\times\theta^{v+1}+vaa\theta^{v-1}}{a^{v}\times\sqrt{\theta\theta+aa}}$ pour le corps $K$:

c'eſt-à-dire que les forces centrales ou peſanteurs $f$, $\phi$, de ces corps, propres à leur donner les viteſſes ſuppoſées, devroient ſuivre ici chacune dans chacun d'eux la raiſon des grandeurs correſpondantes liées avec elles par le ſigne $=$, qui ne ſignifie ici que des égalitez de raiſons ou de raports, ces grandeurs n'étant pas homogenes avec ces forces; ce qui ſoit dit ici une fois pour toutes.

2°. Suivant la ſeconde des deux précédentes Regles des forces ou peſanteurs cherchées, l'on aura ici $f.\ \phi :: \frac{ma^{n}}{\overline{a+t}^{\,n+1}} \times \frac{\overline{a+t}^{\,2} - n\times\overline{tt+2at}}{\sqrt{tt+2at}}$. $\frac{\mu}{a^{v}} \times \frac{\overline{v+1}\times\theta^{v+1}+vaa\theta^{v-1}}{\sqrt{\theta\theta+aa}}$. C'eſt-à-dire que les forces vives ou peſanteurs requiſes $f$, $\phi$, des corps $C$, $K$, dans l'Exemple 1. de la Prop. générale, ſeroient entr'elles comme les termes qui leur répondent dans cette Analogie.

II. Les hypothêſes $u = \frac{t^{n-1}}{t^{2n}+a^{2n}}$, $v = \frac{\theta^{v-1}}{\theta^{2v}-a^{2v}}$, de l'Exemple 2. de la Propoſition générale, donnant $\frac{du}{dt} = \frac{\overline{n-1}\times a^{2n}t^{n} - \overline{n-1}\times t^{3n}}{tt\times\overline{t^{2n}+a^{2n}}^{\,2}}$, &

$du$

$$\frac{dv}{d\theta} = \frac{\overline{1-v} \times a^{2v} \theta^{v} - \overline{v-1} \times \theta^{3v}}{\theta\theta \times \theta^{2v} - a^{2v}},$$

1°. La premiére des deux précédentes Regles des forces ou pesanteurs cherchées, donnera ici

$$f = \frac{\overline{n-1} \times a^{2n} t^{n} - \overline{n-1} \times t^{3n}}{tt \times \overline{t^{2n} + a^{2n}}^{2}}$$ pour le corps *C*,

$$\& \ \phi = \frac{\overline{1-v} \times a^{2v} \theta^{v} - \overline{v-1} \times \theta^{3v}}{\theta\theta \times \overline{\theta^{2v} - a^{2v}}^{2}}$$ pour le corps

*K* : c'est-à-dire que les forces centrales ou pesanteurs $f$, $\phi$, de ces corps, propres à leur donner les mouvemens supposez, devroient être chacune dans chacun d'eux comme les grandeurs qu'on leur voit ici correspondantes.

2°. Suivant la seconde des deux mêmes Regles, l'on aura pareillement ici $f.\ \phi :: \frac{m}{tt}$

$$\times \frac{\overline{n-1} \times a^{2n} t^{n} - \overline{n-1} \times t^{3n}}{\overline{t^{2n} + a^{2n}}^{2}} . \frac{\mu}{\theta\theta}$$

$$\times \frac{\overline{1-v} \times a^{2v} \theta^{v} - \overline{v-1} \times \theta^{3v}}{\overline{\theta^{2v} - a^{2v}}^{2}} .$$ c'est-à-dire que

les forces centrales ou pesanteurs ici requises $f$, $\phi$ ; des corps *C*, *K*, devroient être entr'elles comme les grandeurs qui leur répondent dans cette Analogie.

III.

III. Les hypothêses $u = \sqrt[3]{aat + b^3}$, $v = \frac{\sqrt[3]{a^4\theta\theta + 2aa\theta b^3 + b^6}}{a}$, de l'Exemple 3. de la Proposition générale, donnant $\frac{du}{dt} = \frac{aa}{3\sqrt[3]{aat + b^3}^2}$ &

$\frac{dv}{d\theta} = \frac{2a^3\theta + 2ab^3}{3\sqrt[3]{a^4\theta\theta + aa\theta b^3 + b^6}^2}$,

1°. La premiére des deux précédentes Regles des forces ou pesanteurs cherchées, donnera ici $f = \frac{1}{\sqrt[3]{aat + b^3}^2}$ pour le corps $C$, & $\phi = \frac{aa\theta + b^3}{\sqrt[3]{a^4\theta\theta + 2aa\theta b^3 + b^6}^2}$ pour le corps $K$: c'est-à-dire que les forces centrales, forces vives, ou pesanteurs $f$, $\phi$, de ces corps, propres à leur donner les mouvemens supposez, devroient être ici chacune dans chacun d'eux comme les grandeurs qu'on leur voit ici correspondantes.

2°. Suivant la seconde des deux mêmes Regles, l'on aura pareillement ici $f.\phi::$

$\frac{ma}{\sqrt[3]{aat + b^3}^2} . \frac{2\mu aa\theta + 2\mu b^3}{\sqrt[3]{a^4\theta\theta + 2aa\theta b^3 + b^6}^2}$. c'est-à-dire

que les forces centrales ou pesanteurs ici requises $f$, $\phi$, des corps $C$, $K$, y devroient être entr'elles comme les termes qui leur répondent dans cette Analogie.

Voi-

*Voilà pour les trois Exemples de la Proposition générale, voici présentement pour les Regles qui ont été déduites de cette Proposition.*

IV. Les hypothêses $u=t^n$, $v=\theta^v$, de la premiére Regle des mouvemens précédens, donnant $du=nt^{n-1}dt$, & $dv=v\theta^{v-1}d\theta$, l'on y aura

$$\frac{du}{dt}=nt^{n-1}=\frac{nu}{t}=nu^{\frac{n-1}{n}} \ \& \ \frac{dv}{d\theta}=v\theta^{v-1}=\frac{vv}{\theta}=vv^{\frac{v-1}{v}}.$$

Donc,

1°. Suivant la premiére des deux précédentes Regles des forces ou pesanteurs cherchées, ces forces ou pesanteurs seront ici $f=t^{n-1}=\frac{u}{t}=u^{\frac{n-1}{n}}$ pour le corps $C$, & $f=\theta^{v-1}=\frac{v}{\theta}=v^{\frac{v-1}{v}}$ pour le corps $K$: c'est-à-dire que les forces centrales ou pesanteurs $f$, $\phi$, de chacun de ces corps dans la Regle 1. des mouvemens précédens, suivront la raison des grandeurs ici correspondantes.

2°. Suivant la seconde des deux précédentes Regles des forces ou pesanteurs cherchées, l'on aura pareillement ici $f.\phi::mnt^{n-1}.\mu v\theta^{v-1}::\frac{mnu}{t}.\frac{\mu vv}{\theta}::mnu^{\frac{n-1}{n}}.\mu vv^{\frac{v-1}{v}}$. c'est-à-dire que les forces vives ou pesanteurs $f$, $\phi$, des corps $C$, $K$, dans la premiére Regle des mouvemens précédens, seront entr'elles comme les termes qui leur répondent dans ces Analogies.

2°. Voi-

3°. Voilà en général pour cette première Regle des mouvemens. Soit presentement en particulier $n=1$, $\nu=1$, dans les nomb. 1. & 2. du present art. 4. ainsi que dans l'hypothêse de *Galilée* sur la pesanteur. Le nomb. 1. donnera $f=1$, $\varphi=1$; & le nomb. 2. donnera de même $f. \varphi :: m. \mu.$ c'est à dire les pesanteurs $f$, $\varphi$, des corps $C$, $K$, constantes, & entr'elles comme les masses de ces corps. Et ainsi de toutes les autres valeurs arbitraires de $n$, $\nu$, qu'on peut supposer à l'infini.

V. Les hypothêses de $u=V+t^n$, $v=U+\theta^\nu$, de la seconde Regle des mouvemens précédens, donnant encore $du=nt^{n-1}dt$, & $dv=\nu\theta^{\nu-1}d\theta$ comme celles de la Reg. 1. art. 4. l'on aura dans ces hypothêses $\frac{du}{dt}=nt^{n-1}=\frac{nu-nV}{t}$ $=n\times\overline{u-V}^{\frac{n-1}{n}}$, & $\frac{dv}{d\theta}=\nu\theta^{\nu-1}=\frac{\nu v-\nu U}{\theta}=$ $=\nu\times\overline{v-U}^{\frac{\nu-1}{\nu}}$. Donc,

1°. Suivant la premiére des deux précedentes Regles des forces ou pesanteurs cherchées, ces forces ou pesanteurs seront ici $f=t^{n-1}=\frac{u-V}{t}=\overline{u-V}^{\frac{n-1}{n}}$ pour le corps $C$, & $\varphi=\theta^{\nu-1}=\frac{v-U}{\theta}=\overline{v-U}^{\frac{\nu-1}{\nu}}$ pour le corps $K$: c'est à dire que les forces centrales ou pesanteurs $f$, $\varphi$, propres à donner à chacun de ces corps les vitesses supposées dans la Regle 2. des mouvemens précédens, doivent suivre chacune dans chacun d'eux, la raison de la grandeur qu'on lui voit ici correspondante.

2°. Sui-

2°. Suivant la feconde des deux précédentes Regles des forces ou pefanteurs cherchées, l'on aura pareillement $f. \varphi :: mnt^{n-1}. \mu v \theta^{v-1} :: \frac{mnu - mnV}{t}. \frac{\mu v v - \mu v U}{\theta} :: mn \times \overline{u - V}^{n-1} \frac{}{t}. \mu v \times \overline{v - U}^{v-1} \frac{}{v}$. c'eft à dire que dans la Regle 2. des mouvemens précédens, les forces ou pefanteurs $f$, $\varphi$, des corps $C$, $K$, propres à leur donner les viteffes fuppofées dans cette Regle, devroient toûjours être entr'elles comme les termes qui leur correfpondent dans ces Analogies.

3°. Voilà pour le général de cette feconde Regle en mouvemens précédens. Soient prefentement en particulier $n = 1$, $v = 1$, dans les nomb. 1. & 2. du prefent art. 5. ainfi que dans l'hypothêfe de *Galilée* fur la pefanteur. Le nomb. 1. donnera ici $f = 1$, $\varphi = 1$; & le nomb. 2. donnera de même $f. \varphi :: m. \mu$. c'eft à dire encore les pefanteurs $f$, $\varphi$, des corps $C$, $K$, ici conftantes, & entr'elles comme les maffes de ces corps, ainfi que (*art.* 4. *nomb.* 3. dans la Regle 1. des mouvemens précedens. Et de même de toutes les autres valeurs arbitraires de $n$, $v$, qu'on peut fuppofer à l'infini.

VI. Les hypothêfes $u = \overline{y + t}^{n}$, $v = \overline{z + \theta}^{v}$, de la Regle 3. des mouvemens précédens, en y prenant $y$, $z$, pour les temps qu'il y faudroit pour aquerir les viteffes initiales $V$, $U$, fi elles commençoient à zero: ces hypothêfes, dis-je, donnant $du = \overline{ndy + ndt} \times \overline{y + t}^{n-1}$, & $dv = \overline{vdz + vd\theta} \times \overline{z + \theta}^{v-1}$; ou $du = 2ndt \times \overline{y + t}^{n-1}$,

& $dv = 2v\,d\theta \times \overline{z+\theta}^{\,v-1}$, à cauſe que dans cette Regle 3. on ſuppoſe $dy = dt$, & $dz = d\theta$; l'on y aura $\frac{du}{dt} = 2n \times \overline{y+t}^{\,n-1} = 2nu^{\frac{n-1}{n}}$, & de même $\frac{dv}{d\theta} = 2v \times \overline{z+\theta}^{\,v-1} = 2vv^{\frac{v-1}{v}}$, à cauſe que les hypothêſes précédentes donnent $u^{\frac{1}{n}} = y+t$, & $v^{\frac{1}{v}} = z+\theta$. Donc,

1°. Suivant la premiére des deux Regles des forces ou peſanteurs cherchées, l'on aura en général $f = u^{\frac{n-1}{n}}$ pour le corps $C$, & $\varphi = v^{\frac{v-1}{v}}$ pour le corps $K$, dans les hypothêſes de la Regle 3. des mouvemens précédens.

2°. La ſeconde des précédentes Regles des forces cherchées, donnera auſſi en général dans ces mêmes hypothêſes pour ces deux corps enſemble $f.\varphi :: mnu^{\frac{n-1}{n}} . \mu v v^{\frac{v-1}{v}}$.

3°. Il ſuit en particulier de ces deux nomb. 1. & 2. que ſi l'on y fait $n=1$, & $v=1$, le premier donnera $f=1$, $\varphi=1$; & le ſecond, $f.\varphi :: m.\mu$. c'eſt à dire encore, les forces ou peſanteurs $f$, $\varphi$, des corps $C$, $K$, conſtantes, & entr'elles comme les maſſes de ces corps, ainſi que (*art.* 4. & 5. *nomb.* 3.) dans les Reg. 1. & 2. des mouvemens précédens.

VII. Les hypothêſes $u = \frac{V}{D^n} \times \overline{D-t}^{\,n}$, $v = \frac{U}{\Delta^v} \times \overline{\Delta-\theta}^{\,v}$, des Regles 4. 5. & 6. dans leſquel-

les

les les seules $u$, $v$, $t$, $\theta$, sont variables, donnant $\frac{du}{dt} = \frac{-nV}{D^n} \times \overline{D-t}^{\,n-1} = \frac{-nu}{D-t}$, & $\frac{dv}{d\theta} = \frac{-\nu U}{\Delta^\nu} \times \overline{\Delta-\theta}^{\,\nu-1} = \frac{-\nu v}{\Delta-\theta}$.

1°. Suivant la premiére des deux Regles des forces ou pesanteurs cherchées, l'on aura ici encore en général $f = -\overline{D-t}^{\,n-1} = \frac{-u}{D-t}$ pour la force cherchée ou la pesanteur du corps $C$, & $\varphi = -\overline{\Delta-\theta}^{\,\nu-1} = \frac{-v}{\Delta-\theta}$ pour celle du corps $K$.

2°. Et la seconde de ces Regles donnera aussi en général pour les forces ou pesanteurs de ces deux comparées ensemble, $f.\varphi :: \frac{-mnV}{D^n} \times \overline{D-t}^{\,n-1} . \frac{-\mu\nu U}{\Delta^\nu} \times \overline{\Delta-\theta}^{\,\nu-1} :: \frac{-mnu}{D-t} . \frac{-\mu\nu v}{\Delta-\theta}$.

3°. Il suit en particulier de ces deux nomb. 1. & 2. que si l'on y fait $n=1$, $\nu=1$, le premier donnera $f=-1$, $\varphi=-1$; & le second, $f.\varphi :: \frac{-mV}{D} . -\frac{\mu V}{\Delta} :: mV \times \Delta . \mu U \times D$. c'est à dire encore les pesanteurs $f$, $\varphi$, des corps $C$, $K$, constantes, ainsi que ci-dessus dans les nomb. 3. des art. 4. 5. & 6. mais ici entr'elles comme les termes correspondans de ces Analogies.

VIII. Les hypothêses $u = t^n$, $v = \frac{U}{\Delta^v} \times \overline{\Delta - \theta}^{\,v}$ des Regles 7. 8. & 9. des mouvemens précédens donneront,

1°. Par les nomb. 1. des art. 4. & 7. $f = t^{n-1} = \frac{u}{t} = u^{\frac{n-1}{n}}$ pour la force ou pesanteur cherchée du corps $C$, & $\varphi = -\overline{\Delta - \theta}^{\,v-1} = \frac{-v}{\Delta - \theta}$ pour celle du corps $K$, dans ces hypothêses.

2°. Par les nomb. 2. des mêmes art. 4. & 7. l'on aura aussi $f . \varphi :: \frac{mnu}{t} . \frac{-\mu v v}{\Delta - \theta}$. pour Regle générale de comparaison de ces forces ou pesanteurs entr'elles.

IX. Les hypothêses $u = t^n$, $v = 1$, de la Regle 10. donneront seulement (*art.* 4. *nomb.* 1.) $f = t^{n-1} = \frac{u}{t} = u^{\frac{n-1}{n}}$, pour le corps $C$; & $\varphi = o$ pour le corps $K$, la force variatrice ($\varphi$) du mouvement du corps $K$, étant ici rendue nulle par l'uniformité supposée de ce mouvement. Ceci, dis-je, résulte de l'article 4. en ce que cet article 4. donnant $\varphi = v\,\theta^{v-1} = \frac{v v}{\theta} = v\,v^{\frac{n-1}{u}}$ dans l'hypothêse de $v = t v$, qui pour se changer ici en $v = 1$, éxige $v = o$, il doit aussi donner ici $\varphi = o$.

Quant à la force instantanée, par exemple de pro-

projection, qui dès le premier instant, & sans aucune repetition ou addition de vîtesse, donne au corps $K$ toute celle qu'on lui suppose uniforme, on voit dans les Mémoires de 1706. pag. 299. qu'elle est incomparable avec la variatrice continue $f$, y étant démontrée infinie par raport à cette variatrice ou force centrale.

X. Les hypothêses $u = \frac{V}{D^n} \times \overline{D-t}^n$, $v = 1$, des Regles 11. 12. & 13. donneront seulement aussi (*art.* 7. *nomb.* 1.) $f = -\overline{D-t}^{n-1} = \frac{-u}{D-t}$, pour le corps $C$; & encore $\varphi = o$ pour le corps $K$, ainsi que dans le précédent art. 9. & pour la même raison.

XI. Les hypothêses de $u = V + t^n$, $v = 1$, de la quatorziéme Regle qui se trouve dans la Remarque 3. qui suit la Regle 13. donneront aussi seulement (*art.* 5. *nomb.* 1. $f = t^{n-1} = \frac{u-V}{t} = \overline{u-V}^{\frac{n-1}{n}}$, pour le corps $C$; & encore $\varphi = o$ pour le corps $K$, comme dans les précédens art. 9. 10. & encore pour la même raison que dans ces articles.

XII. Les hypothêses de $u = \overline{y+t}^n$, $v = 1$, de la quinziéme Regle qui se trouve encore dans la précédente Remarque 3. donne-

ront seulement aussi (*art. 6. nomb.* 1.) $f = \frac{n-1}{un}$ pour le corps $C$ ; & $\varphi = o$ pour le corps $K$, & ceci encore pour la même raison que dans les précédens art. 9. 10. & 11,

*Voilà quelles doivent être les forces ou pesanteurs propres à produire les mouvemens des exemples & des Regles précédentes ; ce qui est tout ce qui restoit ici à chercher. Et de-là on voit assez comment on pourroit trouver de même ces sortes de forces ou de pesanteurs pour toute autre hypothêse de mouvemens ou de vitesses quelconques.*

*Au reste il est visible que dans tout ceci on ne fait aucune attention aux résistances des milieux où les corps se meuvent, & qu'on y néglige à l'ordinaire ces résistances comme si ces milieux n'en avoient aucune. Mais on en traitera dans un autre Mémoire où l'on donnera une Regle générale des mouvemens quelconques faits dans des milieux qui leur résistent en raison aussi quelconque.*

O B-

# OBSERVATIONS SUR LE SUC NOURRICIER DES PLANTES.

Par M. Reneaume.

*TOUS les Botanistes qui ont anatomisé les Plantes avec exactitude, trouvent une grande analogie entr'elles & les animaux: elles ont des parties à peu près de même structure, des fonctions & des maladies assez semblables, & les vaisseaux qui constituent l'essence du corps organisé, sont destinez dans les Plantes & dans les animaux à des usages qui ont beaucoup de rapport ensemble; à la circulation près, qu'on n'a pû encore démontrer dans les Plantes, quoique plusieurs Auteurs ayent tâché de la persuader. Pour suivre cette analogie je donnai en 1699 un Memoire † contenant l'observation suivante, qui ne fut point imprimé pour lors, & qui se lie naturellement avec celles du present Memoire.

Les Plantes, aussi-bien que les animaux, font une déperdition de substance en deux manieres differentes; sçavoir par la transpiration sensible, & par l'insensible. La derniere se remarque assez, lorsqu'en Eté pendant les grandes chaleurs & sur la fin du jour, des Plantes qui étoient le matin en bon état, droites & vives, sont af-



* 28 Juin 1707.

† *Reg. de l'Academie 27. Juin 1699.*

faissées, paroissent à demi flétries, & se penchent vers la surface de la terre : à peu près comme les animaux & les hommes mêmes, qui fatiguez de la dissipation que cause pendant les brûlantes chaleurs de l'Eté une trop grande transpiration, paroissent foibles & languissans.

A l'égard de la transpiration sensible, ce qu'on auroit peine à croire, il a été moins facile de se la persuader. J'entends par transpiration sensible l'évacuation qui se fait par les pores des feuilles des Plantes, d'une matiere trop grossiere pour s'exhaler & s'évaporer sur le champ. Les premieres fois que je l'ai remarquée, je crûs d'abord que ce que j'appercevois d'humide sur les feuilles de quelques arbres, étoit quelques restes de la rosée, & ce n'a été que par plusieurs observations réiterées que je me suis convaincu du contraire : car j'y remarquai, 1e. Que cette humidité étoit onctueuse, gluante & douce. 2e. Qu'elle se trouvoit en plus grande quantité sur les feuilles exposées au Soleil, que sur celles qui étoient à l'ombre. 3°. Ces feuilles paroissoient luisantes en plusieurs endroits, par mouchetures, tantôt comme de petits points sans nombre, tantôt par espaces d'une ligne de diametre, quelquefois plus ; ayant trouvé des feuilles entiérement couvertes de cette humidité sur le dessus, c'est-à dire cette partie lisse de la feuille qui regarde le Ciel, & qui en est la partie interne, lorsque les boutons ne sont pas encore épanouïs. 4°. La nuit & le matin, surtout avant le lever du Soleil, on n'apperçoit aucun vestige de cette matiere sur les feuilles des Plantes ; & il y a lieu de croire que comme c'est une espece de manne, elle se liquefie par l'humidité, & qu'elle est enlevée & diffi-

dissipée par la vertu déterfive de la rosée ; à peu près de même que le sont les autres matieres sulphureuses, qui attachées à la surface des corps, y causent des inégalitez & empêchent que ces mêmes corps ne reflechissent assez de lumiere pour paroître blancs : car c'est en exposant à la rosée les linges, la cire, le suif & l'yvoire qu'on les blanchit. 5°. Enfin j'ai plusieurs fois observé des abeilles ramassant cette matiere sur les feuilles des arbres, elles s'en chargent de même qu'elles le font de la matiere qu'elles ramassent dans le fond des fleurs, qui est d'une même nature, & qui se trouve répandue sur les surfaces internes du fond de la fleur ; ce qui fait qu'en la ramassant elles ne gâtent point les fleurs. Et c'est la raison pour laquelle le miel, comme l'a remarqué *Pline* *, retient le goût des Plantes sur lesquelles il a été ramassé ; & que dans certains endroits il est exquis, dans d'autres il est mediocre, & dans d'autres très-pernicieux.

Cette manne se rencontre en grande quantité sur les arbres suivans : *Acer montanum candidum.* C. B. Pin. *Acer campestre & minus.* C. B. P. & *Tilia fœmina folio majore.* C. B. P. & *Tilia fœmina folio minore.* C. B. P. J'en ai trouvé sur une infinité d'autres, dont le dénombrement seroit ennuyeux. J'en ai trouvé même sur plusieurs Plantes, & il n'y a guere de fleurs qui n'en contienne une bonne quantité : c'est dont tout le monde peut s'assurer, en suçant le fond du tuyau de la plûpart des fleurs d'une seule piece, comme celle du Jasmin, &c. Entre les fleurs celle de la grande Centaurée en est le plus abondamment chargée ; car lors même qu'elle n'est pas encore épanouie, si l'on

Q 5 presse

* *L.* 2. *c.* 13.

presse les écailles de son calice, il en sort plusieurs gouttes fort considerables, d'une eau très-limpide, un peu gluante, & d'une douceur fort agreable au goût, qui n'est autre chose que la manne détrempée par l'humidité de la rosée.

Si les arbres dont j'ai parlé en produisoient une assez grande quantité, on en pourroit faire usage; car ayant détrempé beaucoup de feuilles qui en étoient chargées dans de l'eau, & ayant passé cette eau, j'en bus, & je trouvai qu'elle étoit purgative. La saveur de cette manne est d'un doux plus agréable que la manne de *Calabre*, & approche fort du sucre. On ne peut douter que cette manne ne soit la partie la plus exaltée & la plus travaillée du suc nourricier des Plantes, qui lorsque la masse des liqueurs vient à être rarefiée par la chaleur, est poussé jusqu'aux extremitez des branches, & contraint de sortir par les pores des feuilles qui sont moins serrez que ceux des autres parties. C'est ce que l'on voit tous les jours très-évidemment en *Calabre*, dont la manne n'est autre chose que le suc nourricier du Frêne sauvage extravasé, ainsi que l'ont prouvé * *Angelus Palea*, & *Bartholomæus ab Urbe Veteri*, dont les observations ont été réiterées par † *Donatus Antonius ab Altomari*, ausquelles on peut joindre celle-ci, qui prouve clairement la verité qu'ils avoient avancée. Ajoûtons à cela que suivant l'analyse faite par feu M. *Bourdelin*, le suc de l'Erable, qui est un des arbres qui est le plus chargé en ce païs de cette manne, tient un milieu entre la manne & le sucre, approchant neanmoins plus du sucre:

* *Comm. in Mesuam Can.* 2. *c.* 8.
† *Lib. de Mannæ differentiis ac viribus, &c.*

fucre ; auſſi ſe ſert-on en *Canada* du ſuc de cet arbre pour en faire une eſpece de ſucre, & M. *Geoffroy* a apporté à l'Academie de ce ſucre.

Un de mes amis qui demeuroit à *Grenoble*, m'entretenant dans ſes Lettres des prétenduës merveilles de *Dauphiné*, me parla de la manne de *Briançon*. Il eut beſoin de ce que je viens de dire pour ſe perſuader que la manne n'étoit qu'une concretion du ſuc nourricier des arbres extravaſé. Il m'apprit qu'on en trouvoit ſur la plûpart des arbres de ce païs, & entr'autres ſur les Noyers, quoique quelques Auteurs ayent aſſuré qu'elle ne ſe trouvoit que ſur le *Larix*. Il ajoûtoit que les habitans de cette Province craignoient fort les années abondantes en manne pour ces arbres, parcequ'ils ont obſervé que les Noyers qui s'en trouvent le plus chargez, ſont ſujets à en mourir. Il y a lieu de penſer que la grande diſſipation du ſuc nourricier qui ſe fait, jointe à l'inſenſible tranſpiration qui dans cette occaſion doit être très-grande, eſt la cauſe de leur perte : car il faut une grande rarefaction pour que le ſuc nourricier ſoit contraint de ſortir de ſes vaiſſeaux. C'eſt ce qui fait que la manne ſe trouve en plus ou moins grande quantité, ſuivant que la chaleur eſt plus ou moins grande.

Puiſqu'il ſe trouve de la manne ſur tant d'arbres differens, on peut croire que ce qui a donné lieu à l'erreur des Anciens, ç'a été qu'ils ont cru que ſe trouvant ainſi preſque indifferemment ſur tant d'arbres differens, c'étoit une choſe étrangere à ces arbres, dont ils ont rapporté l'origine à la roſée, & c'eſt pour cela qu'ils l'ont appellée miel Aërien.

On ne s'étonnera pas que cette éxudation de ſuc cauſée par la rarefaction, occaſionne la perte de ces Noyers dont je viens de parler, ſi l'on conſidere la grande quantité de liqueur dont cet arbre a beſoin pour ſa nourriture, celle qui eſt employée à la nourriture de ſes fruits exterieurement charnus & ſi nombreux. Il ſemble auſſi que tout contribuë à ménager ſon ſuc; car ſon écorce dure & ſerrée, le tiſſu ferme de ſes feuilles ne laiſſent preſque rien échaper: de plus il y a très-peu d'inſectes qui l'attaquent, comme ils font la plûpart des autres arbres, auſquels leur piqueure cauſe differentes tumeurs, qui conſument une partie aſſez conſiderable du ſuc nourricier; & je ne connois qu'une eſpece de puceron qui fait quelques legeres playes à ſes feuilles en y dépoſant ſes œufs; ce qui ne lui cauſe aucune déperdition de ſubſtance. Peut-être que l'amertume de ſon ſuc & l'odeur forte en éloigne les autres: mais rien ne m'a mieux fait connoître la grande quantité de liqueur que cet arbre conſume, que l'obſervation ſuivante.

On avoit fait abbatre pluſieurs Noyers dans une de nos Maiſons de campagne, éloignée d'une portée de mouſquet de la Ville de *Blois*: un de ces arbres étoit planté dans un fond au-deſſous d'une petite côte: ſous ce lieu ſont des aqueducs qui conduiſent pluſieurs ſources au grand réſervoir de la Ville, qui ſe diſtribue enſuite à huit ou dix fontaines très-belles. Il reſtoit encore hors de terre environ quatre pouces du tronc de cet arbre que l'on avoit coupé: je fus fort ſurpris au Printems de voir que ce reſte jetta une telle quantité de liqueur, que d'abord la terre en fut imbibée & toute teinte: l'herbe y crut à l'entour beaucoup plus qu'à l'ordinaire

par

par espaces, selon que l'inégalité du terrain avoit fait couler cette liqueur. Le bout du tronc qui jettoit cette eau étoit couvert d'une écume rougeâtre sale, comme si la liqueur avoit actuellement fermenté, & toute la liqueur retenoit cette couleur. Toute la partie ligneuse de ce tronc en étoit si humectée, que je doutai pour lors si les seuls vaisseaux qui portent le suc nourricier la fournissoient, ou si elle ne se filtroit point au travers des fibres ligneuses. L'envie de raisonner me fit examiner si ce ne pouvoit point être l'eau de ces sources qui passoit par les racines de cet arbre comme par un filtre: mais l'éloignement des eaux soûterraines, qui est de plus de dix-huit pieds, me fit perdre cette pensée. Tous les environs de ce lieu étoient remplis d'une odeur vineuse, si forte qu'on avoit peine à la sentir long-temps, sans que la tête en fut incommodée. Cette liqueur continua de couler pendant tout le temps des deux séves jusqu'à la fin de l'Eté: elle changea ensuite de couleur & devint noirâtre, à peu près semblable à la couleur que donne l'envelope charnue des noix lorsqu'elle se pourrit, & dont quelques Teinturiers se servent. Cette liqueur ne coula plus si abondamment sur la fin. Cet écoulement fut reïteré pendant plus de trois années consecutives, sans que ce reste de tronc ait poussé aucuns sions ou rejettons.

De cette observation on peut tirer les consequences suivantes. 1°. Que la racine dans les Plantes, leur tient lieu des parties renfermées dans le ventre de l'animal qui sont destinées à la nutrition, puisque c'est elle qui reçoit la nourriture, qui la prépare, la digere, l'altere, & la change en suc nourricier, pour être ensuite di-

ſtribuée à toutes les parties. L'odeur, la couleur & même la ſaveur, marquent combien l'alteration que les ſucs ſouffrent dans la racine eſt conſiderable ; ainſi on peut dire qu'elle contient le principe de la vegetation.

2°. Que le tronc & les branches des arbres ont quelque rapport avec les membres exterieurs de l'animal, ſans leſquels il peut bien ſubſiſter, quoique quelquefois leur pourriture & mortification cauſe ſa perte entiere ; les rejets que pouſſent les troncs coupez en ſont une preuve aſſez convaincante.

3°. Que c'eſt avec raiſon que les Païſans en taillant & émondant les arbres, abbatant des fuſtayes que l'on veut laiſſer revenir, couvrent de terre ou de bouë les playes des arbres & les reſtes des troncs coupez, puiſque par ce moyen ils empêchent qu'il ne leur arrive de pareils écoulemens qui les rendroient inutiles, & les mettroient hors d'état de pouſſer de nouveaux ſions. J'ai ſouvent interrogé les Païſans ſur ce ſujet, ſans en recevoir aucune raiſon qui pût m'inſtruire. On peut conjecturer neanmoins que les premiers qui ont mis cette pratique en uſage, étoient conduits par quelqu'un qui avoit pû obſerver quelque choſe de ſemblable à ce que j'ai rapporté.

4°. C'eſt par cette même raiſon que l'on fait une eſpece d'appareil aux playes des arbres que l'on a entez ou greffez, ſous lequel le ſuc nourricier montant en abondance au Printems, ſe trouve reſſerré & contraint. & eſt obligé d'enfiler les vaiſſeaux de la greffe qu'il trouve ouverts ; & fait outre cela par ſon épaiſſiſſement une eſpece de cicatrice, dont les bords ſe gonflant peu à peu viennent enfin à recouvrir entierement la playe.

5. Lorſ-

5°. Lorsque la branche d'un arbre est à demi rompuë, & que l'écorce n'en est point entierement separée, si on la rapproche & que l'on y fasse un appareil capable d'arrêter la féve, propre à la défendre des approches de l'air qui pourroit en dessecher l'humidité, ou y causer quelque alteration, comme aux playes des animaux dont il est le plus dangereux ennemi; la branche reprend facilement, & se réünit. C'est dont l'experience m'a souvent convaincu.

6°. Que ce n'étoit nullement la partie ligneuse qui restoit de ce tronc d'arbre coupé, qui filtroit la liqueur dont il a été parlé; mais que cet arbre qui étoit planté dans un terrain inégal ayant suivi le parellelisme que M. *Dodart* a si ingenieusement observé, il fut coupé suivant ce plan, & non pas de niveau; de sorte que les vaisseaux qui étoient du côté haut du terrain se répondant sur la surface, abreuvoient la partie ligneuse déja échauffée par le Soleil, & causoient par ce moyen le bouillonnement & l'écume.

7°. Delà on peut inferer que les blessures des arbres dans leur partie ligneuse sont peu considerables, & infiniment moins dangereuses que celles de l'écorce, laquelle contient & envelope en soi les vaisseaux qui servent à porter le suc nourricier dans toutes les parties de l'arbre; & l'on voit assez le peu de danger qu'il y a de blesser la partie ligneuse d'un arbre par l'exemple des arbres creux, dans lesquels elle est presque toute cariée, comme dans les vieux Chesnes & dans les Saules, qui se trouvent assez souvent presque tous cariez, ne restant de fibres ligneuses qu'autant qu'il en faut pour soûtenir l'écorce, le reste par la carie se change en une ma-

tiere

terreuſe & noirâtre très-excellente, & d'un grand uſage chez les Jardiniers pour élever certains arbriſſeaux.

8°. On peut conjecturer que la veritable cauſe de la perte de ces Noyers de *Dauphiné*, dont il a été parlé au commencement; ce ſeroit que la violente rarefaction du ſuc nourricier dans les vaiſſeaux de ces arbres, lors de ces années abondantes en manne, feroit une rupture & un déchirement de leurs vaiſſeaux: comme dans les hemorrhagies des animaux, qui leur occaſionneroit une déperdition de ſubſtance conſiderable. Et l'on pourroit comparer la maladie de ces arbres, aux épuiſemens que cauſent les hemorrhagies abondantes, & leurs ſueurs qui les ſuivent, qui jettent l'animal dans une langueur, & un abbatement qui le conſument peu à peu.

Enfin de ces obſervations on en peut tirer cette conſequence, que le ſuc nourricier des Plantes, auſſi bien que le ſang de l'animal, demande une eſpece d'économie; auſſi arrive-t-il que les arbres trop fertiles, & qui à proportion de leur grandeur en dépenſent le plus, quoiqu'ils ne l'emploient qu'à leurs fonctions ordinaires, ſont de moindre durée que les autres.

La vigne, par exemple, eſt de cette nature, & on ne la taille pas ſeulement pour lui faire pouſſer du bois en plus grande quantité, mais auſſi afin qu'elle ne porte point trop de fruit, comme il arrive aux ſeps qui n'ont point été taillez, que l'on réſerve pour coucher dans les foſſes (c'eſt une maniére de multiplier la vigne) loſſqu'on a oublié à les coucher ou couder. Car l'année ſuivante ces brins portent une quan-

tité

tité de fruit très-considerable ; ce qui fait que quand on neglige deux ou trois ans à la tailler, elle déperit & se perd entierement par la grande consumation qu'elle fait de son suc nourricier pour la production & la nourriture de tout ce fruit. Je ne parle ici que des vignes basses, telles que sont celles de la *Champagne*, la *Bourgogne*, l'*Orleanois*, & celles qui sont le long du cours de la *Loire*, qui se cultivent d'une maniere toute differente des vignes hautes d'*Italie*, de *Dauphiné*, &c.

Ce que je viens de dire n'est que trop connu des Païsans qui cultivent la vigne, entre lesquels il y en a qui lorsqu'ils ont des vignes à ferme, ne manquent guere d'en abuser sur les dernieres années de leurs baux, ou en negligeant de la tailler, ou en la taillant trop longue (ce qu'ils appellent entr'eux tirer au vin) afin d'avoir une recolte plus abondante, & par ce moyen ils la ruïnent entierement ; ce qui oblige dans les païs de vignobles la plus grande partie des Proprietaires à faire valoir leurs vignes par leurs mains. Il faut que cette friponnerie ne soit pas nouvelle, puisque l'on trouve dans le Digeste une Loi qui la défend expressément sous des peines rigoureuses.

Il y a peu de gens qui ignorent que lorsque la vigne a été taillée, elle répand par les extrémitez des parties coupées une quantité de liqueur assez considerable (c'est ce que l'on entend quand on dit que la vigne pleure) mais peu de gens savent l'usage de cet écoulement. Les Dames se servent de cette liqueur pour ôter les taches de rousseurs. Quelques gens en ont fait un usage qui ne regarde point mon sujet. On peut seulement remarquer en passant que la

plû-

plûpart des larmes miraculeuſes ſont arrivées à peu près dans le temps de cet écoulement.

Cette liqueur n'eſt point tout à fait inſipide, elle a ſeulement une ſaveur aigrelette peu ſenſible : elle eſt plus fluide & moins travaillée que le ſuc nourricier ordinaire ; & venant peu à peu à s'épaiſſir, elle referme & cicatriſe les vaiſſeaux ouverts, à peu près de la même maniere qu'il arrive aux playes des animaux, que le ſang réunit ſans autre ſecours ; & ces canaux des parties amputées de la vigne ainſi fermez, le ſuc nourricier qui monte en plus grande abondance, étant pouſſé ſucceſſivement par celui qui le ſuit, eſt contraint d'enfiler la route des boutons, contre leſquels toutes ſes parties qui ſont autant de petits coins faiſant effort, elles les étendent & les developent.

L'uſage de cet écoulement eſt donc, ce me ſemble, de dépurer ce ſuc & de le déphlegmer : devenant enſuite plus épais, il ſe digere pour donner à la plante une nourriture plus ſolide & plus conſiſtante ; autrement ce ſuc qui dans ce temps-là ſe trouve chargé de beaucoup d'acides, comme le goût des Capreoles ou Fourchettes, & même celui du fruit le montre, leſquels ſe trouvant noyez & trop écartez dans une trop grande quantité de liqueur, n'auroient preſque pas d'effet, & ne pourroient agir ſur les ſouffres qu'ils exaltent & dévelopent, pour donner aux fruits le goût doux & la couleur agreable qu'ils ont dans leur maturité, lorſqu'ils ſont aſſez dévelopez pour embarraſſer la pointe de ces mêmes aigres. Une preuve très-plauſible de cela, c'eſt que les fruits de la vigne qui n'eſt point taillée, ne ſont jamais ni ſi beaux ni ſi mûrs, quoiqu'en plus grand nombre : ils ne meu-

meuriffent même qu'avec peine, & plus tard que les autres.

Il arrive quelque chofe d'affez femblable à plufieurs autres Plantes; mais on le remarque plus fenfiblement dans la plûpart des Plantes qui tracent, dont le fruit ne meurit point fi on les laiffe ramper par leurs rejettons; ce qui fait que lorfqu'on en veut avoir de la graine, on eft obligé de les châtrer, & telles font la Pervanche, la Colocafe, l'Epimedium, &c. Le trop de fleurs & de fruits dont les Plantes font chargées, fait qu'ils ne parviennent point en maturité. Il en eft de même des Fraifes, des Melons, des Courges & des Citrouilles, lorfqu'on en veut tirer des fruits plus gros & mieux nourris, on les cultive foigneufement, & on les empêche de tracer & de dépenfer, pour ainfi dire, une portion confiderable de leur fuc nourricier en rejettons, defquels les fleurs & les fruits en confumeroient la meilleure partie, & la déroberoient ainfi aux premiers.

Dans les arbres qu'on ne taille point ordinairement, cette dépuration fe compenfe par deux moyens. Le premier eft une tranfpiration infenfible plus abondante: l'autre eft le long chemin que ce fuc eft obligé de parcourir pour parvenir de la racine à l'extrémité des branches. Auffi leurs boutons s'épanouïffent plus tard, & ce retardement fert à l'épaiffiffement neceffaire du fuc nourricier, & j'ai obfervé plufieurs fois que le fuc des branches nouvelles eft un peu gluant, & même fouvent laicteux; ce qui prouve fuffifamment ce que j'ai avancé ci-deffus, qu'il eft befoin que ce fuc s'épaiffiffe pour donner une nourriture plus folide.

Enfin l'on croiroit à examiner de près la ve-

ge-

getation, que la nature agit par secousses; car on trouve dans un temps tout en mouvement, dans un autre tout est tranquile, & dans le temps même qu'elle agit avec plus de force pour la digestion & préparation des sucs, elle nous paroît oisive. Il semble, par exemple, qu'elle se propose deux termes dans la vegetation, dont le premier est la production des feuilles, des branches nouvelles, des fleurs & des embryons du fruit; car c'est l'effet de son premier mouvement, qui est le plus prompt, le plus vif & le plus sensible. L'autre est l'accroissement des fruits, leur maturité, & celle de leurs semences; & l'on voit que la séve est bien plus abondante & roule dans les vaisseaux d'un mouvement plus précipité dans le Printemps que dans le milieu de l'Eté, qui sont les deux temps où la séve est plus abondante, & dans un plus grand mouvement que dans toute autre saison, ce qui fait distinguer ces deux temps par les Jardiniers qui leur donnent le nom de premiere & seconde séve.

On diroit qu'il y a une espece de repos entre l'une & l'autre séve : tout est néanmoins en mouvement, mais c'est un mouvement doux & lent, pendant lequel les sucs se digerent plus parfaitement, & souffrent differentes alterations dans toutes les parties de l'arbre, tant par l'action de l'air qui les pénétre, que par le mélange de la rosée dont les feuilles s'abreuvent & s'imbibent, ausquels se joint l'action du Soleil, qui par sa chaleur rafine ces sucs, & leur donne le dernier degré de perfection & de maturité.

Pour peu que l'on blesse l'écorce des arbres dans le temps de la séve, on apperçoit que ses vais-

vaiſſeaux ſont fort pleins de ſuc ; & c'eſt ce qui fait que dans ce temps ils ſe dépouillent ſi facilement de leur peau ou écorce. Le mouvement des liqueurs dans ces vaiſſeaux eſt ſi ſenſible en ce temps-là, qu'il y a pluſieurs arbres qui quand on les bleſſe jettent le ſuc fort abondamment. Car ſans parler de ceux qui fourniſſent la manne, la therebentine, les baumes, &c. M. *Marchand* a pluſieurs fois tiré de l'Erable une quantité de ſon ſuc ſuffiſante pour en faire l'Analyſe ; & c'eſt de ce ſuc que l'on tire en *Canada* que l'on fait le ſucre dont j'ai parlé ci-deſſus : ils s'en ſervent même en boiſſon.

Mais on ne remarque pas que le ſuc nourricier augmente les arbres, à proportion auſſi conſiderablement dans une ſaiſon que dans l'autre. Car dans la derniere ſeve les arbres croiſſent très-peu ; à la verité c'eſt que leur ſuc eſt retardé, comme je l'ai dit, par les préparations & alterations qu'il ſouffre dans les feuilles & dans les fruits, & c'eſt de ces préparations que dépendent la ſaveur & le goût des fruits ; & il paroît d'autant plus vrai-ſemblable que c'eſt dans ces parties que ſe font ces préparations, qu'il y a quelques arbres dans leſquels elles ont le même goût que le fruit, comme l'Epine vinette, & dans d'autres la couleur, comme dans certaines eſpeces de vignes, auſquelles le ſuc nourricier ne paroît avoir aucun raport, ni par ſon goût, ni par ſa couleur.

Ce n'eſt pas ſans fondement que j'ai avancé ci-deſſus que l'action de l'air ſervoit beaucoup à la préparation des ſucs ; car ſon action eſt ſi forte ſur les Plantes, que ſa preſence ou ſon abſence en change entierement le goût. On en a une preuve bien ſenſible dans la Chicorée ſauvage,

vage, le Piſſant-lit, & autres Plantes que l'on cultive l'Hyver dans les caves, ou que l'on couvre de ſable, leſquelles n'étant point expoſées à l'air paroiſſent toutes blanches, ayant ſeulement les extrémitez d'un jaune de ſouffre ou citron, de même que l'œil ou cœur des Plantes qui ne ſont point encore expoſées à l'air, au lieu d'un verd foncé qui eſt leur couleur ordinaire quand elles joüiſſent de l'air.

Il y a quelque temps que le coin d'un Jardin aiant été couvert & les murs tapiſſez pendant près de trois ſemaines, de maniére que la lumiere n'y pénétroit point les Plantes qui ſe trouverent par cette occaſion privées de l'air; ſavoir, une Vigne de muſcat, un Maronier d'*Inde*, & de la Vigne Vierge, &c. qui étoient plantées dans ce lieu: quand on découvrit cet endroit ſe trouverent toutes blanches, & en moins de trois jours l'air par ſon action leur rendit leur premiére couleur, excepté la Vigne Vierge qui aiant le plus ſouffert, prit une couleur rouge telle qu'elle l'a ſur la fin de l'Automne quand ſes feuilles commencent à tomber.

La même choſe arrive à la Laictue Romaine & à la Chicorée commune lorſqu'on les lie pour les faire blanchir; aux Cardons d'*Eſpagne* & aux feuilles d'Artichaud quand on les couvre, & par ce moyen ils perdent leur amertume inſupportable au goût. Le Celeri de même qui a un goût deſagreable devient doux.

Enfin pour ſe convaincre de l'uſage des feuilles dans la préparation des ſucs, qui doivent être employez à l'augmentation & à la nourriture des fruits, comme on le vient de dire, il n'y a

a qu'à se ressouvenir d'une observation assez connue, & que tout le monde peut faire. Lorsque les chenilles se sont jettées en grand nombre sur des arbres fruitiers, comme il arrive certaines années, elles en dévorent & consument toutes les feuilles, de sorte que ces arbres semblent morts; & j'ai vû de ces arbres après avoir fleuri, venant par cet accident à perdre leurs feuilles, ne produire que des avortons de fruits, sans cependant perir, & l'année suivante reproduire des fleurs & des fruits tout de nouveau. C'est ce que j'ai observé plusieurs fois sur differentes especes de Pommiers, & rien n'est plus commun dans les hayes sur l'Aube-épine. *Mespilus apii folio sylvestris C. B.* P. Car les Chenilles ne mangent point les embryons des fruits qui sont trop durs, puisque même elles ne consument pas toute la feuille, & c'est par la même raison que les Jardiniers craignent si fort que les Tigres ne se mettent à leurs Poiriers, particulierement à ceux de Bon-chrêtien, quoique ces insectes n'en attaquent que les feuilles.

# OBSERVATIONS

*De quelque Tache considerable dans les Satellites de Jupiter.*

PAR M. MARALDI.

*LE soir du 26 Mars de cette année 1707, ayant observé Jupiter avec une Lunete de



* 13. Juillet 1707.

34 pieds, nous remarquâmes une Tache considerable sur le disque de cette Planete. Nous commençâmes d'observer la Tache à 6 heures 50 minutes du soir, environ une demi-heure après le coucher du Soleil lorsqu'il faisoit encore jour. Elle avoit déja passé le milieu de Jupiter, & étoit environ aux trois quarts de son diametre, faisant par son extrémité meridionale la bande la plus Septentrionale des trois qui sont presentement dans Jupiter. Elle paroissoit ronde & noire comme paroissent pour l'ordinaire les ombres que les Satellites jettent sur Jupiter, ce qui nous fit penser d'abord qu'elle en pouvoit être une. Mais par la situation que les Satellites avoient alors à l'égard de Jupiter, & par leur theorie nous reconnûmes que cette Tache ne pouvoit pas être l'ombre d'aucun Satellite; car de trois qui paroissoient alors autour de Jupiter, & qui étoient le premier, le second & le troisiéme, il n'y avoit que le second qui fût dans la partie inferieure de son cercle, si éloigné de la conjonction, que son ombre ne pouvoit plus rencontrer Jupiter; & les Tables aussi-bien que l'observation de l'Eclipse du même Satellite que nous fîmes deux jours auparavant, montrent que l'ombre devoit être sortie de Jupiter six heures avant la premiere observation que nous fîmes de la Tache. Elle n'étoit pas non-plus l'ombre du quatriéme, comme nous le verifiâmes non-seulement par les observations que nous fîmes dans la suite, mais aussi par les Tables, suivant lesquelles le quatriéme Satellite devoit être proche de sa conjonction inferieure, à peu près au même endroit de Jupiter où l'on observoit la Tache; & comme les ombres après l'opposition de Jupiter avec le Soleil restent à l'Orient des Sa-

Satellites à l'égard de la Terre, celle du quatriéme ne devoit ſe trouver à l'endroit où nous obſervions la Tache que ſept heures après, ce que l'on trouve par la theorie du Satellite jointe à celle de Jupiter ; & ſi cette Tache avoit été l'ombre du quatriéme, on auroit dû voir en même temps le Satellite même éloigné de Jupiter près des deux de ſes diametres vers l'Occident, au lieu que par les obſervations que nous fîmes dans la ſuite il étoit alors dans Jupiter.

Nous reconnûmes auſſi dans la ſuite que cette Tache n'étoit pas une de celles qui ſont ſur la ſurface de Jupiter, & qui font leur révolution autour de ſon axe, parce qu'elle n'avoit pas les proprietez que l'on obſerve dans ces ſortes de Taches, qui ſont de diminuer de grandeur apparente, & de rallentir leur mouvement apparent à meſure qu'elles approchent du bord de Jupiter. Au contraire, autant qu'on peut s'en aſſûrer par les obſervations que nous fîmes, cette Tache avoit un mouvement égal, & parut toûjours également grande proche du bord de Jupiter, comme à l'endroit où nous commençâmes de l'obſerver.

On fut enfin perſuadé que la Tache étoit dans le Satellite, par la conformité qu'il y avoit dans la ſituation & dans le mouvement de la Tache & du Satellite ; car la Tache par ſon mouvement à l'Occident ſur le diſque de Jupiter friſa, comme nous avons dit, la bande Septentrionale qui ſe terminoit au bord de Jupiter au même endroit d'où nous vîmes ſortir le Satellite ; & quelques minutes après que la Tache commença de diſparoître au bord en ſortant de Jupiter, nous vîmes le Satellite qui en étoit auſſi ſorti.

Le peu d'intervalle de temps qui s'eſt paſſé entre le commencement de la ſortie de la Tache hors de Jupiter & la ſortie entiere du Satellite, peut venir de la difficulté de diſtinguer la Tache ſur le bord de Jupiter. Peut-être auſſi que cette difference de temps vient de la ſituation que la Tache avoit dans le Satellite; car ſi elle occupoit la partie Occidentale du diſque du Satellite, & ſi ſa partie claire reſtoit du côté d'Orient, la Tache devoit ſortir de Jupiter un peu de temps avant le Satellite, comme il eſt arrivé par l'obſervation, la Tache ayant commencé de ſortir au bord de Jupiter à 7 heures 49 minutes, & nous n'apperçûmes le Satellite fort petit qu'à 8 heures 6 minutes, lorſqu'il fut entierement ſorti & détaché du bord Oriental de Jupiter, y ayant eu un intervalle de 17 minutes de temps entre le commencement de la ſortie de la Tache, & la fin de la ſortie du Satellite du bord de Jupiter. Cet intervalle eſt aſſez conforme à celui qu'auroit employé le diametre entier du quatriéme Satellite à ſortir de Jupiter; de ſorte qu'il paroît que le bord précédent de la Tache & le bord ſuivant du Satellite en faiſoient le diametre entier, & qu'ainſi la Tache étoit dans le Satellite.

Nous obſervâmes une autre Tache conſiderable dans Jupiter le ſoir du quatriéme Avril, lorſque le troiſiéme Satellite étant dans la partie inferieure de ſon cercle parcouroit le diſque apparent de Jupiter.

Nous reconnûmes que cette Tache qui ſe voyoit dans Jupiter étoit dans le troiſiéme Satellite, & nous le verifiâmes par des obſervations ſemblables à celles qui nous firent connoître que la Tache précedente étoit dans le quatriéme Satellite.

Cet-

Cette nouvelle Tache paroiſſoit aſſez grande avec la Lunete de 17 pieds par laquelle nous l'obſervâmes toûjours, n'ayant pû employer celle de 34 pieds à cauſe du vent auquel elle étoit expoſée. Elle ne paroiſſoit ni ſi noire ni ſi bien terminée que celle du quatriéme : elle étoit ſituée entre les deux bandes plus Septentrionales de Jupiter, étant un peu plus meridionale que la bande Septentrionale ; au lieu que la Tache du quatriéme Satellite avoit été un peu plus Septentrionale que la bande Septentrionale : ce qui doit arriver à cauſe de la differente latitude des Satellites, qui à l'égard du centre de Jupiter ont preſentement une latitude Septentrionale lorſqu'ils ſont dans la partie inferieure de leurs cercles, & la latitude Septentrionale du quatriéme Satellite eſt un peu plus grande que celle du troiſiéme.

La Tache étoit déja un peu avancée dans Jupiter lorſque nous commençâmes de l'obſerver à 7 heures 21 minutes du ſoir : elle arriva au milieu de ſa courſe dans Jupiter à 7 heures 56 minutes. Nous continuâmes de la voir encore pendant quelque temps, mais nous ne pûmes pas l'obſerver proche du bord, à cauſe du vent qui agitoit beaucoup la Lunete. A 9 heures 37 minutes le troiſiéme Satellite commença à ſortir de Jupiter. A 9 heures & 50 minutes il ſortit entierement, ainſi le diametre du troiſiéme employa 13 minutes à ſortir de Jupiter ; la moitié qui eſt 6 minutes & demie étant ajoûtée à 9 heures 37 minutes commencement de la ſortie du Satellite hors de Jupiter, donne 9 heures 43 minutes & demie ſortie du centre du Satellite ; d'où ayant ôté l'arrivée de la Tache au milieu de Jupiter qui fut à 9 heures 56 minutes, la dif-

ference du temps entre l'arrivée de la Tache au milieu de Jupiter, & la ſortie du centre du Satellite ſe trouve de 1 heure 47 minutes. Cet intervalle eſt égal à quelques minutes près à la moitié de la demeure du centre du même Satellite dans Jupiter, que nous trouvâmes par l'obſervation d'une conjonction ſemblable du troiſieme Satellite avec Jupiter qui arriva le 11 Avril; ce qui eſt une nouvelle preuve que la Tache que nous obſervâmes dans Jupiter, & qui arriva dans ſa conjonction à 9 heures 56 minutes, eſt une Tache du troiſiéme Satellite.

Dans la conjonction du même Satellite avec Jupiter qui eſt arrivée le 11 Avril, ſept jours après la précedente, nous obſervâmes l'entrée du Satellite dans Jupiter, & ſa ſortie de la même Planete; & dans le temps de trois heures & demie que dura le paſſage du Satellite dans Jupiter; nous n'y pûmes appercevoir aucune Tache, quoique nous fuſſions attentifs à regarder ſi celle que nous avions remarquée dans le troiſiéme Satellite le 4 Avril ne paroîtroit point de nouveau dans cette conjonction; ce qui fait voir que la Tache qui ſe trouva dans le Satellite au temps de ſa conjonction avec Jupiter le 4 Avril, avoit diſparu dans la conjonction ſuivante qui eſt arrivée ſept jours après, c'eſt à dire le 11 Avril.

Quoiqu'il arrive fort ſouvent des conjonctions des Satellites avec Jupiter dans la partie inferieure de leurs cercles, & que nous obſervions ces conjonctions autant que le temps le peut permettre, il eſt fort rare de pouvoir diſtinguer les Satellites quand ils parcourent l'Hémiſphere apparent de Jupiter de la maniere qu'on les obſer-

ferva dans les deux obfervations du 26 Mars & du 4 Avril.

On voit quelquefois les Satellites proche des bords de Jupiter comme de petites Taches claires un peu après qu'ils font entrez fur le bord Oriental, & un peu avant qu'ils fortent du bord Occidental. Loin des bords & vers le milieu de Jupiter la lumiere des Satellites fe confond prefque toûjours avec celle de cet Aftre; ce qui eft caufe que les Satellites difparoiffent & fe perdent entierement même avec les Lunetes les plus excellentes. On les diftingue feulement lorfque quelque Tache confiderable occupe l'Hémifphere apparent des Satellites dans les temps qu'ils parcourent le difque de Jupiter, comme il eft arrivé dans ces deux conjonctions, & dans quelques autres du quatriéme, du troifiéme, du fecond, & même du premier Satellite qui ont été obfervées en divers autres temps par M. *Caffini*.

Bien que ces Taches foient fuppofées dans les Satellites, il ne s'enfuit pas qu'elles doivent faire toûjours les mêmes apparences, & être vifibles dans les Satellites dans toutes leurs conjonctions inferieures avec Jupiter. Mais ces apparences peuvent varier d'une conjonction du Satellite à l'autre, & peuvent ne retourner les mêmes qu'après plufieurs années par le concours de diverfes caufes rapportées par M. *Caffini*.

Il fe peut faire que les Satellites tournent fur leurs axes par des periodes qui font encore inconnues, & qu'ils prefentent à la Terre tantôt l'Hémifphere taché, tantôt l'Hémifphere qui ne l'eft pas: peut-être auffi que ces Taches font de la nature de celles de Jupiter, de Mars & du So-

Soleil, & qu'elles sont sujettes à des variations physiques, de sorte qu'elles augmentent & diminuent de grandeur: & après s'être effacées entierement, elles reviennent après quelque temps. Or si par quelqu'une de ces causes, ou par le concours de toutes ensemble, il se rencontre que l'Hémisphere apparent du Satellite soit taché considérablement dans le temps qu'il parcourt le disque apparent de Jupiter, le Satellite fera dans Jupiter une apparence de Tache semblable à celles que nous avons observées dernierement dans le troisiéme & dans le quatriéme Satellite: mais si dans le temps de la conjonction du Satellite avec Jupiter l'Hémisphere du Satellite exposé à la Terre n'est pas taché, ou si les Taches ne sont pas assez grandes pour être apperçûes avec nos Lunetes; pour lors le Satellite parcourt le disque de Jupiter sans être apperçû.

Ce n'est pas seulement par ces observations des conjonctions que l'on apperçoit quelquefois des Taches considerables dans les Satellites: on conjecture qu'il y en a aussi par les apparences qu'ils font de leur grandeur, qui est fort variable, sans que cette variation de grandeur puisse être attribuée à la diversité de leur distance, soit à l'égard du Soleil, soit à l'égard de Jupiter, ou à l'égard de la Terre.

Le quatriéme Satellite qui paroît le plus souvent le plus petit de tous les autres, est quelquefois le plus gros, & son ombre, qui vers les quadratures de Jupiter avec le Soleil se voit dans Jupiter pendant que le Satellite en est éloigné, paroît plus grande que le Satellite même qui la cause, quoique cette ombre doive être un peu diminuée par la lumiere de Jupiter dans laquel-
le

le on l'apperçoit, & qu'il soit certain par les regles d'Optique que l'ombre doit être plus petite que le Satellite qui la forme.

La grandeur apparente du troisiéme Satellite est aussi variable; car quoiqu'il soit pour l'ordinaire le plus gros de tous les Satellites, il ne laisse pas de diminuer & de paroître égal aux autres, & quelquefois plus petit. La même chose arrive aussi aux deux autres Satellites.

Toutes ces variations s'expliquent facilement par les mêmes hypothêses de M. *Cassini*, par lesquelles on explique les apparences des Taches que l'on observe dans Jupiter au temps de la conjonction inferieure du Satellite avec Jupiter; car si les Taches considerables que l'on suppose sur la surface des Satellites se trouvent dans leur Hémisphere exposé à la Terre, alors ces Taches doivent diminuer la lumiere des Satellites, & par conséquent leur grandeur apparente. Au contraire si l'Hémisphere des Satellites exposé à la Terre n'est point tâché, toutes les parties du Satellite reflechiront à la Terre une plus grande quantité de lumiere, & le Satellite paroîtra plus grand. Il pourra paroître plus ou moins grand suivant que les mêmes Taches seront plus ou moins exposées directement à la Terre.

Les Satellites ne paroissent pas assez grands pour pouvoir distinguer sur leur disque les parties qui sont tachées de celles qui sont plus lumineuses. Il arrive à peu près aux Satellites ce que nous observons dans certaines Etoiles fixes, qui tantôt augmentent, tantôt diminuent de grandeur apparente, sans que nous puissions distinguer les Taches qui peuvent faire ces va-

riations, à cause de la petitesse apparente de ces Etoiles. Nous avons encore d'autres exemples de semblables apparences dans les Satellites mêmes. On voit diminuer peu à peu la grandeur apparente de ces Satellites à mesure qu'ils entrent dans l'ombre de Jupiter, sans qu'il soit possible de distinguer par les Lunetes les plus excellentes la phase du Satellite qui est encore éclairée, de la partie qui est plongée dans l'ombre.

Nous n'entreprenons pas de chercher des regles du retour de ces Taches, ni de la révolution des Satellites autour de leurs axes; les observations que nous avons jusqu'à present n'étant pas suffisantes pour cette recherche. Quand même on auroit un plus grand nombre d'observations, & qu'on auroit trouvé quelque regle dans ces retours, nous n'oserions pas esperer que dans la suite ils dussent continuer de la même maniere.

Depuis tant d'années que l'on observe les retours de l'Etoile variable qui est dans la constellation de la Baleine, on n'a pas pû encore trouver une periode reguliere qui représente précisément toutes les observations que nous avons de cette Etoile; & les hypothêses qui auroient pû servir à expliquer pendant quelque temps les variations qui arrivent à la grandeur apparente du cinquiéme Satellite de Saturne, auroient à present besoin de quelque limitation. Ce Satellite qui depuis la premiére découverte faite par M. *Cassini* a été invisible pendant plusieurs années dans toutes les observations que le temps en a permis de faire lorsqu'il approchoit de sa digression Orientale, ayant été observé dernierement avec les mêmes Lunetes dont on se servoit auparavant,

vant, a été viſible depuis le mois de Septembre de l'année 1705 juſqu'au mois de Janvier 1706, tant dans la partie Occidentale de ſon orbite où il avoit toûjours été viſible, que dans la partie Orientale de la même orbite où il avoit coûtume de diſparoître. Ce qui nous doit rendre circonſpects à établir des regles de ces ſortes d'apparences.

# OBSERVATION

*De la conjonction de Jupiter avec* Regulus *ou le Cœur du Lion au mois de Juin 1707 à l'Obſervatoire.*

PAR M. DE LA HIRE.

* J'OBSERVAI au mois d'Octobre 1706 la conjonction de Jupiter avec Regulus lorſque Jupiter étoit retrograde, & j'en fis la comparaiſon avec d'autres obſervations ſemblables qui avoient été faites par les Anciens; je fis voir auſſi que le calcul de mes Tables s'accordoit avec l'obſervation. Voici preſentement l'obſervation de l'autre conjonction de Jupiter à la même étoile, mais Jupiter étant direct.

J'ai obſervé exactement les diſtances entre Jupiter & Regulus, pluſieurs jours avant la conjonction avec le paſſage de Jupiter par le meridien & ſes hauteurs meridiennes; car dans ce temps-là je ne pouvois pas voir l'étoile dans la Lunete du quart de cercle, à cauſe que vers les 4 heures $\frac{1}{2}$ il faiſoit trop grand jour au temps du



* 13. Juillet 1707.

passage. Mais je ne rapporterai ici que les observations qui sont le plus proche de cette conjonction en ascension droite, les autres ne servant que de confirmation.

Le 9^e^ Juin à 4^h^ 43′ du soir je conclus la déclinaison Boreale de Jupiter par sa hauteur meridienne dans le temps de son passage par le meridien de 14° 12′ 1″. Le 13^e^ dans le temps de son passage par le meridien je la trouvai de 14° 0′ 31″, & le 14^e^ dans le même temps de 13° 57′ 16″.

Mais comme la conjonction en ascension droite de Jupiter avec Regulus arriva le 13, j'ai conclu des observations ci-dessus que vers les 8^h^ ½ du soir la déclinaison de Jupiter devoit être de 13° 59′ 59″, & dans ce temps-là je pris la difference ascensionelle entre Jupiter & Regulus, que je ne trouvai que de 3″ de temps dont Jupiter plus avancé selon l'ordre des signes que l'étoile Regulus; & en même temps j'observai avec le Micrometre, que la distance entre Jupiter & l'étoile étoit de 36′ 30″, ce qui peut passer pour la difference de déclinaison entre ces deux Astres dans ce temps-là. Par mes Tables je trouve la déclinaison de Regulus dans ce même temps de 13° 22′ 52″, qui étant ôtée de 13° 59′ 59″ déclinaison de Jupiter, il reste 37′ 7″, au lieu que l'observation immediate avec le Micrometre donne cette distance de 36′ 30″, dont la difference n'est que de 37″, ce qui n'est pas considerable.

Maintenant pour déterminer le temps de la conjonction en ascension droite de ces deux Astres, j'ai observé que le 9^e^ à 8^h^ 55′ du soir leur difference ascensionelle étoit de 2′ 9″ de temps; leur difference de déclinaison de 48′ 46″,

&

& leur distance de 57′ 58″. Le 10ᵉ à 9ʰ 20′ du soir leur difference ascensionelle étoit de 1′ 36″ de temps ; leur difference de déclinaison de 47′ 30″, & leur distance de 52′ 54″. Le 13ᵉ à 8ʰ 32′ du soir leur difference ascensionelle étoit de 3″ de temps ; leur difference de déclinaison de 36′ 30″, ce qui étoit aussi leur distance. Le 14ᵉ à 8ʰ 45′ leur difference ascensionelle étoit de 36″ de temps ; leur difference de déclinaison de 34′ 32″, & leur distance de 35′ 26″. Ainsi en prenant la partie proportionelle, on aura la conjonction en Ascension droite le 13ᵉ Juin vers les 6ʰ ¼ du soir.

On peut facilement par ces positions déterminer le chemin de Jupiter par rapport à Regulus, & par rapport au meridien qui passeroit par Regulus, & par consequent aussi la longitude & la latitude de Jupiter dans le temps de cette conjonction. Mais comme j'avois observé un peu auparavant son passage par le meridien & sa hauteur meridienne, j'ai cru qu'il valoit mieux me servir de cette observation que de toute autre.

J'ai donc observé que Jupiter passa au meridien le 13ᵉ Juin à 4ʰ 28′ 23″ du soir, & que sa hauteur meridienne étoit alors de 55° 11′ 23″. J'ai trouvé que cette observation me donne la longitude de Jupiter au 25° 32′ 35″ ♌, & le calcul par mes Tables me la donne au 25° 35′ 24″ ♌ ; la difference est donc de 2′ 49″. Pour la latitude l'observation la donne de 1° 3′ 23″ *B*, & le calcul des Tables 1° 3′ 23″ *B* ; la difference est de 20″.

# REFLEXIONS ET OBSERVATIONS DIVERSES

*Sur une vegetation Chimique du Fer, & sur quelques experiences faites à cette occasion avec differentes liqueurs acides & alkalines, & avec differens métaux substituez au Fer.*

PAR M. LEMERY le fils.

* QUOIQUE le mot de *vegetation* ne convienne proprement qu'aux Plantes, cependant il est en usage parmi les Chimistes pour exprimer certaines crystallisations particulieres, ou un arrangement de quelque matiere que ce puisse être, dont la figure exterieure ressemble sensiblement à celle des Plantes; c'est en ce sens que je me suis servi, & que je me servirai encore du mot de vegetation, comme on le verra par la suite de ce Memoire.

J'ai déja parlé dans un Memoire lû le 13 Novembre 1706. † de la vegetation Chimique dont il s'agit, & à laquelle je donnai le nom *d'arbre de Fer* ou *de Mars*, à cause de l'analogie qu'elle a avec une autre vegetation d'argent appellée communément *arbre de Diane*, ou *arbre Philosophique*; mais comme je ne parlois que par occasion de cette experience nouvelle sur le Fer, & que je ne voulois point perdre de vûe le sujet principal que je traitois, je ne m'éten-

* 20 Juillet 1707.
† Voyez les Memoires de 1706. p. 529.

tendis point sur tout ce que j'avois observé en répétant un grand nombre de fois & de differentes maniéres la même operation, & je remis à une autre fois un détail plus circonstancié d'experiences & de raisonnemens Physiques sur cette matiere. C'est ce détail qui fait la principale partie du present Memoire, ensuite de quoi je rapporterai quelques experiences nouvelles faites à l'occasion des premieres sur differentes liqueurs acides & alkalines substituées à celles que j'employe pour la production de nôtre vegetation artificielle, & sur differens métaux substituez au fer.

Personne, que je sache, n'a plus travaillé & avec un plus grand succès sur les vegetations métalliques que M. *Homberg*. Nous avons de lui dans les Memoires de Mathematique & de Physique du 30 Novembre 1692 une excellente piece, dans laquelle non seulement il donne une maniere infiniment plus prompte que la commune de faire *l'arbre de Diane*; mais il enseigne encore de nouvelles methodes pour la production d'autres vegetations semblables, & il explique la formation de toutes ces vegetations par des raisons aussi claires & aussi sensibles que le sont les experiences mêmes qu'il propose. Toutes ces vegetations, à l'exception d'une pour laquelle il ne faut qu'une simple amalgamation d'or ou d'argent avec du mercure sans addition d'aucune autre liqueur; toutes ces vegetations, dis-je, quoique faites chacune par des mélanges & sur des principes differens, conviennent neanmoins en une circonstance, savoir qu'elles se forment au milieu d'un liquide & au fond du vaisseau. Pour celle dont il s'agit en ce Memoire, elle doit être regardée

comme une espece de vegetation métallique differente de toutes celles de M. *Homberg*; & en effet elle en differe en plusieurs choses, & particulierement en ce qu'elle se forme au-dessus du liquide qui est même enlevé tout entier au haut du vaisseau, & quelquefois en très-peu de temps.

Je me sers pour la vegetation dont il s'agit présentement, d'une dissolution de fer, faite par le moyen de l'esprit de nitre. On sait que le fer jetté sur cet esprit produit une fermentation violente, & que le vaisseau où est contenu ce mêlange s'échauffe si fort qu'il n'est presque pas possible de tenir la main dessus. Ce même mêlange en fermentant se souleve beaucoup, & jette une grande quantité de vapeurs rouges, qui ne m'ont paru être autre chose que quelques esprits nitreux élevez du reste du mêlange à la faveur de la fermentation, qui comme il a été dit produit une chaleur considerable.

Je me suis convaincu de la verité de ce que j'avance, premierement parceque quand on fait distiller du nitre, les nuages rouges qui s'élevent pendant la distillation, sont la matiere même de l'esprit de nitre; & en effet ces esprits du nitre rarefiez par la chaleur deviennent rouges; mais à mesure qu'ils se condensent, ils forment une liqueur claire ou jaunâtre qui tombe dans le récipient.

En second lieu pour me convaincre encore davantage de la nature des vapeurs rouges dont il s'agit, immédiatement après avoir jetté du fer sur de l'esprit de nitre, j'ai placé sur le vaisseau où étoit contenu ce mêlange un chapiteau de verre auquel étoit attachée une fiole qui servoit de récipient; les vapeurs rouges sont montées

tées d'abord en grande abondance au haut du chapiteau, & elles se sont ensuite condensées en une liqueur claire qui a coulé dans le récipient. Cette liqueur dissout le fer comme l'esprit de nitre ordinaire; mais j'ai remarqué par plusieurs experiences reiterées, que les vegetations où cette liqueur étoit entrée se faisoient plus promptement, & étoient plus belles & plus distinctes que celles où l'on n'employoit que l'esprit de nitre ordinaire, sans retenir les vapeurs rouges qui s'en élevent pendant sa fermentation avec le fer. Peut-être que la liqueur produite de ces vapeurs est la partie de l'esprit de nitre la plus subtile & la plus déliée; peut-être aussi que cette liqueur en s'élevant sous la forme de vapeurs rouges de dessus le fer, a enlevé avec elle quelques-uns des souffres les plus volatiles & les plus exaltez de ce métal. En effet, mon Pere a fait voir que quand le fer a été touché par un acide vitriolique, la vapeur qui s'éleve pour lors est veritablement sulphureuse & inflammable, & ce souffre vient certainement du fer. On peut donc conjecturer avec quelque fondement que les vapeurs rouges de l'esprit de nitre qui viennent de dessus le même métal, en enlevent aussi avec elles quelques souffres, qui étant mêlez intimement à la liqueur qui en résulte, la rendent plus efficace que l'esprit de nitre ordinaire pour les vegetations où on l'employe.

Suivant ce même raisonnement je me suis imaginé que si l'on pouvoit avoir un esprit de nitre encore plus chargé des parties sulphureuses du fer, que la liqueur produite des vapeurs rouges élevées de dessus ce métal, cet esprit seroit aussi plus propre à faire la vegetation dont

il

il s'agit. Dans cette vûë j'ai fait l'experience ſuivante.

J'ai diſſous dans de bon eſprit de nitre autant de fer qu'il en a pû contenir; j'ai enſuite ſeparé par la diſtillation cet eſprit de nitre, du fer qu'il tenoit en diſſolution, & j'ai eu une liqueur claire moins âcre, & moins forte que l'eſprit de nitre ordinaire.

Je juge que cette liqueur contient une bonne partie des ſouffres du fer; premierement parceque, comme il a déja été dit, la vapeur qui s'éleve du fer pénétré par des acides eſt veritablement ſulphureuſe, & même elle le doit être d'autant plus que les acides ont penetré plus avant dans le corps du métal. Secondement parceque j'ai déja prouvé dans un Memoire lû le 14 Avril 1706 *, que quand on a ſeparé du fer les acides qui s'y étoient introduits, de quelque nature que fuſſent ces acides, on ne retrouve plus le fer tel qu'il étoit auparavant, c'eſt-à-dire qu'il eſt bien moins ſulphureux & inflammable, ce qu'il eſt aiſé de reconnoître par pluſieurs épreuves indiquées dans ce même Memoire. Troiſiémement parceque j'ai encore prouvé dans le même Memoire que les acides verſez ſur le fer n'agiſſent principalement que ſur ſa partie huileuſe à laquelle ils s'uniſſent très-intimement; de ſorte que quand on chaſſe enſuite par le moyen du feu ces acides, des pores du métal, ils donnent, particulierement s'ils ſont vitrioliques, une odeur inſupportable de ſouffre commun, ce qui marque qu'ils ont enlevé avec eux le principe auquel ils s'étoient unis, & qu'on ne retrouve plus dans le fer du moins

* Voyez les Memoires de 1706. p. 148.

moins en aussi grande quantité qu'il y étoit auparavant.

Il suit assez naturellement de toutes ces raisons que l'esprit de nitre que j'ai retiré de dessus le fer par la distillation, en a enlevé avec lui ce qu'il y avoit de plus inflammable, & par consequent que l'esprit & le métal sont devenus par cette operation differens de ce qu'ils étoient auparavant.

J'ai employé cet esprit au lieu de l'esprit de nitre ordinaire, & j'ai fait avec cette liqueur plusieurs vegetations infiniment plus belles, plus promptes & plus distinctes qu'avec quelqu'autre esprit de nitre que ce puisse être. On en a dessiné une entr'autres faite avec cette liqueur qui surpasse de beaucoup en beauté un nombre très-considerable d'autres vegetations faites de plusieurs manieres avec d'excellent esprit de nitre ordinaire. Cette vegetation se voit après une autre dans le Tome de 1706. pag. 534.

Je ne sache rien autre autre chose à quoi attribuer cette difference qu'au souffre du fer dont s'est chargé l'esprit de nitre retiré de dessus ce métal ; & effectivement j'espere qu'on verra par la suite de ce Memoire que le souffre du fer est vrai-semblablement le principal agent de nôtre vegetation métallique, & qu'ainsi plus il s'en rencontre, plus la vegetation doit être belle.

Le fer dissous par l'esprit de nitre communique à la liqueur une couleur rouge, & une consistance plus ou moins grasse & sirupeuse, suivant qu'il y est entré en plus ou moins grande quantité. Je dirai ici par occasion que le fer ne donne pas seulement cette consistance à l'esprit de nitre, il la donne encore à d'autres acides par le mêlange desquels il m'est souvent arrivé de faire une ma-

matiere tout à fait ſemblable par ſa conſiſtance à de la veritable graiſſe ; de ſorte que quand on étendoit cette matiere ſur la main, l'eau qu'on y verſoit enſuite ne la mouilloit point, mais gliſſoit deſſus en petites boules, comme elle fait ſur un corps enduit d'une ſubſtance huileuſe ou graiſſeuſe. Cet effet du fer peut ſervir à confirmer une choſe déja bien averée, ſavoir qu'il eſt très-ſulphureux.

Le fer & l'eſprit de nitre mêlez enſemble font, comme il a déja été dit, une liqueur rouge qui conſerve ordinairement ſa fluidité & ſa couleur. Cependant il m'eſt arrivé qu'après avoir diſſous du fer par de bon eſprit de nitre, & avoir laiſſé la diſſolution dans un vaiſſeau de grez couvert, elle s'eſt tout à fait réduite en cryſtaux blancs qui ne l'étoient pourtant pas tant que le nitre ordinaire, mais qui l'étoient beaucoup. Ces cryſtaux ſe ſont conſervez long-temps dans le même état ; enſuite ils ſe ſont inſenſiblement réſous en une liqueur rouge, & telle qu'elle étoit auparavant. J'ai fait avec cette liqueur deux vegetations extraordinaires, dont il ſera parlé dans la ſuite.

Je rapporterai encore par occaſion une obſervation que j'ai faite un très-grand nombre de fois ſur la limaille de fer verſée ſur de l'eſprit de nitre. C'eſt que cette limaille ne s'y diſſout pas toûjours toute entiere, & qu'il en reſte aſſez ordinairement au fond du vaiſſeau pluſieurs grains qui ne ſe mêlent point à la liqueur, & qui quoique ſeparez de cette liqueur, & reverſez ſur de nouvel eſprit de nitre, réſiſtent toûjours à l'action de ce diſſolvant ; cependant ces mêmes grains ſont du moins auſſi facilement attirez par l'aimant que les grains du fer les plus diſſolubles. J'ai déja fait voir dans mon Memoire du

14^me

14^me Avril 1706 que le machefer en étoit de même, & j'en apportai la raison. Il se pourroit faire qu'il y eût souvent dans la limaille de fer des grains semblables à ceux du machefer, c'est-à-dire à demi usez, ou privez des souffres qui les rendoient dissolubles par l'esprit de nitre; car il est bon de se ressouvenir pour une parfaite intelligence de l'action des acides en général sur le corps du fer, que j'ai fait voir dans le Memoire qui vient d'être marqué, que quand on a suffisamment dépouillé le fer des parties huileuses dont il est composé, les acides n'ont plus de prise sur ce metal, & que quand il n'en a perdu qu'une certaine quantité, quelques acides le dissolvent moins aisément qu'auparavant, & d'autres ne le dissolvent plus du tout.

En voilà assez sur ce qui regarde la dissolution du fer par l'esprit de nitre, je viens presentement au mélange de cette dissolution avec l'huile de tartre.

La premiere fois que je m'avisai de mêler ensemble ces liqueurs, c'étoit pour avoir un précipité du fer dont je voulois faire une operation curieuse que M. *Homberg* m'avoit indiquée. Quand j'eus jetté une certaine quantité d'huile de tartre sur la dissolution de fer dont il a été parlé, je mis le verre où étoit contenu le mélange sur une cheminée, & quelque temps après en jettant les yeux dessus, je fus assez surpris de voir que presque toute la liqueur s'étoit élevée au haut du verre sous une forme de branchages très-distincte. Cette nouveauté m'engagea à examiner de plus près cette operation, & à la repeter de plusieurs manieres differentes. Voici ce que j'ai observé de plus essentiel.

L'huile de tartre versée sur la dissolution du

fer y produit une fermentation qui fait ſoulever la liqueur, principalement quand on l'agite. La fermentation ceſſée, la liqueur devient d'un rouge plus foncé qu'elle n'étoit auparavant, & ſes parties paroiſſent être en repos. Cependant il s'entretient ordinairement ſur la ſurface de la liqueur pendant le temps de la vegetation, des bulles d'air. Cette vegetation commence par de petits cryſtaux qui s'élevent peu de temps après le mélange des liqueurs dont il a été parlé, juſqu'à une certaine hauteur. Ces cryſtaux augmentent toûjours en longueur par d'autres cryſtaux qui montent à la faveur & au-delà des premiers, & enfin de l'aſſemblage de tous ces cryſtaux il ſe forme comme des filets très-déliez ſortant de la ſurface du liquide, & s'étendant de differentes manieres. Ces filets dans leur partie ſuperieure ſe ramifient, & s'arrangent de maniere qu'il en réſulte très-ſouvent des figures d'arbre auſſi diſtinctes que ſi on eut pris ſoin de les y deſſiner contre le verre; mais comme la matiere monte & s'accumule toûjours de plus en plus vers le haut du verre, elle couvre ſi bien les ramifications ſuperieures de ces filets, que les premieres figures d'arbre diſparoiſſent, & il naît en place d'autres figures de fleurs, ou quelquefois des fruits qui ſemblent ſortir de la ſurface interne & externe du verre, à peu près comme font les feuilles de certaines plantes qui croiſſent le long des murailles, & qui montant juſqu'au haut, retombent ſouvent en dehors & fort bas.

Les filets, dont il a été parlé, groſſiſſent quelquefois aſſez conſiderablement depuis le fond du verre juſqu'à l'endroit où eſt le fort de la vegetation, & où leurs ramifications ne ſont plus

plus visibles. J'ai vû de ces filets qui étoient devenus aussi gros que de grosses plumes à écrire, & creux en dedans, ayant la figure de tuyaux. Ils étoient naturellement arrangez de maniere qu'ils sembloient soûtenir le reste de la vegetation.

J'ai presque toûjours remarqué que les crystaux qui se forment d'abord contre les parois du verre, sont plus durs, plus solides, & moins rouges que la matiere qui monte ensuite à la faveur de ces crystaux; & en effet cette matiere est ordinairement fort grasse, & même quand elle est bien préparée elle se fond, & elle se résout à la moindre chaleur; de sorte que pour peu qu'on la touche avec le doigt, elle se réduit en liqueur.

Voilà les observations qui sont communes à toutes les vegetations que j'ai faites de differentes manieres. Je rapporterai ensuite ce que chacune de ces vegetations a de particulier suivant la difference du mélange, après avoir rendu raison des faits qui viennent d'être remarquez.

L'huile de tartre versée sur la dissolution du fer dont il s'agit, y produit une fermentation, parceque les pointes acides de l'esprit de nitre ne sont pas si fortement envelopées par les parties rameuses du fer, qu'elles ne puissent encore agir sur l'alkali de l'huile de tartre; mais cette fermentation n'est pas à beaucoup près si forte, que quand les pointes acides de l'esprit de nitre sont tout à fait libres. Car pour lors il arrive un bouillonnement considerable qui fait soulever la liqueur; ensuite de quoi elle continue à bouillonner un assez long-temps, non-pas si violemment que dans le premier instant où on verse

verſe de l'huile de tartre, mais cependant aſſez pour qu'il s'en éleve pluſieurs jets qui montent fort haut, & qui continuent toûjours juſqu'à ce que les pointes acides ſoient tout à fait engagées dans les pores de l'alkali, & ayent fait un véritable ſalpêtre; dont la plus grande partie ſe précipite au fond du vaiſſeau, & le reſte ſe tient ſuſpendu dans un peu de phlegme qui ſurnage, & qui étant laiſſé dans la même ſituation ne s'épuiſe & ne s'évapore, que comme pourroit faire de l'eau commune qu'on auroit miſe dans un verre, c'eſt-à-dire en un très long-temps. De plus ce phlegme en s'élevant entraîne toûjours avec lui un peu du nitre qu'il tenoit en diſſolution, & ce nitre ne pouvant s'élever auſſi haut que l'eau, s'arrête aux parois du verre un peu au-deſſus de la ſurface du liquide, & après un long-temps, il ne produit tout au plus contre le verre qu'une plaque très-mince, qui ne m'a jamais paru avoir aucune forme de vegetation. Enfin quand tout le phlegme s'eſt évaporé, on trouve au fond du verre tout le nitre qui y étoit dès le commencement, & augmenté même d'un peu de celui qui étoit dans le phlegme évaporé; de ſorte que ce qui s'eſt appliqué contre le verre à la faveur du liquide, n'eſt preſque rien en comparaiſon de ce qui eſt au fond du vaiſſeau.

Voilà ce qui ſe paſſe pendant & après la fermentation de l'huile de tartre & de l'eſprit de nitre pur; & j'ai été bien aiſe d'en marquer préciſément toutes les circonſtances, afin de faire mieux ſentir par cette petite digreſſion combien ce mêlange differe de celui où le fer eſt entré, & auquel je reviens preſentement.

Dans le cas de nôtre diſſolution du fer, peu après

après que le liquide s'est soulevé par le mélange de l'huile de tartre, il semble qu'il n'y ait plus du tout de fermentation dans la liqueur. Cependant en examinant les bulles d'air qui naissent toûjours & qui s'entretiennent à sa surface, on voit évidemment qu'il y a encore une agitation intestine qui n'est pas assez forte pour envoyer des jets fort hauts, comme dans le cas qui vient d'être marqué, mais qui l'est assez pour chasser continuellement des particules d'air vers la surface du liquide ; d'ailleurs l'élevation des crystaux qui forment nôtre vegetation métallique paroît être un effet & un indice de la fermentation qui se passe dans le liquide, & sans laquelle la matiere ne seroit point assez préparée pour pouvoir vegeter, comme on le prouvera dans la suite par une experience sensible, & comme on va tâcher de le faire voir, en expliquant la cause & l'effet de cette seconde fermentation, qui n'est à proprement parler que la suite de la premiere.

Quand donc les pointes acides de la dissolution du fer ont fait leur premier effort dans les pores exterieures de l'alkali de l'huile de tartre, elles ne peuvent plus continuer leur route dans les pores interieures avec autant de vigueur, que si elles étoient parfaitement libres & dégagées. Car les parties du métal ausquelles elles sont unies, non seulement augmentent leur volume, mais encore les lient & les brident en quelque sorte; c'est ce qui fait que cette fermentation est si lente & si insensible. Cependant sans elle les acides de la dissolution ne pénétrant pas assez avant dans les pores de l'alkali de l'huile de tartre, il ne se feroit pas une union assez intime de ces deux sels, pour qu'il en résultât des cri-

cryſtaux nitreux, ſans quoi nôtre vegetation ne ſe peut faire. La preuve de ce que j'avance eſt dans le mélange de l'huile de tartre & de l'eſprit de nitre pur; car ce n'eſt pas après le premier choc de ces deux corps qui produit dans la liqueur un bouillonnement & un ſoulevement très-conſiderable que ſe forme le ſalpêtre; mais c'eſt après une fermentation un peu moins violente, qui ſuccedant à l'autre continue un certain temps, & qui racheve ce qui n'a été d'abord que commencé.

Un autre avantage de cette fermentation inſenſible qui ſe paſſe dans le mélange de l'huile de tartre & de la diſſolution du fer, c'eſt que les parties de ce métal s'y trouvant placées entre des ſels, dont les uns font un effort continuel pour pénétrer les autres & pour s'y unir, elles ſont briſées & attenuées de plus en plus, & par conſéquent leur ſouffre ſe dévelope & s'exalte puiſſamment, & diſpoſe davantage le ſel auquel il eſt uni à s'élever, & le rend d'une conſiſtance graſſe & d'une facilité à ſe fondre, qui eſt quelquefois ſi étonnante, que la ſimple chaleur de la main eſt capable de produire cet effet.

Le fer uni intimement au ſalpêtre lui donne encore une qualité eſſentielle à nôtre vegetation, & qu'il n'auroit pas ſans ſon union avec ce métal; c'eſt de pouvoir être ſoûtenu tout entier dans le liquide après ſa formation. Cet effet s'explique fort aiſément par ce qui a été dit, & en eſt même une ſuite; c'eſt que la ſubſtance huileuſe du fer ayant été fortement rarefiée, elle ſe ſoûtient & ſoûtient avec elle ſur le liquide les cryſtaux nitreux auſquels elle eſt unie. Car on ſait que les huiles ne ſe précipitent pas ordinairement au fond de l'eau, mais ſe tien-

tiennent à ſa ſurface, & je prouverai dans la ſuite par une experience, que quand les cryſtaux de nôtre mêlange ont été privez de la ſubſtance graiſſe qui les ſoûtient, ils tombent auſſi-tôt au fond du vaiſſeau ſous la forme de nitre commun.

Juſqu'ici on conçoit aiſément comment la matiere ſe prépare dans le liquide pour devenir propre à vegeter; reſte à ſavoir par quel art elle s'éleve, & c'eſt ce que je vais tâcher de faire entendre.

La fermentation inſenſible qui ſe paſſe dans le mêlange n'eſt pas ſeulement neceſſaire pour préparer la matiere & pour la rendre vegetable, comme il a été dit, elle produit encore dans toute la liqueur une agitation qui pouſſe continuellement les parties qui ſont toutes préparées, & qui ne ſont plus ſujettes au mouvement de fermentation. Or ces parties ne ſe précipitant pas au fond du vaiſſeau, comme il arrive dans le mêlange de l'huile de tartre & de l'eſprit de nitre pur, mais ſe tenant toûjours ſuſpendues dans le liquide, & vrai-ſemblablement même à ſa ſurface, elles ſont obligées par l'impulſion continuelle qu'elles reçoivent, de gliſſer inſenſiblement le long des parois du verre au-deſſus de la liqueur, où elles ſe condenſent en cryſtaux par la fraîcheur de l'air.

J'ai déja dit que les cryſtaux qui s'élevent d'abord ſont ordinairement plus ſolides, moins rouges, & d'une ſubſtance moins graſſe & moins facile à ſe fondre que ceux qui montent enſuite: la raiſon en eſt évidente, & ſuit naturellement de ce qui a été dit. C'eſt que les acides du mêlange qui ſont le moins chargez de la ſubſtance graſſe & onctueuſe du fer s'uniſſent plus

ſément & plus promptement que les autres à l'alkali de l'huile de tartre, & forment plûtôt par-là des cryſtaux nitreux prêts à s'élever par le moyen de la même fermentation qui en prépare d'autres qui doivent ſuivre les premiers. Je regarde ces premiers cryſtaux comme la baſe, & pour ainſi dire la charpente de toute la vegetation; & ils ſe trouvent par hazard d'autant plus propres à cet effet, qu'étant moins chargez de la ſubſtance ſulphureuſe du fer, ils ont plus de roideur & de ſolidité.

La charpente de la vegetation étant achevée, le reſte de la liqueur monte enſuite à meſure qu'elle eſt prête, & par la même méchanique que les premiers cryſtaux, cependant avec plus de facilité pour deux raiſons principales. La premiere c'eſt que les derniers criſtaux contiennent une plus grande quantité des parties ſulphureuſes du fer, qui, comme il a été dit, ont été très-rarefiées par la fermentation, & qui rendent les cryſtaux auſquels elles ſe ſont unies moins compactes, & plus faciles à être enlevez qu'ils ne le ſeroient ſans cela. En ſecond lieu les parties du liquide qui ont été préparées les dernieres, trouvent le long du verre des filets tous faits ſur leſquels elles peuvent s'appuyer en montant, & couler avec plus de facilité que ſur la ſurface polie du verre, qui ne les ſoûtiendroit pas autant contre leur propre poids.

Quand la matiere a été autant bien préparée qu'elle le peut être, & que le ſouffre du fer a reçû pendant la fermentation toute l'exaltation neceſſaire, la liqueur monte plus aiſément, & produit une vegetation beaucoup plus belle qu'elle n'auroit fait ſans cela; mais elle ſe condenſe plus difficilement à cauſe de la grande attenua-
tion

tion de ſon ſouffre; & étant parvenue au haut du verre, une partie ſeulement de la liqueur s'y cryſtalliſe, & l'autre ſe répand en dehors, & ſouvent même juſqu'au bas, couvrant le tout d'une vegetation fort agreable.

Quand la vegetation eſt venue juſqu'à ce point, il arrive quelquefois un effet qui ſurprend, & qui m'a toûjours paru arriver dans ce même temps: c'eſt que tout le reſte de la liqueur contenue dans le verre, & qui s'élevoit auparavant avec aſſez de douceur, monte tout d'un coup & très-vîte juſqu'au haut, & deſcend de même juſqu'au bas; de ſorte qu'après l'avoir reçûe dans un petit vaiſſeau placé ſous le verre, & l'y avoir enſuite reverſée, & cela pluſieurs fois juſqu'à ce qu'elle fut tout à fait épuiſée, je l'ai ſouvent vûe remonter en moins d'un quart d'heure, ce qu'elle n'auroit pas fait d'elle-même, & ſans la méchanique preſente en vingt-quatre heures; & à chaque fois qu'on reverſoit la liqueur dans le verre & qu'elle remontoit il s'en cryſtalliſoit une partie qui augmentoit la vegetation.

La promptitude avec laquelle la liqueur monte en cette occaſion, prouve que la fermentation qui y regne n'eſt point la ſeule cauſe de cette élevation ſubite; car cette fermentation eſt naturellement trop lente pour produire un effet auſſi prompt: d'ailleurs cet effet extraordinaire n'arrive que ſur la fin de l'operation, & quand la liqueur eſt tout à fait, ou preſque tout à fait préparée, & par conſequent que la fermentation eſt entierement ceſſée, ou du moins fort diminuée.

Voici donc de quelle maniere je m'imagine que cela ſe fait; mais je ne donne mon explication que comme une conjecture hazardée.

La liqueur qui a coulé le long de la ſurface exterieure du verre, & qui y a produit une vegetation, a formé des traces ou des filets qui répondent à ceux du dedans du verre, & qui étant effectivement plus longs, forment avec les filets interieurs de veritables ſiphons, dont on ſait que la branche exterieure doit être plus longue que l'interieure. Cela étant, la liqueur monte & s'inſinuë en cette occaſion par la loi du ſiphon le long de ces filets, & au travers de toute la maſſe condenſée qui lui ſert comme de filtre ou d'éponge; & elle le fait avec une force d'autant plus grande, que les parties du liquide qui s'élevent pour lors ſont vrai-ſemblablement plus ſulphureuſes que les précédentes, & par conſéquent plus legeres.

Il ne ſe condenſe à chaque fois qu'une partie de la liqueur qui s'eſt élevée, ſoit à cauſe de la rapidité avec laquelle elle eſt emportée, & de ſa grande fluidité qui ne permettent pas à toute cette liqueur de prendre une forme ſolide; ſoit parceque n'ayant pas encore été préparée toute entiere, il ne s'arrête au paſſage que les parties les plus prêtes à ſe cryſtalliſer.

Il y a encore pluſieurs choſes à remarquer ſur la maniere dont ſe fait nôtre vegetation ſur les circonſtances neceſſaires pour cela, & enfin ſur les differences particulieres qui dépendent du mélange; & l'on va voir que toutes ces remarques & experiences particulieres ne ſervent qu'à fonder de plus en plus l'hypotheſe dont je me ſuis ſervi pour expliquer la formation de l'arbre de Mars.

PRE-

*PREMIERE REMARQUE.*

L'esprit de nitre, quelque chargé de fer qu'il puisse être, ne vegete point sans le mêlange de l'huile de tartre, ou de quelque liqueur équivalente: la raison en est que pour produire cet effet il faut, 1°. Qu'il se crystallise, & même qu'il se crystallise aisément, ce qui n'arrive que rarement à cet esprit, quelque quantité de fer qu'il contienne, à moins qu'il ne soit joint à l'huile de tartre, qui en cette occasion donne du corps à ses acides. 2°. Pour que la dissolution dont il s'agit vegete, il faut outre la crystallisation dont il a été parlé, une fermentation interieure qui exalte davantage le souffre du fer, & qui détermine la liqueur à s'élever insensiblement. Or quand une fois le fer a été dissous par l'esprit de nitre, il n'y a plus de fermentation dans la liqueur, & effectivement elle n'en donne aucune marque: c'est ce qui fait que lors même qu'il lui arrive de prendre après un certain temps une forme solide, & de se crystalliser d'elle-même, comme j'ai remarqué au commencement de ce Memoire qu'il arrivoit quelquefois, les crystaux ne s'élevent point, mais ils se tiennent au fond du vaisseau, sans y produire aucune apparence de vegetation. On prouvera dans la suite que ces mêmes crystaux peuvent être rendus vegetables, en y excitant par le mêlange de l'huile de tartre, la fermentation qui est absolument necessaire pour cet effet.

*SECONDE REMARQUE.*

Pour que la vegetation dont il s'agit puisse se

faire, il ne faut pas que l'huile de tartre y entre en assez grande quantité pour fixer tout d'un coup toutes les pointes acides de la dissolution. Il faut au contraire que ces acides tiennent toûjours le dessus, & conservent assez de force pour entretenir la fluidité dans le mélange, & pour y continuer la fermentation sans laquelle la matiere ne seroit point suffisamment préparée, & demeureroit incapable de produire l'effet qu'on en attend. Tout ce que j'avance va être prouvé & éclairci par les experiences que j'ai faites sur les differentes proportions de l'huile de tartre & de la dissolution du fer.

J'ai mis dans un verre une portion de cette dissolution, c'est-à-dire plein, un petit vaisseau qui me servoit à mesurer la liqueur avant de la verser dans le verre. J'ai jetté sur cette dissolution une demie portion d'huile de tartre, j'ai brouillé le mélange, & après plusieurs jours il s'est fait une vegetation peu distincte & peu élevée.

J'ai mis dans un autre verre parties égales d'huile de tartre, & de la dissolution. La vegetation s'est faite plus haute, moins confuse, & en moins de temps que la précedente; mais elle étoit incomparablement moins belle que celle dont il sera parlé dans la suite.

J'ai mis dans un troisiéme verre deux parties d'huile de tartre sur une de la dissolution; toute la liqueur a perdu tout d'un coup sa fluidité, & elle s'est convertie en une matiere jaunâtre, épaisse & solide, qui est le veritable précipité du fer: cette matiere s'est dessechée au fond du verre, & la vegetation a manqué. J'y ai versé de

de l'eau pour la délayer, & pour essayer si en cet état elle ne vegeteroit point; mais il ne s'est rien fait du moins qui merite d'être rapporté.

L'huile de tartre étant absolument necessaire pour la production de nôtre vegetation métallique, on conçoit aisément qu'il en faut une certaine quantité pour donner au mêlange la préparation & la consistance dont il a besoin pour s'élever & pour se crystalliser. C'est ce qui fait que dans le premier cas la vegetation est moins belle que dans le second, où il y a moitié davantage d'huile de tartre.

Mais aussi quand on en verse assez pour produire l'effet qui a été marqué dans la troisiéme experience, tous les acides de la dissolution perdent tout d'un coup leur mouvement; soit parceque le poids & la quantité de l'huile de tartre qui est un sel fixe résous, les accable si fortement qu'ils sont obligez de lui ceder, sans pouvoir faire aucune résistance, soit parceque ces acides se trouvent d'abord engagez par les deux bouts dans les pores qu'ils trouvent de toutes parts à leur passage, & qui les tenant en cette situation les contraignent à s'arrêter d'autant plus facilement que ces acides sont déja liez à un métal qui sert encore à les retenir, & qui leur ôte la seule force par laquelle ils pourroient se débarrasser.

Or les parties du fer qui d'abord avoient été extraordinairement attenuées par les acides de l'esprit de nitre, & qui jusqu'au mêlange de l'huile de tartre avoient été entretenues dans la même fluidité, à cause du mouvement violent de ces acides, perdent en cette occasion avec eux toute leur agitation; & comme elles sont natu-

rellement rameuſes & embarraſſantes, elles ſe lient & s'accrochent aux parties voiſines, ce qui contribue encore à épaiſſir la liqueur, de la maniere qu'il a été dit.

Cette maſſe eſt incapable de vegeter, parceque ſes acides ayant été d'abord fixez par le ſel de tartre, & ne s'y étant unis que ſuperficiellement, ils n'ont pû continuer leur route dans les pores interieurs de ce ſel, & par conſequent il ne s'eſt fait ni cryſtaux nitreux, ni la fermentation neceſſaire à exalter plus parfaitement le ſouffre du fer, & à préparer la matiere pour la vegetation.

Suivant ce raiſonnement je me ſuis imaginé que ſi par quelque moyen les acides de la maſſe dont on vient de parler pouvoient être débarraſſez d'une partie du ſel fixe qui les accable, ces acides reprendroient aſſez de force pour rétablir la fluidité & la couleur rouge de cette maſſe, & pour continuer la fermentation qui avoit été étouffée dans ſon commencement, ce qui rendroit la liqueur propre à vegeter.

Dans cette vûë j'ai verſé ſur le mêlange un peu d'eſprit de nitre pur ; & ces acides nouveaux tombant ſur quelques ſels alkalis unis aux anciens acides, ils les ont pénétrez & agitez violemment, & ils les ont contraints par-là à quitter le corps qu'ils tenoient engagé & arrêté, ce qui a produit tout l'effet que j'en pouvois attendre ; car non-ſeulement la liqueur a vegeté, mais encore j'ai remarqué par pluſieurs experiences réïterées, qu'il ſe fait de plus belles vegetations par cette voye-là, que par celles dont il a été parlé ci-deſſus. Peut-être eſt-ce parceque ſur la même quantité de fer que dans

les

les autres il entre plus de sel, & qu'il en faut toute cette quantité pour bien attenuer le souffre du fer contenu dans le mêlange, & pour lui donner l'exaltation necessaire. Peut-être aussi est-ce parceque les nouveaux acides qu'on verse sur le mêlange, forment d'abord des crystaux peu chargez de fer, solides, & qui se condensent très-vîte contre les parois du verre: ce qui produit en cette occasion un appui plus commode & plus aisé pour le reste de la liqueur, que dans les autres voyes où l'on ne verse point d'esprit de nitre pur, & où ces premiers crystaux ne sont ni aussi solides, ni aussi abondans. En effet, il m'est souvent arrivé en suivant ce même procedé, de trouver très-peu de temps après le mêlange, non-seulement toute la surface interne du verre garnie des crystaux dont il s'agit, mais encore un tissu formé d'une infinité de petits crystaux entrelassez les uns dans les autres, & étendus sur la surface du liquide, d'où il sortoit dans la suite comme de petites tiges qui s'élevoient en droite ligne, mais qui n'avoient pas assez de force pour se soûtenir.

Je ne marque point ici la quantité d'esprit de nitre pur qui doit être versée sur le mêlange épaissi par l'huile de tartre; c'est à l'œil qu'on peut s'en assurer, & il en faut jusqu'à ce que toute la matiere paroisse bien dissoute, & d'une couleur rouge foncée; mais quand par hazard j'en ai versé un peu plus qu'il ne falloit, il m'est toûjours arrivé de deux choses l'une, ou que la liqueur a perdu tout d'un coup sa couleur rouge, & qu'il s'est précipité & crystallisé au fond du verre une grande quantité de nitre blanc, ou que la liqueur est devenue d'u-

ne couleur considerablement moins foncée, & qu'il s'est crystallisé au fond du verre du nitre blanc, mais en moindre quantité que dans le premier cas, & qu'enfin dans l'un & dans l'autre la vegetation a manqué.

Pour concevoir ce fait, il faut considerer que l'esprit de nitre de trop versé sur le mêlange dont il s'agit, ne trouvant plus de sels alkalis à combattre, agit sur la substance métallique unie aux crystaux nitreux du mêlange, & il la divise & l'agite si fort, qu'il en dérobe & en enleve une partie à ces crystaux, qui n'étant plus soûtenus comme auparavant vers la surface du liquide par la partie grasse & onctueuse du fer, bien loin de s'élever & de vegeter selon la méchanique déja expliquée, se précipitent au fond du vaisseau, ou en grande quantité s'il se trouve dans le mêlange peu de phlegme propre à les soûtenir encore, ou en moindre quantité s'il y a davantage de ce phlegme. A l'égard de la couleur rouge du liquide qui se perd tout-à-fait, ou presque tout-à-fait, cela vient de l'extension & de l'attenuation excessive des parties du fer.

J'ai dit au commencement de ce Memoire qu'il m'étoit arrivé de faire avec le fer & l'esprit de nitre une dissolution fort rouge & bien conditionnée, qui après un certain temps s'étoit tout-à-fait condensée en des crystaux blanchâtres, & qui étoit revenue ensuite en liqueur rouge comme elle étoit auparavant. J'ai voulu voir si cette dissolution particuliere étant mise en œuvre produiroit une vegetation differente des autres. J'y versai donc assez d'huile de tartre pour la réduire en une masse épaisse, sur laquelle je jettai de l'esprit de nitre jusqu'à ce

que

que toute la masse fut en liqueur; je la laissai en cet état pendant quelques heures, & après ce temps je la trouvai toute differente de ce qu'elle est ordinairement; car elle s'étoit condensée en une matiere ferme, coriasse, qui se divisoit difficilement, & qui avoit une peau mince & fort tenace.

Je coupai cette matiere en deux parties, que je mis dans deux verres differens. Je versai sur une de ces deux portions de nouvel esprit de nitre pour la redissoudre entierement: elle se réduisit effectivement en liqueur, dont la plus grande partie monta à la maniere ordinaire le long des parois du verre jusqu'au haut, où elle produisit une belle vegetation: le reste de la matiere s'éleva du fond du verre presque jusqu'au haut en droite ligne, & sans s'appuyer contre les parois du vaisseau, formant de cette maniere plusieurs tiges fortes & solides, dont l'extrémité superieure étoit plus rouge que le reste. Cette vegetation extraordinaire est representée dans la premiere Figure.

L'autre portion de la matiere ferme & coriasse sur laquelle je n'avois pas jetté une seconde fois de l'esprit de nitre comme sur la précedente, & que j'avois au contraire laissée dans le même état, jetta peu de temps après plusieurs petites tiges rouges qui sembloient sortir de cette matiere, comme les herbes sortent de terre; je fis un trou dans un endroit de cette masse, j'y versai de l'eau commune en differentes fois, & chacune des petites tiges dont on vient de parler s'éleva considerablement & presqu'à vûë d'œil à mesure que la masse fut humectée. L'eau à chaque fois disparut très-vîte, & elle occasionna encore une élevation de quelques

parties de la masse délayée qui monterent le long des parois du verre, & qui formerent au haut une vegetation. Cette masse dessechée a toûjours conservé au fond du verre la peau dure & coriasse qui l'entoure, & elle ressemble en l'état où elle est à une motte de terre qui seroit couverte de differentes sortes de petites plantes. Cette autre vegetation extraordinaire est representée dans la seconde Figure.

J'ai souvent remarqué que quand on ne verse point assez d'esprit de nitre pur sur la dissolution du fer épaissie par l'huile de tartre, la liqueur se recondense une seconde fois peu de temps après le mêlange; parceque les nouveaux acides ne suffisent pas pour débarrasser entierement les anciens, des sels alkalis qui sont de trop dans le mêlange, & qui y dominent encore assez pour lui ôter de nouveau sa fluidité qu'il n'avoit acquise que pour quelque temps, & par l'agitation que le choc des nouveaux acides avoit communiquée à ses parties: mais il y a cette difference entre le cas précedent qui vient d'être remarqué & celui-ci, que j'avois jetté dès la premiere fois une quantité plus que suffisante d'esprit de nitre pur sur la masse du cas précedent, & que quoique j'en eusse versé une seconde fois pour achever de la rendre fluide, elle s'étoit encore condensée en partie au fond du verre. D'ailleurs elle étoit beaucoup plus ferme & plus solide que l'autre, & ses tiges étoient beaucoup plus longues, & se soûtenoient infiniment mieux que toutes celles que j'aye jamais vû s'élever de la même maniere; ce qui marque que la dissolution particuliere qui avoit été employée en cette occasion, avoit été cause de cet effet, par l'extrême facilité

que

que ses acides avoient naturellement à perdre leur mouvement, & à prendre une forme solide.

Les differences qui se rencontrent ordinairement entre plusieurs vegetations du fer, & pour leur forme & pour le temps qu'elles mettent à se former, ne dépendent pas seulement des proportions differentes des liqueurs necessaires pour cette operation; car souvent en observant les mêmes proportions avec la derniere précision dans deux vegetations, elles ne laissent pas d'être considerablement differentes entr'elles; ce qui vient ou de ce qu'elles ont été faites en des saisons ou en des temps differens, & suivant lesquels la constitution de l'air favorise plus ou moins la crystallisation de la liqueur; ou de ce que leurs vaisseaux sont d'une forme differente, car la liqueur monte plus ou moins facilement suivant cette circonstance; ou de la force particuliere de l'esprit de nitre employé pour chaque vegetation; ou des lieux differens où elles ont été formées; ou enfin d'autres circonstances moins sensibles, & qui ne laissent pas d'apporter un changement notable à l'operation, comme je l'ai souvent remarqué.

Voilà tout ce que j'ai observé de plus particulier dans les differentes manieres de faire vegeter le fer: voyons presentement ce qui se passe quand la vegetation est faite.

D'abord elle est ordinairement moins belle, & moins distincte que peu de temps après, parcequ'elle est trop humide, & que cette humidité en gonflant les parties en empêche la distinction. D'ailleurs elle est un peu trop haute en couleur, ce qui se dissipe toujours assez, com-

me il ſera dit Mais après un certain temps la matiere ſe deſſeche à un point, qu'elle devient comme ces fleurs fannées qui ont perdu une grande partie de leur volume. Cette même matiere en ſe deſſechant perd auſſi preſque toute ſa couleur; car de rouge qu'elle eſt ordinairement, elle devient d'un jaune pâle.

La raiſon en eſt qu'outre les humiditez aqueuſes qui s'évaporent pendant que la matiere ſe deſſeche, & qui peut-être contribuoient à exciter la couleur rouge en donnant action aux acides du mêlange ſur les ſouffres du fer, il y a encore tout lieu de croire qu'inſenſiblement il s'en dégage, & qu'il s'en échape des parties actives & exaltées, qui ſont celles qui produiſent la couleur rouge. Voici un fait qui le prouve ſenſiblement.

J'avois fait quinze ou ſeize vegetations dans une même chambre, & il arriva que depuis le temps que ſe formerent ces vegetations, juſqu'à ce qu'elles furent deſſechées, il ſe conſerva dans la chambre une odeur ſi forte que tous ceux qui y entroient en étoient frapez, & que moi-même j'en fus incommodé. Cette odeur diminua beaucoup quand les vegetations furent ſechées juſqu'à un certain point, mais elle ne ceſſa point tout-à-fait, au contraire elle ſubſiſta encore aſſez long-temps d'une maniere ſenſible.

Les parties qui en s'exhalant produiſent cette odeur, ne ſont autre choſe que quelques acides les plus volatiles, ou le moins engagez dans le corps du mêlange, & avec eux les ſouffres auſquels ces acides s'étoient unis dans le fer, & qu'ils enlevent en ſe ſeparant de la matiere; car j'ai fait voir dans mon Memoire du 14 A-

vril

vril 1706, & j'ai repeté au commencement de celui-ci, que quand le fer avoit été pénétré par des acides, & que ces acides en sortoient ensuite, ils entraînoient toûjours avec eux des souffres de ce métal, ce qui lui apportoit un changement considerable; cette perte des acides & des souffres de nôtre mélange paroît encore s'accorder avec les experiences suivantes.

J'ai voulu voir si la matiere dessechée d'une ancienne vegetation pourroit vegeter de nouveau; pour cela j'ai separé cette matiere des parois du verre où elle étoit attachée, & je l'ai mise au fond du même verre que j'ai presque rempli d'eau; j'ai bien brouillé la matiere dans l'eau pour l'y faire dissoudre, & j'ai laissé ensuite le tout en repos. La liqueur a acquis une couleur jaunâtre, & elle a été un assez long-temps sans rien produire de bien sensible & de bien distinct; enfin sa couleur est devenue plus vive, & a tiré sur le rouge, & souvent même en repétant la même experience depuis, je l'ai vûë devenir encore plus rouge & plus vive, & la matiere a commencé alors à monter sensiblement. Quand la liqueur a été tout-à-fait enlevée, j'ai trouvé au fond du verre une matiere moins grasse au toucher, & plus roide que celle qui étoit montée; j'y ai versé de nouvelle eau pour la dissoudre, mais la liqueur n'a guere produit autre chose, & pour le temps considerable que les crystaux ont mis à monter, & pour la maniere dont ils se sont arrangez, que ce qu'il a déja été remarqué que le nitre artificiel dissous dans l'eau & sans mélange de fer produisoit, c'est à dire une plaque mince & unie qui n'avoit aucune apparence de vegetation, & qui n'avoit
voit

voit été formée que par un petit nombre de cryſtaux faciles à ſe condenſer, & qui ſe traînoient avec peine le long des parois du verre à meſure que l'eau dans laquelle ils nageoient s'évaparoit, & les ſoûtenoit en s'élevant.

Il paroît par cette experience que j'ai réiterée un grand nombre de fois, qu'une partie de la matiere d'une ancienne vegetation devient par le temps incapable de vegeter, & que l'autre conſerve toûjours cette vertu, ou du moins ſe racommode & ſe rétablit aiſément dans cette force par le moyen de l'eau commune. Pour concevoir la raiſon de ces differens effets, il faut d'abord ſe reſſouvenir de ce qui a eté dit dans le preſent Memoire; ſavoir, que plus on avoit ſoin de conſerver les parties volatiles du mêlange, plus la vegetation ſe faiſoit bien & promptement; qu'il falloit de plus que toutes les parties du mêlange fuſſent dans une proportion convenable, & une liaiſon intime. Cela étant, s'il y a lieu de conjecturer que pendant que la matiere d'une ancienne vegetation ſe deſſeche, quelques-unes des parties les plus volatiles ſe dégagent tout à fait, quelques autres ſe dérangent, les unes plus, les autres moins, on rendra aiſément raiſon de tout ce qui arrive non-ſeulement dans l'experience qui vient d'être rapportée, mais encore dans pluſieurs autres qui viendront enſuite.

L'eau verſée ſur la matiere d'une ancienne vegetation, ſepare & enleve inſenſiblement les parties les plus diſſolubles du mêlange. Or les parties qui ont le plus de facilité à être ſoûtenues dans le liquide, & qui s'y diſſolvent effectivement, ſont celles qui contiennent une plus grande quantité des principes actifs du mêlange,

&

& particulierement de la ſubſtance ſulphureuſe du fer; ce qui ſe reconnoît aiſément par l'inſpection de la matiere qui a vegeté, & de celle qui a reſté au fond du vaiſſeau; car l'une eſt fort graſſe au toucher, & l'autre eſt roide & bien moins graſſe. De plus, j'ai fait voir dans ce Memoire que telle partie nitreuſe qui ſans le mêlange du fer ſe précipiteroit au fond du vaiſſeau, ſe ſoûtient avec le fer dans le liquide, dont elle occupe même le deſſus.

L'eau donc s'étant chargée de la partie la plus diſſoluble & la plus propre à vegeter, il s'y fait une petite fermentation qui ſe reconnoît, 1°. Par des bulles d'air qui s'entretiennent, & quelquefois même en aſſez grande quantité ſur le liquide. 2°. Parceque ce liquide acquiert une couleur rouge, qui eſt le dernier effet de la fermentation, & la marque que les parties du mêlange ſont ſuffiſamment exaltées pour pouvoir s'élever. Cette fermentation vient apparemment ou de ce que la matiere la plus active & la plus diſſoluble a enlevé avec elle dans le liquide quelques parties fixes & groſſieres, dont elle ſe débarraſſe & ſe ſepare enſuite par l'agitation que l'eau communique à ſes parties; ou de ce que cette matiere ayant ſouffert quelque alteration dans l'union & l'arrangement de ſes principes pendant qu'elle a été expoſée à l'air, l'eau dans laquelle ils nagent & qui les agite, leur donne occaſion d'agir les uns ſur les autres, de ſe réünir, & de s'exalter aſſez pour pouvoir s'élancer vers la ſurface du liquide, d'où ils montent pour la ſeconde fois juſqu'au haut du verre par la même méchanique & de la même maniere que la premiere fois; avec cette difference nean-

neanmoins que cette feconde vegetation n'eſt ordinairement ni auſſi belle, ni auſſi prompte qu'elle l'étoit en premier lieu; non-ſeulement parceque les parties du mêlange ne contiennent plus la même quantité de principes vifs & actifs, mais encore parceque la fermentation qui regne dans le liquide n'y peut plus être auſſi forte qu'elle l'étoit la premiere fois.

La matiere fixe qui reſte au fond du vaiſſeau, & qui n'a pû vegeter comme l'autre, eſt la partie du mêlange qui a ſouffert une plus grande alteration, & par la diſſipation, & par le dérangement de ſes principes. La comparaiſon de cette matiere & de ſes effets, avec celle qui eſt beaucoup plus graſſe, & qui a vegeté de la maniere que je le viens d'expliquer, prouve évidemment combien l'union intime du ſouffre du fer aux cryſtaux nitreux du mêlange leur eſt neceſſaire, non-ſeulement pour les rendre plus faciles à être ſuſpendus dans le liquide & à s'élever, mais encore pour qu'ils ne produiſent pas une ſimple plaque mince & unie qui n'a aucune forme de vegetation, & au contraire pour que leurs parties plus affinées & plus ſubtiliſées par ce ſouffre qu'elles ne le ſont naturellement, puiſſent s'élancer de differens côtez, & d'une maniere propre à repreſenter des figures de fleurs qui ſemblent ſortir de la ſurface du verre, comme j'ai déja dit, que les feuilles de certaines plantes qui couvrent les murailles paroiſſent en ſortir.

J'ai reconnu par pluſieurs experiences que moins on laiſſoit d'intervalle entre la premiere vegetation de nôtre mêlange, & ſa feconde vege-

getation faite par le moyen de l'eau commune, plus cette matiere revegetoit abondamment & distinctement, & moins par conséquent il restoit après la vegetation de la matiere fixe & incapable de vegeter dont il a été parlé; la raison en est évidente, car les principes du mêlange se dissipent & se dérangent plus ou moins suivant la quantité du temps qu'ils ont eu pour cela.

J'ai encore remarqué que souvent telle matiere étoit capable de vegeter une seconde fois, qui après avoir été dessechée & remise dans l'eau, ne pouvoit plus vegeter une troisiéme. J'en ai vû d'autres qui avoient un peu plus de force, mais cependant dont la troisiéme vegetation étoit peu haute, peu distincte, & formée par des crystaux grossiers, roides & peu sulphureux en comparaison de ce qu'ils étoient auparavant. Enfin quelque force qu'ait la matiere pour pouvoir revegeter, toûjours est-il vrai de dire qu'elle la perd entierement, si après qu'elle a vegeté & qu'elle a été bien dessechée, on s'obstine à la replonger dans l'eau pour lui faire recommencer le même manege; car à chaque fois qu'elle se dissout dans l'eau, j'ai prouvé que son souffre s'exaltoit, & ce souffre s'échape ensuite d'autant plus facilement pendant que la matiere se desseche, qu'il a été fortement exalté, & qu'il est uni à un acide très-volatile; de sorte qu'à la fin il n'en reste plus au mêlange, ou s'il lui en reste, il est en trop petite quantité pour produire rien de sensible; de plus les parties de la matiere se dérangent toûjours de plus en plus, ce qui la met enfin hors d'état de reproduire son premier effet.

Je finirai mes observations sur les vegetations anciennes par une experience que j'ai faite un grand nombre de fois, & par laquelle de deux vegetations qui en se sechant avoient perdu toute leur beauté, on en peut faire en beaucoup moins de temps que par toute autre voye, une nouvelle d'une couleur & d'une construction fort agreable à la vûë. Je choisis pour cela une matiere qui n'ait vegeté qu'une fois; je la separe du verre où elle étoit attachée, j'y verse de l'eau pour la dissoudre, & quand l'eau a acquis la couleur qui dénote que la matiere est prête à s'élever, je la reverse dans un verre où il y ait une vegetation semblable à la premiere, mais qui n'en ait point été separée. La liqueur trouvant le long des parois du verre des crystaux tout faits, monte par leur moyen beaucoup plûtôt qu'elle n'auroit fait, jusqu'au haut du vaisseau où est le fort de la vegetation ancienne, qui lui sert encore d'appui, & sur laquelle la liqueur se condense ordinairement en une belle vegetation, qui couvre & qui fait entierement disparoître l'ancienne vegetation.

Cette experience prouve une chose déja avancée dans ce Memoire; savoir, que les crystaux qui se forment d'abord contre les parois du verre au commencement d'une vegetation, servent ensuite de base & d'appui au reste de la liqueur, & font qu'elle s'éleve plus aisément & plus vîte jusqu'au haut du vaisseau.

Il ne me reste plus qu'à rapporter les diverses experiences que j'ai faites, en substituant en differens cas, des alkalis volatiles, aux alkalis fixes qui entrent dans nôtre mêlange; d'autres acides à ceux du nitre à ceux du nitre qui y entrent aussi, & enfin d'autres métaux au fer.

Je

Je commence par les alkalis; j'ai jetté très-souvent de l'esprit volatile de sel ammoniac, au lieu d'huile de tartre, sur du fer dissout par l'esprit de nitre: la liqueur a fermenté, s'est soulevée, & a produit un précipité jaunâtre, & épais que je n'ai jamais pû faire vegeter par aucune des manieres dont le fer vegete avec l'huile de tartre.

Il est aisé de concevoir la raison de cette difference, dès qu'on fait attention à la nature particuliere du sel fixe de tartre, & du sel volatile ammoniac, & aux effets differens qui résultent du mêlange de chacun de ces sels avec l'esprit de nitre.

On convient que le sel de tartre n'est alkali que par sa partie terreuse, qui fixe de maniere ce sel, qu'il est capable de résister à une violence de feu très-considerable. Pour le sel volatile ammoniac, aussi bien que tous les autres sels volatiles alkalis, il y a tout lieu de croire qu'ils ont été rendus tels, en déposant ce qu'ils avoient de plus terreux & de plus grossier, & s'unissant très-intimement à des parties huileuses qu'ils trouvent dans le vegetal ou dans l'animal, & qui rendent ces sels susceptibles non seulement d'élevation à la moindre chaleur, mais encore de fermentation & de combat quand on leur presente des acides.

Pour ce qui est des differens effets de ces deux sels sur l'esprit de nitre pur, j'ai déja dit que quand on mêle ensemble une certaine quantité d'huile de tartre, & de bon esprit de nitre, presque tout le mêlange se convertit en un sel solide, qui se précipite & se crystallise au fond du vaisseau, faute d'une assez grande quantité de phlegme pour le soûtenir, & qu'il surnage seulement un peu d'eau chargée du même sel,

ce qui eſt à remarquer ; car avant que ces deux liqueurs fuſſent mêlées enſemble, les acides de l'une & les ſels alkalis de l'autre trouvoient ſéparement aſſez de phlegme pour ſe tenir ſuſpenduës.

Quand au contraire on jette de l'eſprit de nitre ſur de l'eſprit de ſel ammoniac, la liqueur après avoir violemment fermenté acquiert un goût ſalé; mais je n'ai jamais vû qu'il ſe précipitât du ſel, il ne ſe fait point non plus de cryſtaux longs & ſolides comme dans l'autre cas, & toute la liqueur peut s'évaporer avec ſon ſel par le même feu qui ne feroit guere autre choſe que deſſecher les cryſtaux nitreux formez par l'union de l'eſprit de nitre & du ſel de tartre.

Cette difference d'effets de l'huile de tartre & de l'eſprit volatile de ſel ammoniac, ſuit de la nature qui leur a été attribuée; car le ſel de tartre par ſa partie terreuſe fixe & appeſantit en quelque ſorte les acides qui s'y ſont unis, & il réſulte de ce mêlange un nouveau ſel trop peſant & trop compacte pour pouvoir être ſoûtenu tout entier dans le liquide; au lieu que le ſel volatile ammoniac par ſa partie huileuſe qui eſt naturellement fort legere, fort rarefiée, & fort volatile, ſe peut aiſément ſoûtenir dans le liquide avec les acides qui lui ſont joints, & peut-être même contribuer à les rendre encore plus volatiles qu'ils ne le ſont, & plus aiſez à être enlevez par le feu. En effet, ſi l'on évapore par une très-douce chaleur tout le phlegme de ce mêlange, il reſtera au fond du vaiſſeau un ſel qui étant mis ſur une pele chaude, s'éleve dans l'inſtant même avec une fort grande rapidité, & ſans laiſſer rien ſur la pele.

Tout ceci bien entendu, le sel ammoniac versé sur l'esprit de nitre chargé de la substance du fer, ne peut faire vegeter ce mêlange, parcequ'il ne donne point assez de corps aux acides pour les réduire, comme fait le sel de tartre, en des crystaux longs & solides, sans quoi il a été prouvé dans ce Memoire que la vegetation ne pouvoit se faire.

Voilà ce que j'ai remarqué sur les differens alkalis. Je viens presentement aux acides, dont j'ai employé bien des sortes en place de l'esprit de nitre; mais outre que le mêlange où ils ont entré s'est toûjours élevé bien moins vîte & moins haut, il n'a encore produit qu'une croûte saline qui n'avoit aucune apparence de vegetation. Cette difference vient apparemment de ce que les acides de l'esprit de nitre étant plus déliez & plus sulphureux que ceux de tous les autres esprits acides, le mêlange où ils entrent est aussi plus disposé à s'élever, & à s'élancer d'une maniere propre à former des figures de vegetation. On peut même dire que les autres esprits acides mêlez à celui du nitre, & employez dans le même mêlange, empêchent les figures de vegetation qui seroient produites sans cela. Voici ce qui me le fait assurer.

J'ai versé sur du fer dissous par l'esprit de nitre autant d'huile de tartre qu'il en a fallu pour réduire tout le liquide en une masse épaisse. J'ai rétabli ensuite la fluidité de cette masse par une suffisante quantité d'esprit de vitriol, & la liqueur après un assez long-temps n'a produit contre la surface du verre qu'une croûte jaunâtre, qui s'est élevée à la verité en moins de temps, & plus abondamment que celle qui se forme après le mêlange de l'huile de tartre & de l'esprit

de nitre pur & sans fer, mais qui n'avoit pas plus l'air d'une vegetation.

Je me suis encore servi du vinaigre distillé dans la même vûë, & de la même maniere. La liqueur s'est élevée avec beaucoup de peine, & peu haut, & elle n'a produit après bien du temps que quelques crystaux qui s'entre-croisoient confusément les uns & les autres, sans avoir aucune forme de vegetation.

Je finis par les métaux. J'ai essayé si ceux qui se dissolvent par l'esprit de nitre, étant préparez de la même maniere que le fer, produiroient une vegetation semblable. Celui dont j'esperois le plus pour cet effet étoit le cuivre, car on sait qu'il contient beaucoup de souffre. Cependant après un grand nombre de differentes experiences plusieurs fois reiterées sur ce métal, je n'ai pû réüssir à aucune vegetation sensible, ni même à rien qui en approchât, & le mélange a toûjours demeuré opiniâtrement au fond du verre.

J'ai encore fait une tentative sur le cuivre ; mais il est bon d'avertir que je ne l'ai faite qu'une seule fois. J'ai tâché de faire vegeter ensemble une égale partie de cuivre & de fer, & quand la matiere a été préparée, il s'en est élevé si peu de chose, qu'il est visible que le cuivre a empêché en cette occasion la vegetation du fer.

Je ne veux pas conclure de toutes ces experiences que le cuivre soit absolument incapable de vegeter par le procedé dont je me sers pour faire vegeter le fer. Car il se pourroit faire que faute de quelque circonstance insensible, j'eusse manqué le point du mêlange necessaire à la vegetation du cuivre, ce que j'ai neanmoins beaucoup

coup de peine à croire; mais du moins j'ai droit de conclurre que le fer est beaucoup plus propre pour cet effet que le cuivre, puisqu'il est rare de manquer la vegetation du fer, & qu'il est très-difficile & peut-être même impossible de parvenir à celle du cuivre par la même voye.

Après le cuivre j'ai travaillé sur le mercure, & je n'ai pas plus réüssi sur l'un que sur l'autre: tout ce qui m'a paru, c'est que quelquefois & après un long-temps, il s'élevoit un peu au-dessus de la liqueur, & contre la surface interne du verre, une croûte mince, saline & jaunâtre, qui ne sembloit s'y former qu'à mesure de l'évaporation insensible & naturelle du phlegme du mélange, & enfin quand tout étoit évaporé, on retrouvoit presque tout le mercure précipité au fond du verre.

J'ai encore fait une experience sur le mercure. Comme il entre avec l'argent dans l'arbre de Diane, j'ai voulu voir si son mêlange avec le fer ne produiroit rien de particulier dans le cas de nôtre procedé. Quand la liqueur a été bien préparée, tout le fer s'est élevé en peu de temps, & a produit une belle vegetation rouge au haut du verre, & le mercure a demeuré au fond en poudre jaune.

Le bismut étant un corps métallique qui se dissout par l'esprit de nitre, j'ai essayé plusieurs fois s'il pourroit être rendu vegetable par le mêlange de nos liqueurs acides & alkalines, mais toutes mes experiences ont été inutiles. Je n'ai point encore essayé la même chose sur l'argent, mais je ferai cette experience avec plusieurs autres que j'ai à faire sur le même métal.

Au reste comme le souffre du fer se manifeste, se dévelope, & a par conséquent plus de

 force

force & d'activité que celui des autres métaux, on ne doit pas être surpris si le mélange où entre le fer differe si fort par ses effets de tous les mêlanges où on lui a substitué d'autres métaux.

# QUADRATURES

*De superficies Cylindriques sur des bases Paraboliques, Elliptiques & Hyperboliques.*

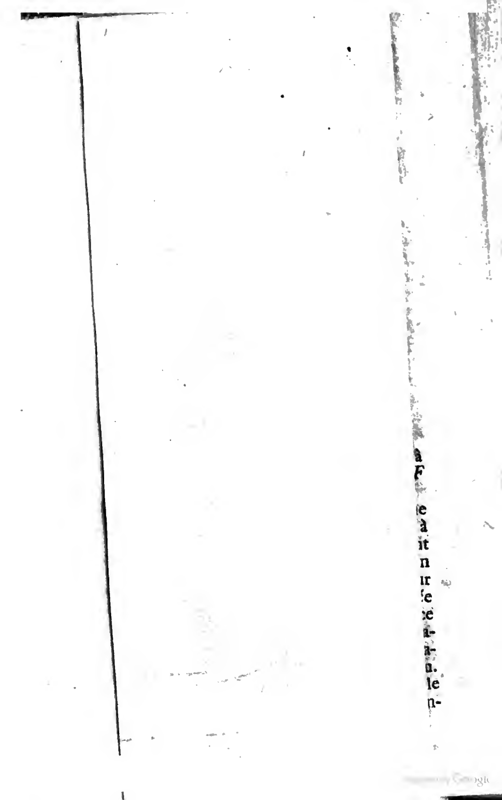
PAR M. DE LA HIRE.

* MR. PASCHAL est le premier, que je sache, qui ait publié & démontré dans ses Lettres sous le nom de *A. Dettonville*, que si l'on éleve perpendiculairement sur le plan d'un quart de cercle, tous les sinus aux points de leurs arcs, ils formeront un espace Cylindrique égal au quarré du rayon du cercle. D'où il suit que les cordes d'un demi-cercle étant aussi élevées de même sur leurs arcs du demi-cercle, formeront un espace Cylindrique égal au quarré du diametre du demi-cercle. Mais il me semble qu'on n'a pas examiné si dans les autres Sections Coniques il n'y avoit rien de semblable à cette proprieté du cercle, qui est une des plus utiles & des plus belles que l'on doit à la Geometrie des Indivisibles. Voici ce que j'y ai trouvé dans l'examen que j'en ai fait.

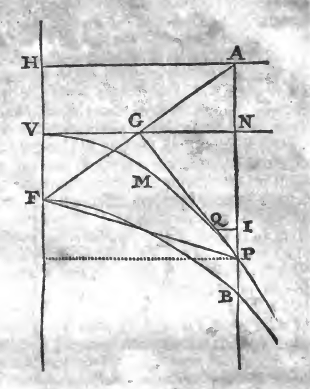
THEOREME I.

Soit une Parabole *VMP* dont l'axe est *HF*, le

* 20. Juillet 1707.








le foyer *F*, & la ligne *HA* perpendiculaire à l'axe en *H*, ensorte que *VH* soit égale à *VF* qui est égale au quart du Parametre de l'axe.

Je dis que si de quelque point *A* de la ligne *HA* on mene *AF* au foyer, & *AP* parallele à l'axe jusqu'à la Parabole en *P*, & qu'au point *P* on éleve *FA* perpendiculairement sur le plan de la Parabole, & qu'on fasse de même pour tous les points *A* d'une portion *HA* déterminée sur cette ligne; on aura une portion ou espace d'un cylindre droit qui a pour sa base la Parabole *VMP*, lequel sera égal à deux fois l'espace mixte *VHAPMV* qui est un espace connu.

Car ayant mené la touchante *VGN* par le

fommet $V$ de l'axe de la Parabole, & la touchante $PG$ par le point $P$, on fait par les proprietez de la Parabole, que ces deux touchantes fe rencontreront en $G$ fur la ligne $FA$, & qu'elles formeront l'angle droit $FGP$, & que $FG$ fera égale à $GA$, & $VG$, égale à $GN$, & enfin les deux triangles rectangles $PGF$, $PGA$ feront égaux.

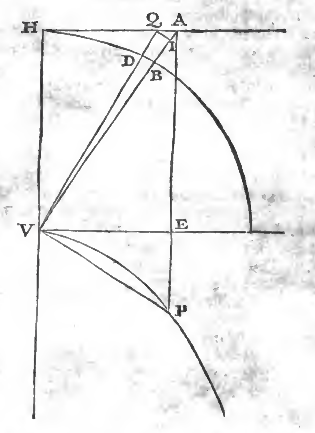
Mais fi l'on prend la ligne $PQ$ indéfiniment petite fur la Parabole ou fur fa touchante, ce qu'on regarde comme la même ligne, & qu'on mene la ligne $QI$ perpendiculaire à $AP$, on formera le triangle rectangle $PQI$ qui fera femblable au triangle rectangle $PAG$ ou $PFG$ qui lui eft égal; c'eft pourquoi on aura $PA \mid AG \parallel PQ \mid QI$, d'où il fuit que le rectangle $PA \times QI$ eft égal au rectangle $AG \times PQ$; & le rectangle $PA \times 2QI$ fera égal au rectangle $PQ \times 2AG$ qui eft égal à $FA$. Mais tous les rectangles enfemble formez comme ce dernier, font l'efpace cylindrique propofé; & tous les rectangles $PA \times 2QI$ qui leur font égaux, font un efpace double de l'efpace $VHAPMV$, à caufe que tous les rectangles $PA \times QI$ font égaux enfemble à cet efpace; donc la fuperficie cylindrique propofée eft double de l'efpace $VHAPMV$, qui eft un efpace égal au tiers du rectangle $VN \times NP$, ce qui eft connu dans la Parabole, plus le rectangle $VHAN$. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Mais fi l'on décrit une hyperbole équilatere $FB$ qui ait $HF$ pour la moitié de fon axe, fon centre étant en $H$, on fait que toutes les ordonnées $AB$ à fon axe indéterminé $HA$, feront égales aux $FA$, & par conféquent toutes les ordonnées $AB$ de l'hyperbole étant élevées aux points $P$ de la Parabole où elles la coupent,

pent, formeront le même espace cylindrique que nous venons d'examiner.

## THEOREME II.

Soit une Parabole *VP* dont l'axe est *VH*, & que *VH* soit égale au parametre. Par le point *H* soit mené *HA* perpendiculaire à l'axe *VH*, &




par quel point on voudra *A* de la ligne *HA* soit mené *AV* au sommet *V* de la Parabole, & soit *VE* touchante en *V*. Enfin du point *V* pour cen-

centre & pour rayon le parametre *VH* soit décrit le cercle *HDB* qui coupe en *B* la ligne *VA*. Si au point *B* du cercle on éleve perpendiculairement sur le plan de la Parabole la ligne *AP*, & qu'on fasse la même chose pour tous les points de la partie *HA* de la ligne *HA*.

Je dis que l'espace de la superficie cylindrique formée par toutes les *AP* sur les points *B*, sera égale au rectangle *VHAE*.

1°. Si l'on mene la ligne *VP* du sommet *V* au point *P*, je dis que le triangle *AVP* sera rectangle en *V*, & semblable au triangle rectangle *VHA*. Car à cause de la Parabole, le rectangle $PE \times EA$ qui est le parametre, sera égal au quarré de *VE*, donc *PE* | *EV* | *EV* | *EA*; & par conséquent le triangle *AVP* est rectangle en *V*. Mais aussi l'angle *VAP* étant égal à l'angle *AVH*, le triangle rectangle *HAV* sera semblable au triangle rectangle *VAP*. On aura donc *PA* | *VA* || *VA* | *VH*.

2°. Si l'on prend *AQ* indéfiniment petite sur *AH* & qu'on mene *QDV*, & du point *Q* si l'on mene la perpendiculaire *QI* sur *VA*, le petit triangle *QIA* sera semblable au triangle *AVP*: c'est pourquoi *AP* | *AV* || *AQ* | *QI*. Mais *AV* | *VB* ou *VH* son égale || *QI* | *DB*; donc *ex æquo* *AP* | *VH* || *AQ* | *BD*; donc le rectangle $AP \times BD$ sera égal au rectangle $VH \times AQ$. Ce sera la même chose pour toutes les parties indéfiniment petites de la ligne *HA*. Mais toutes les $AP \times$ les arcs *BD* qui forment l'espace cylindrique proposé, seront égales à toutes les $AQ \times VH$ qui forment le rectangle *VHAE*. *Ce qu'il falloit démontrer.*

THEO-

## THEOREME III.

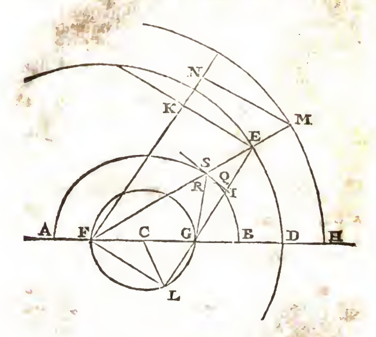
J'aurois pû ne faire qu'un seul Theoreme de celui-ci & du suivant ; mais comme l'explication & la démonstration seroient trop composées à cause des distinctions trop frequentes, j'en ai fait deux separées: mais pour faire voir l'analogie qu'ils ont entr'eux, j'ai observé de mettre les mêmes lettres aux points qui ont même rapport, outre qu'il y a quelques proprietez particulieres à l'un & à l'autre.

Si sur une ligne droite *AB* il y a deux points *FG* également éloignez de *A* & de *B*, & de plus sur *AB* prolongée vers *D* si l'on prend la grandeur *BD* égale à *BG*, & que du point *F* pour centre & pour rayon *FD* on décrive le cercle *DE*, & que du point *G* ayant mené quelque ligne *GE* jusqu'au cercle en *E* & ensuite *FE*, si l'on divise *GE* en deux également en *I*, la ligne *SI* perpendiculaire à *GE* rencontrera *FE* en un point *S* qui sera sur une Ellipse laquelle aura *AB* pour son grand axe & qui sera égale à *FE*, & la ligne *SI* touchera l'Ellipse en *S*.

Cette proposition est évidente ; car si l'on mene *GS*, elle sera égale à *ES*, & par conséquent *FS*, *GS* seront ensemble égales à l'axe *AB*, qui est une proprieté des foyers *FG* de l'Ellipse.

Ce qu'il y de remarquable ici, c'est que le cercle *DE* où se termine la ligne *GE* menée du foyer *G*, fait le même office dans l'Ellipse que dans la Parabole, la ligne droite perpendiculaire à l'axe, & qui le rencontre dans un point autant éloigné du sommet qu'en est le foyer ; ce

 qui




qui eſt auſſi de même ici où le cercle *DE* rencontre l'axe en *D*, enſorte que *BD* eſt égale à *BG*: mais dans la Parabole l'autre foyer comme *F* étant à diſtance infinie, auſſi le cercle *DE* qui auroit ſon centre à diſtance infinie devient une ligne droite.

Je dis maintenant que ſi par tous les points *S* de la demi-Ellipſe *ASB* on éleve des perpendiculaires à ſon plan, leſquelles ſoient les ſinus des angles *FEG* ou *EGS* qui ſont égaux entr'eux, & qui ſont les moitiez des angles *FSG* à l'Ellipſe ſur les foyers *FG*, en poſant pour rayon du cercle des ſinus l'axe *AB* ou *FE*; tous ces ſinus formeront un eſpace ſur le Cylindre droit qui a pour baſe la demi-Ellipſe *ASB*, lequel ſera égal au rectangle fait de l'axe *AB* & de la diſtance *FG* entre les foyers.

Si

Si de quelque point $Q$ pris ſur la touchante indéfiniment proche du point $S$ qu'on peut conſiderer auſſi ſur la Courbe, on mene $QR$ perpendiculaire à $GS$, on aura le triangle $SQR$ ſemblable au triangle $GSI$; & ſi par le point $E$ on tire $EK$ parallele à la touchante $SI$, & $FK$ perpendiculaire à $EK$, on aura auſſi le triangle rectangle $EFK$ ſemblable aux deux précedens à cauſe des paralleles, & dans le cercle $DE$, $EK$ ſera le ſinus de l'angle $EFK$ qui eſt ſemblable à l'angle $SGI$, & qui eſt la moitié de l'angle $FSG$; c'eſt-pourquoi $FE \mid EK \| QS \mid SR$; donc le rectangle $EK \times QS$ qui eſt portion de l'Ellipſe, ſera égal au rectangle $FE$ qui eſt l'axe $AB \times BR$. Mais la ſomme de toutes les $SR$ pour la demi-Ellipſe eſt égale à la diſtance $FG$ entre les foyers, à cauſe des perpendiculaires ou arcs $QR$ ſur $GS$, ce qui eſt connu, & la ſomme de toutes les $QS$ eſt la demi-Ellipſe; c'eſt-pourquoi la propoſition eſt vraie.

COROLLAIRE I.

On voit auſſi par cette démonſtration que ſi au lieu du cercle $DE$ ſur lequel on a pris les ſinus $EK$ des angles $EFK$, on les prend ſur tout autre cercle, ou plus grand comme ſur $HM$, ou plus petit, on dira toûjours la même choſe; car alors ce nouveau cercle $HM$ étant concentrique à $DE$, & ayant prolongé s'il eſt neceſſaire $FE$ en $M$, on aura le triangle rectangle $FMN$ formé par le rayon $FM$ & par le ſinus $MN$ de l'angle $EFK$, ſemblable au triangle rectangle $FEK$; d'où l'on conclurra, comme on a fait, que l'eſpace cylindrique fait par tous les ſinus $MN$ ſur les arcs $S$ de la demi-Ellipſe leſquels leur correſpondent, ſera égal au

rectangle fait du rayon $FM$ ou $FH$, & de la même distance $FG$ entre les foyers.

COROLLAIRE II.

Si l'on prolonge $EG$ du côté de $G$ jusqu'au cercle $DE$, on formera l'autre demi-Ellipse dont on conclurra la même chose que ci-devant.

COROLLAIRE III.

Si sur $FG$ pour diametre on décrit le cercle $FLG$, & que $EG$ prolongée ou non le rencontre en $L$, la corde $FL$ qui est perpendiculaire à $GL$, sera égale au sinus $EK$; car les deux lignes $EL$, $FK$ sont paralleles, & les angles $FKE$, $FLG$ sont droits: c'est-pourquoi toutes les cordes $FL$ seront égales aux sinus $EK$; ainsi ce que nous avons dit des sinus $EK$ se pouvoit dire des cordes $FL$: mais il faut remarquer que pour la demi-Ellipse on auroit les cordes de tout le cercle entier $FLG$.

On voit aussi que la corde $FL$ qui soûtient l'angle $FGL$ égal à l'angle $EGD$ dans le cercle $FLG$, sera égale au sinus de l'angle $FEG$ dans le cercle $DE$; & par conséquent le sinus de l'angle $FEG$ dans le cercle $DE$, sera double du sinus de l'angle $EGD$ dans le cercle $FLG$.

COROLLAIRE IV.

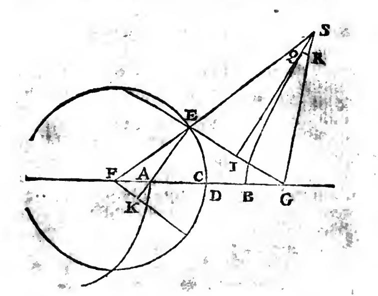
Il s'ensuit aussi de ce Theoreme que si de tous les points $E$ du demi-cercle $DE$ on mene des lignes aux deux foyers, l'une $EF$ qui coupe

pe la demi-Ellipſe en $S$, & l'autre $EG$ qui rencontre le cercle $FLG$ en $L$, & ſi aux points $L$ & $S$ on éleve perpendiculairement la même corde $FL$ qui eſt dans le cercle $FLG$, celle d'un angle $FCL$ double de l'angle $EGD$, il ſe formera ſur le cercle entier $FLG$ une ſurface cylindrique égale à deux fois le quarré de $FG$, ce qui eſt connu, & par cette propoſition il s'en formera une autre ſur la demi-Ellipſe, qui eſt égale au rectangle $FE \times FG$; donc à cauſe de $FG$ commune, le double quarré étant au rectangle comme $2\,FG$ à $FE$, les deux ſurfaces cylindriques ſeront dans la même raiſon de $2\,FG$ à $FE$ ou $FD$.

## THEOREME IV.

Si ſur une ligne droite indéterminée on prend une grandeur $AB$ telle qu'on voudra, & deux points $FG$ également éloignez de $AB$ & au dehors, & ſi l'on prend encore la grandeur $BD$ ſur $AB$ & égale à $BG$, & que du point $F$ pour centre & pour rayon $FD$ qui eſt égale à $AB$, on décrive le cercle $DE$; du point $G$ ayant mené quelque ligne $GE$ juſqu'au cercle $DE$ en $E$, & enſuite $FE$ prolongée tant qu'il ſera neceſſaire, ſi l'on diviſe $GE$ en deux également en $I$, & qu'au point $I$ on éleve ſur $GE$ la perpendiculaire $IS$ juſqu'à la rencontre de $FE$ en $S$; ce point $S$ ſera un de ceux d'une hyperbole $SB$, qui a pour ſon axe déterminé la ligne $AB$, & pour ſes foyers les points $FG$, & la ligne $IS$ touchera cette hyperbole en $S$.

Cette propoſition eſt évidente par les proprietez des foyers de l'hyperbole ; car dans cette conſtruction la difference des lignes $FS$, $GS$ ſe-




ra toûjours égale à l'axe *AB* égal à *FE*. Mais il faut remarquer que si la ligne *GE* touchoit le cercle *DE*, alors la ligne *FE* seroit parallele à *IS*, qui seroit dans ce cas l'une des asymptotes, & que la partie du cercle *DE* entre le point touchant & le point *D* formeroit la moitié de l'hyperbole *BS*, & le reste du demi-cercle au-dessus de *AB* formeroit la moitié de l'hyperbole opposée au-dessous de l'axe *AB*; & enfin l'autre moitié du cercle *DE* au-dessous de l'axe formeroit le reste de ces deux hyperboles.

Ce cercle *DE* fait le même office dans l'hyperbole que dans l'Ellipse, & qui est analogue à la ligne droite de la Parabole, comme nous avons dit.

Je dis maintenant que si par tous les points *S* d'une portion de l'hyperbole comme *BS* depuis l'axe en *B*, on éleve des perpendiculaires à son plan,

plan, lesquelles soient les sinus des angles *EGS* ou *GES* dans le cercle *DE*, formeront un espace sur le Cylindre droit qui a pour base l'hyperbole, égal au rectangle de l'axe *AB* par *GS* moins *GB*; ce qui se rapporte à la figure des sinus dans une partie du cercle.

Si de quelque point *Q* pris sur la touchante indéfiniment proche du point *S* ou sur l'hyperbole, ce qui est consideré comme la même chose, on mene *QR* perpendiculaire à *GS*, on aura le triangle *SQR* semblable au triangle *SGI* ou *SEI* qui sont semblables & rectangles. Et si par le point *E* on tire *EK* parallele à la touchante *SI* & *FK* perpendiculaire à *EK*, on aura aussi le triangle rectangle *EFK* semblables aux précedens à cause des paralleles; & dans le cercle *DE* la ligne *EK* sera le sinus de l'angle *EFK* semblable à l'angle *SEI* ou *SGI*, qui est la moitié du supplément de l'angle *FSG*: c'est-pourquoi *FE* ou *AB* | *EK* || *QS* | *SR*, & par conséquent le rectangle $AB \times SR$ sera égal au rectangle $EK \times QS$ qui est portion de l'hyperbole. Mais la somme de toutes les *SR* pour l'arc de l'hyperbole *BS*, est égale à *GS* moins *GB*, ce qui est connu; & la somme de toutes les *QS* est l'arc hyperbolique *BS*: donc ce qui étoit proposé est vrai.

On pourra tirer de cette proposition des Corollaires semblables à ceux qu'on a tirez pour l'Ellipse.

# OBSERVATIONS SUR LES ARAIGNE'ES

PAR M. HOMBERG.

* LA couleur & la figure extraordinaire d'une certaine espece d'Araignées que j'ai rencontrée dans un Jardin à *Toulon* parmi les fleurs de Tubereuses qui y étoient en grande quantité, m'a donné la curiosité d'en examiner avec soin la figure exterieure, & ensuite aussi celle de toutes les autres especes d'Araignées que j'ai pû rencontrer. Je me suis servi d'un Microscope pour découvrir certaines parties dont les yeux seuls ne sont pas capables de s'appercevoir; & je les ai fait dessiner plus grandes que le naturel, pour les représenter comme elles m'ont parû en les regardant au Microscope.

Je ne donnerai ici que la description de six des principales especes de ces Insectes que j'ai vûës, & ausquelles toutes les autres qui me sont connues se peuvent rapporter.

Les six differentes especes sont, 1°. L'Araignée domestique, c'est à dire celle qui fait sa toile sur les murs & dans les coins des appartemens. 2°. L'Araignée des Jardins, c'est-à-dire celle qui fait une toile en l'air à peu près ronde, d'un tissu peu serré, & qui se niche pendant le jour au centre de cette toile. 3°. L'Araignée noire des Caves, ou qui demeure dans les

* 1707.

les trous des vieux murs. 4°. L'Araignée vagabonde, ou qui ne se tient pas tranquilement dans un nid comme les autres Araignées. 5°. L'Araignée des champs qui a des jambes fort longues, & qu'on appelle ordinairement des Faucheurs, & 6°. L'Araignée enragée, ou la fameuse Tarantule.

J'ai crû qu'il seroit à propos de faire d'abord une description qui convienne en général à toutes les especes d'Araignées, & de faire remarquer ensuite les caracteres particuliers de chacune de ces especes que je viens d'énoncer. Je ne prétends pas faire ici une description exacte de la structure de toutes les parties exterieures de cet Insecte ; je rapporterai seulement ce que l'on n'en peut pas bien découvrir par la simple inspection & sans le secours du Microscope.

Tout le corps de l'Araignée se peut diviser en partie anterieure, en partie posterieure & en pattes. La partie anterieure contient la poitrine & la tête, la posterieure est son ventre. Ces deux parties tiennent ensemble par un étranglement ou par un anneau fort petit. La plûpart des Araignées ont la partie anterieure ou la tête & la poitrine couverte d'une croûte dure ou écailleuse, & le ventre ou sa partie posterieure est toûjours couverte d'une peau souple. Les pattes tiennent à la poitrine, & sont dures comme toute la partie anterieure. Cette structure est differente de celle de plusieurs autres Insectes rampans & volans; par exemple, les Demoiselles & plusieurs autres ont le ventre & la poitrine attachez ensemble tout d'une venue & sans étranglement, nonobstant que la poitrine soit couverte d'une croûte dure, & le ventre d'une

d'une peau ſouple; mais leur tête tient à la poitrine par un étranglement fort étroit. Les Fourmis, les Guêpes & la plûpart des Mouches ont la poitrine attachée au ventre par un étranglement, & la tête attachée à la poitrine par un autre étranglement.

Toutes les Araignées ſont couvertes de poils, auſſi-bien leurs parties dures que les ſouples.

Elles ont ſur differens endroits de la tête pluſieurs yeux fort bien marquez, de differentes groſſeurs, differens en nombres, & differemment placez.

Ces yeux ſont tous ſans paupieres, & couverts d'une croûte dure, polie & tranſparente.

Elles ont dans la partie anterieure de la tête une eſpece de ſerre ou de tenaille, ſemblable en quelque façon aux ſerres ou aux pattes d'Ecreviſſes, qui fait avec le front de cet animal tout le devant de ſa tête. (*Voyez les Figures* 1. 2. & 3.) Cette tenaille conſiſte en deux branches un peu plates, couvertes d'une croûte dure: elles ſont attachées perpendiculairement à la partie inferieure du front, par une peau ſouple qui leur ſert d'articulation ou de charniere, pour ouvrir & fermer ces tenailles. Ces branches ſont garnies de pointes fort dures aux deux bords qui ſe joignent: elles ſervent à attraper leur proie, & à la tenir auprès de leur bouche qui eſt derriere ces tenailles, pour en tirer ce qui leur ſert de nourriture.

Les branches de ces tenailles ont à leurs extrémitez inferieures chacune un ongle crochu, reſſemblant en quelque façon aux ongles d'un Chat. Ces ongles ſont grands, fort durs & articulez; de ſorte que l'animal les peut remuer

de

de haut en bas & de bas en haut, sans qu'il ait besoin de remuer les branches de ces tenailles. Il y a apparence que ces ongles servent pour fermer le bas des tenailles & pour embrasser la proye, afin qu'elle n'échape pas des serres ; car moyennant ces ongles l'ouverture des serres ou des tenailles fait un triangle clos de toutes parts, qui sans cela n'auroit que les deux côtez. (*Voyez la Fig.* 3.) Ces ongles étant articulez peuvent servir aussi pour hausser & pour baisser la proye que l'Araignée tient dans ses tenailles.

Toutes les Araignées ont huit jambes articulées de même que les jambes des Ecrevisses : elles ont à l'extrémité de chaque jambe deux grands ongles crochus & articulez.

Il y a à l'extrémité de chaque jambe, entre les deux ongles, un paquet comme une éponge un peu mouillée, semblable à celui que l'on observe aux extrémitez des pattes des Mouches. Ce paquet spongieux sert apparemment aux mêmes fins que celui des Mouches, pour marcher les jambes en haut contre des corps polis comme une glace de miroir, où l'usage des crochets des extrémitez de leurs pattes n'a pas de lieu : mais ces éponges fournissant une liqueur un peu gluante, suffisent pour les y coller. Cette liqueur gluante tarit avec l'âge aussi bien aux Araignées qu'aux Mouches, de sorte qu'elles ne peuvent pas marcher long-temps de bas en haut contre une glace de miroir ; & même une vieille Araignée ou une vieille Mouche étant tombée par hazard dans une jatte de pourcelaine un peu profonde, elle n'en sauroit sortir, & elle est obligée d'y mourir de faim.

Il arrive à peu près la même chose aux Araignées

gnées pour la matiere qui fournit leur toile. Une vieille Araignée n'a plus de cette matiere dans son corps, & elle ne sauroit refaire sa toile rompue ou emportée; il faut qu'elle chasse une plus foible Araignée de sa même espece, pour recouvrer un nid où elle puisse habiter, comme je l'ai observé plusieurs fois. Peut-être que la liqueur des extrémitez des pattes est la même que celle dont se fait la toile, ou lui est analogue, puisqu'avec l'âge elles tarissent à peu près de même. Nous en parlerons plus amplement en son lieu.

Les Araignées ont outre les huit jambes dont nous venons de parler, & qui leur servent pour marcher, encore deux autres jambes plus proches de la tête, avec lesquelles elles ne marchent pas, mais qui leur servent de bras & de mains, pour placer & pour retourner leur proie qu'elles tiennent dans leurs serres, afin de la presenter de toute maniere & en differens sens à leur bouche, qui est placée immédiatement derriere leurs tenailles. Cette cinquiéme paire de jambes, ou ces bras ne sont pas faits de la même maniere dans toutes les especes des Araignées: dans quelques-unes elles ressemblent parfaitement aux autres jambes, & dans d'autres elles en sont tout-à-fait differentes. Nous en remarquerons la difference lorsque nous décrirons les caracteres particuliers de chaque espece d'Araignée.

Il y a autour de l'anus de toutes les Araignées quatre petits mamelons musculeux, larges vers leurs bases, & pointus vers leurs extrémitez. (*V. Fig.* 7.) Ces mamelons ont un mouvement fort libre en tout sens. Du milieu d'entre ces mamelons sort comme par une filiere la liqueur

queur gluante qui produit le fil, dont elles font leurs toiles & leurs nids. Cette filiere a un ſphincter pour s'ouvrir & pour ſe reſſerrer, moyennant quoi elles peuvent filer plus gros & plus fin ; & l'Araignée étant ſuſpendue en l'air par ce fil, s'arrête lorſque la filiere ſe reſſerre, & elle continue de deſcendre par ſon propre poids quand la filiere s'ouvre.

Voici à peu près la maniere dont les Araignées fabriquent leurs toiles. Lorſqu'une Araignée fait cet ouvrage dans quelque coin d'une chambre, & qu'elle peut aller aiſément en tous les endroits où elle veut attacher ſes fils, elle écarte les quatre mamelons dont nous venons de parler, & en même temps il paroît à l'ouverture de la filiere une très-petite goutte de cette liqueur gluante qui eſt la matiere de ces fils : elle preſſe avec effort cette petite goutte contre le mur, qui s'y attache par ſon gluten naturel, & l'Araignée en s'éloignant de cet endroit, laiſſe échaper par le trou de ſa filiere le premier fil de la toile qu'elle veut faire. Etant arrivée à l'endroit du mur où elle veut terminer la grandeur de ſa toile, elle y preſſe avec ſon anus l'autre bout de ce fil, qui s'y colle de même comme elle avoit attaché le premier bout, puis elle s'éloigne environ l'eſpace d'une demie-ligne de ce premier fil tiré : elle y attache un ſecond fil, qu'elle tire parallelement au premier. Etant arrivée à l'autre bout du premier fil, elle acheve d'attacher le ſecond contre le mur, ce qu'elle continue de même pendant toute la largeur qu'elle veut donner à ſa toile ; (l'on pourroit appeller tous ces fils paralleles, la chaîne de cette toile) après quoi elle traverſe en croix ces rangs de fils paralleles, attachant de même

l'un

l'un des deux bouts contre le mur, & l'autre bout perpendiculairement ſur le premier fil qu'elle avoit tiré, laiſſant ainſi tout à fait ouvert l'un des côtez de ſa toile, pour y donner une entrée libre aux Mouches qu'elle y veut attraper; (l'on pourroit appeller la trame de la toile, ces fils qui traverſent en croix les premiers fils paralleles, que nous avons appellez la chaîne) & comme ces fils fraîchement filez ſe collent contre tout ce qu'ils touchent, il ſe collent en croix les uns ſur les autres, ce qui fait la fermeté de cette toile; au lieu que la fermeté des toiles que nous faiſons pour nos uſages conſiſte dans le tiſſu ou daus l'entrelaſſement des fils de la trame avec ceux de la chaîne; ce qui eſt un ouvrage plus raiſonné.

Afin que les fils qui ſe croiſent ſe collent enſemble avec plus de fermeté, l'Araignée manie avec les quatre mamelons de ſon anus, & elle comprime en differens ſens tous les endroits où les fils ſe croiſent à meſure qu'elle les couche les uns ſur les autres : elle triple ou quadruple les fils qui bordent ſa toile, pour les fortifier & pour les empêcher de ſe déchirer aiſément.

Une Araignée peut fournir deux ou trois fois de la matiere pour faire une toile neuve, pourvû qu'elle n'en ait pas fait une trop grande la premiere fois; ce qui pourroit épuiſer la matiere de ces fils; après cela ſi elle manque de toile, il faut qu'elle occupe par force la toile d'une autre Araignée, ou qu'elle trouve quelque toile abandonnée; car les jeunes Araignées abandonnent leurs premieres toiles pour en faire des neuves, & ſi les vieilles Araignées; c'eſt-à-dire les domeſtiques n'en trouvent pas, il faut qu'elles periſſent, car elles ne ſauroient vivre ſans

ſans toile; mais il y a quelques autres eſpeces d'Araignées qui n'en ont pas tant beſoin. Voilà pour les toiles qui ſe font dans les coins des Chambres: mais pour les toiles des Jardins qui ſont en l'air, & dont les endroits qui les ſoûtiennent ne ſont pas aiſément acceſſibles aux Araignées, voici comment elles s'y prennent pour les conſtruire. L'Araignée ſe met en un temps calme au bout de quelque branche d'arbre, ou ſur quelqu'autre corps qui s'avance en l'air; elle s'y tient ferme ſur ſix pattes ſeulement, & avec les deux pattes de derriere elle tire de ſon anus peu à peu un fil de la longueur de deux ou trois aunes ou plus, qu'elle laiſſe floter en l'air, juſqu'à ce que le vent l'ait pouſſé contre quelque matiere ſolide, où ce fil ſe colle promptement par ſon gluten naturel : l'Araignée tire de temps en temps ce fil à ſoi, pour connoître ſi le bout qui flote en l'air s'eſt attaché quelque part, ce qu'elle connoît par la réſiſtance qu'elle ſent lorſqu'elle tire ce fil; alors elle bande un peu ce fil, & l'attache avec les mamelons de ſon anus à l'endroit où elle ſe trouve. Ce fil lui ſert de pont ou d'échelle pour aller à l'endroit où le hazard l'a attaché, moyennant quoy elle double ce premier fil, qu'elle triple ou quadruple ſelon ſon inſtinct, ou plûtôt ſelon la longueur du fil pour le fortifier plus ou moins; puis elle ſe met à peu près au milieu de ce fil, & elle tire de ſon anus avec ſes deux pattes de derriere un nouveau fil, qu'elle laiſſe flotter en l'air, comme elle a fait au premier fil, & lorſquelle s'apperçoit que ce nouveau fil flotant s'eſt attaché quelque part, elle le bande un peu, & & elle attache avec ſes mamelons le bout qu'elle tient, autant perpendiculairement qu'elle peut,

peut, ſur le milieu du premier fil, & le fortifie en le doublant ou en le triplant, comme elle avoit fait le premier fil. Elle fait cela ſi ſouvent, que le milieu du premier fil devient un centre, d'où ſortent pluſieurs rayons, ce qu'elle continuë juſqu'à ce qu'elle puiſſe aller ſur des fils de traverſe, de l'extrémité de l'un des rayons aux extrémitez des autres rayons; alors elle attache un nouveau fil au centre, qu'elle tire le long de l'un des rayons, & de là au milieu de l'un des fils de traverſe, où elle l'attache avec ſes mamelons, & par ce moyen elle fait autant de rayons qu'elle le trouve à propos. Tous les rayons étant faits, elle ſe remet au centre, elle y attache un nouveau fil, qu'elle couche & qu'elle attache en ſpirale ſur les rayons depuis le centre juſqu'à la grandeur qu'elle veut donner à ſa toile. Cela étant fait elle ſe niche dans le centre de ſa toile, toûjours la tête en bas, peut-être pour éviter la grande clarté du Ciel, n'ayant pas de paupieres pour la modifier; ou plûtôt pour ſoûtenir & pour repoſer ſon gros ventre ſur une large baſe de ſa poitrine, à laquelle ſont attachées les jambes qui portent tout l'animal; au lieu que tenant la tête en haut, le ventre qui eſt fort gros ne pendroit qu'à un petit filet par où il eſt attaché à la poitrine, ce qui pourroit l'incommoder.

L'Araignée ne ſe tient dans le centre de ſa toile que pendant qu'il fait jour: elle ſe retire la nuit, ou quand il pleut, ou quand il fait grand vent, dans une petite loge qu'elle s'eſt faite à l'extrémité de ſa toile, ſous la feuille d'un arbre ou d'une plante, ou en quelqu'autre endroit plus ſolide que ſa toile, & qui lui puiſſe donner un abri contre la pluye. Elle choiſit ordi-

dinairement cet endroit vers la partie la plus élevée de ſa toile, apparemment pour s'y refugier promptement dans la neceſſité; car la plûpart des Araignées montent fort aiſément & bien plus vîte qu'elles ne deſcendent.

Les Araignées attendent des Mouches ou quelques autres Inſectes qui ſe viennent embarraſſer dans ces toiles, & qui leur ſervent de nourriture. Quand la Mouche eſt petite, l'Araignée la prend dans ſes tenailles, & l'emporte dans ſon nid pour s'en nourrir; mais quand la Mouche eſt un peu groſſe en comparaiſon de l'Araignée, & qu'avec ſes aîles & avec ſes pattes elle la peut incommoder; alors l'Araignée l'entoure & l'envelope d'une grande quantité de fils qu'elle tire de ſon anus pour lier & pour garoter la Mouche, juſqu'à ce qu'elle ne puiſſe plus remuer ni aîles ni pattes, & l'Araignée l'emporte paiſiblement dans ſon nid & s'en repaît. Quelquefois la Mouche eſt ſi groſſe & ſi forte, que l'Araignée n'en peut pas venir à bout; alors bien loin d'embarraſſer davantage cette Mouche, l'Araignée la détache où elle déchire l'endroit de la toile où la Mouche tient, & la jette dehors, & elle raccommode immédiatement après ſa toile déchirée, où elle en refait une neuve.

Toutes les Araignées mâles ſont plus petites que les Araignées femelles dans leurs eſpeces. Cela va ſi loin, que j'ai peſé juſqu'à cinq & ſix Araignées mâles des Jardins contre une femelle de la même eſpece pour en trouver le poids égal, ce qui eſt aſſez commun dans la plûpart des Inſectes, tout au contraire des quadrupedes, dont les mâles ſont plus grands & plus forts que les femelles.

Les Araignées de toutes les eſpeces ſont ovipares,

pares, avec cette difference que les unes font une grande quantité d'œufs, comme font celles des Jardins, & celles qu'on appelle communément des Faucheurs, & que les autres en font fort peu, comme les domestiques, &c. Elles font leurs œufs sur une portion de leur toile qu'elles lient ensemble en un peloton, & qu'elles couvent dans leurs nids. Lorsqu'on les chasse de leurs nids dans le temps qu'elles couvent, elles prennent ce peloton d'œufs dans leurs tenailles, que nous avons décrites ci-dessus, & l'emportent avec elles. Tout aussi-tôt que les petits sont éclos, ils commencent à filer, & ils grossissent quasi à vûë d'œil, sans que j'aye pû découvrir qu'ils prennent de nourriture. Si par hazard il leur vient un très-petit Moucheron, ils se jettent dessus, & font comme s'ils s'en nourrissoient : mais s'il ne leur en vient point pendant un jour ou deux au plus, ils ne laissent pas de croître tout de même que s'ils avoient pris de la nourriture, c'est-à-dire qu'ils grandissent dans le commencement de leur âge plus du double par chaque jour, sans prendre aucune nourriture sensible.

Les caracteres particuliers de chaque sorte d'Araignées consistent en la differente position de leurs yeux. Nous ne laisserons pas de remarquer encore d'autres differences considerables, mais qui ne sont pas generales.

L'Araignée domestique qui fait la premiere sorte, à huit yeux placez sur son front en ovale. Ces yeux sont petits & à peu près de la même grandeur. (*Voyez la Fig.* 1.) Cette Araignée fait une grande & large toile dans les coins & contre les murs des chambres : ses bras ressemblent parfaitement à ses jambes, à la réserve

ſerve qu'ils ſont un peu plus courts, & qu'elle ne les poſe jamais à terre. Cette eſpece quitte ſa dépouille tous les ans, où elle change de peau, même aux pattes, comme les Ecreviſſes, ce que je n'ai obſervé qu'à cette ſeule eſpece d'Araignées. Elle vit long-temps; j'ai vû une même Araignée pendant quatre ans: elle ne grandiſſoit gueres de corps, mais beaucoup des jambes. Il vient à cette ſorte d'Araignée quelquefois une maladie qui les fait paroître horribles: c'eſt qu'elles deviennent toutes pleines d'écailles, qui ne ſont pas couchées à plat les unes ſur les autres, mais elles en ſont heriſſées, & parmi ces écailles il ſe trouve une grande quantité de petits Inſectes approchans de la figure des poux des mouches, mais beaucoup plus petits. Lorſque cette Araignée malade court un peu vîte, elle ſecouë & elle jette à bas une partie de ces écailles & de ces petits Inſectes. Cette maladie eſt rare dans nos païs froids; je ne l'ai obſervée que dans le Royaume de *Naples*. L'Araignée en cet état ne demeure pas long-temps en la même place, & étant enfermée elle meurt promptement.

La ſeconde eſt celle des Jardins, qui fait une grande toile ronde en l'air, dont elle occupe ordinairement le centre: elle a quatre grands yeux placez en quarré au milieu du front, & deux yeux plus petits à chaque côté de la tête. (*Voyez la Fig.* 2.) Les femelles de cette eſpece ont les plus gros ventres que j'aye vû aux Araignées, les mâles en ſont fort menus: elles ſont de differentes couleurs, ordinairement elles ſont feuille morte, tachetées de blanc & de gris, quelquefois elles ſont toutes blanches, comme celles que j'ai trouvées à *Toulon* parmi les fleurs

de tubereuses. J'en ai trouvé aussi de differentes couleurs vertes, elles ne sont pas de la même grosseur : les vertes sont les plus petites, les blanches sont plus grosses, & les grises les plus grosses de toutes. J'ai versé de l'esprit de vin sur cette espece, elles n'ont pas paru en être inquietées, non plus que de l'eau forte, ni de l'huile de vitriol, mais l'huile de therebentine les a tuées dans le moment; ce que j'ai pratiqué souvent pour détruire les nichées des jeunes Araignées de cette espece, dans lesquelles il s'en trouve quelquefois une centaine à la fois, & qui en peu de jours occupent tout le Jardin & gâtent beaucoup de plantes.

La troisiéme espece est celle des Araignées des caves, & de celles qui font leurs nids dans les vieux murs: elles ne m'ont paru avoir que six yeux, toutes les autres especes en ayant huit. Ces yeux sont placez deux au milieu du front, & deux à chaque côté de la tête, tous six à peu près de la même grandeur. (*Voyez la Fig. 3.*) Les Araignées de cette espece sont toutes de couleur noire & fort velues: elles ont les jambes courtes, & elles sont plus fortes & plus méchantes, & vivent plus long-temps que la plûpart des autres Araignées. Quand on en a pris une, elle se défend & elle mord l'instrument qui la tient; & ayant été percée par le ventre, elle vit quelquefois plus de deux fois vingt-quatre heures; au lieu que toutes les autres Araignées meurent promptement quand on leur a percé le ventre, & ne se défendent ni ne mordent jamais quand on les a prises. Au lieu de toile pour prendre des Mouches, celles-ci ne font que tirer simplement des fils de sept à huit pouces de long qui sortent de leurs nids com-

comme des rayons, & qui sont attachez au mur autour du trou qu'elles habitent : l'Insecte qui marche sur ce mur, & qui heurte contre quelqu'un de ces fils en l'ébranlant un peu, avertit l'Araignée qui est dans le trou, qui dans le même instant en sort avec une vitesse extraordinaire, & emporte l'insecte. J'ai vû emporter une Guêpe fort vive par une de ces Araignées, ausquelles les autres Araignées ne touchent pas, tant à cause de leurs aiguillons, qu'à cause des écailles dures dont tout le corps de la Guêpe est couvert : mais la partie anterieure & les jambes de cette Araignée étant couvertes d'une écaille extrêmement dure, & la posterieure ou le ventre étant couvert d'un cuir épais & fort serré, elles ne craignent apparemment pas l'aiguillon de la Guêpe ; & les tenailles de cette Araignée étant très-fortes & très-dures ; elles sont capables de briser les écailles de la Guêpe.

La quatriéme espece d'Araignées est de celles que nous avons appellées vagabondes, à cause qu'elles ne sont pas sedentaires dans leurs nids comme sont toutes les autres Araignées, qui attendent tranquilement que leur proye vienne les trouver ; au lieu que celles-ci vont chercher leur proye & la chassent avec beaucoup de ruses & de finesses. Elles ont deux grands yeux au milieu du front, deux plus petits aux extrémitez du front, deux de la même grandeur sur le derriere de la tête, & deux fort petits entre le front & le derriere de la tête. (*Voyez la Fig.* 4.) Les Araignées de cette espece sont de differentes grandeurs, & de differentes couleurs; j'en ai vû de blanches, de noires, de rouges, de grises & de tachetées. Elles ont une partie de leur corps differente de toutes les autres espe-

ces, qui est que l'extrémité de la cinquiéme paire des jambes que nous avons appellé leurs bras, se termine en un bouquet de plumes, au lieu qu'à toutes les autres Araignées elle se termine en deux crochets comme les autres jambes. Ce bouquet de plumes est ordinairement de la même couleur que le reste du corps de l'animal, & égale quelquefois la grandeur de toute la tête. Cette Araignée s'en sert pour les jetter sur les aîles de la Mouche qu'elle a attrapée, afin d'en arrêter le mouvement, dont elles seroient fort incommodées, n'ayant pas les mêmes moyens que les autres Araignées de les embarrasser & de les lier avec des filets qu'elles ne font point.

La cinquiéme espece est de celles des campagnes, que l'on nomme ordinairement des Faucheurs. Cette espece a la partie anterieure, ou la tête & la poitrine plate horizontalement & presque transparente, étant couverte d'une écaille fort fine, lisse & blanchâtre. Il y a une grande tache noire sur sa tête, que je crois être le cerveau, qui paroît à travers l'écaille transparente qui le couvre. Cette Araignée a huit yeux placez d'une maniere extraordinaire: il y en a deux au milieu du front, très-petits & fort proches l'un de l'autre, de sorte qu'on pourroit les prendre tous deux pour un petit corps ovale. Aux extrémitez du front à droite & à gauche il y a deux petites bosses, & sur le sommet de chacune de ces bosses il y a trois yeux placez en treffle fort proches les uns des autres. (*Voyez la Fig. 5.*) Ces yeux-ci sont plus gros que les deux du milieu; ils ont une cornée fort bossuë, blanche & transparente, quoique le fonds en soit noir, au lieu que les deux yeux du milieu

sont

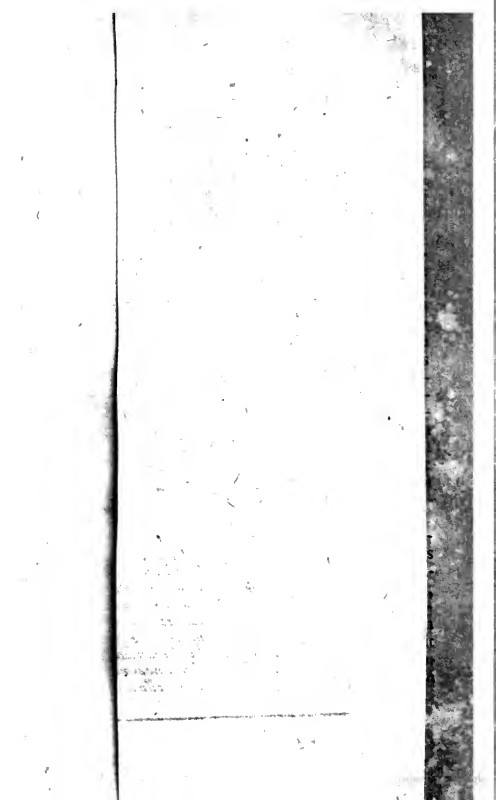
font tout-à-fait noirs. Il part de chacune de ces bosses, aussi-bien que des deux yeux du milieu, un canal fort sensible. Ces trois canaux vont se rendre dans cette tache noire qui me paroît être le cerveau. A mesure que ces canaux s'éloignent des yeux, ils s'approchent les uns des autres pour donner à peu près dans le même endroit du cerveau. Ces canaux contiennent apparemment les nerfs optiques, & en sont les gaines. Les jambes de ces Araignées sont fort menuës, & beaucoup plus longues à proportion que celles des autres Araignées ; mais leurs bras sont extrêmement courts & fort charnus, ne ressemblant aucunement aux jambes, comme ils sont à la plûpart des autres Araignées. Leurs jambes sont si pleines de poils, qu'elles paroissent au Microscope des plumes à écrire.

La sixiéme espece d'Araignées est celle des fameuses Tarentules : elle a le port & la figure à peu près de nos Araignées domestiques ; mais elle est dans toutes ses parties beaucoup plus forte & plus robuste : elle a les jambes & le dessous du ventre tachetez de noir & de blanc ; mais le dessus de son ventre aussi-bien que toute sa partie anterieure sont noirs : sa tête & sa poitrine sont couverts d'une seule écaille noire, qui ressemble parfaitement à une petite Tortuë. Les Araignées de cette espece ont huit yeux, qui sont tout-à-fait differens de ceux des autres especes d'Araignées, tant en couleur qu'en consistance. Tous les yeux des autres Araignées sont noirs ou rouges tirant sur le noir, & sont tous couverts d'une écaille dure & transparente qui restent tels après leur mort : mais ceux-ci sont couverts d'une cornée humide & tendre,

qui se flétrit & s'enfonce après leur mort: la couleur en est d'un blanc tirant un peu sur le jaune doré, brillante & étincellante comme sont les yeux des chiens & des chats quand on les voit dans l'obscurité. Ces yeux sont situez quatre en quarré au milieu du front, & quatre en une ligne horizontale: au-dessous de ces quatre premiers ces derniers-ci bordent le bas du front, & sont placez immédiatement au-dessus de la racine de ses tenailles. Ces yeux sont differens en grosseur: les quatre premiers sont à peu près de même, & ont environ une ligne de diametre, & sont bien visibles sans Microscope; mais ces derniers-ci n'ont que la moitié du diametre des premiers. Les Tarantules sont fort méchantes & mordent volontiers quand elles sont en chaleur. J'en ai vû à *Rome*, mais on ne les y craint point, parcequ'on n'a pas d'exemple qu'elles y ayent incommodé quelqu'un: mais dans le Royaume de *Naples* elles font beaucoup de mal, peut-être parcequ'il y fait plus chaud qu'à *Rome*. Les symptomes qui arrivent à ceux qui en ont été blessez sont bizarres, aussi-bien que la guerison. Ils ont été décrits par plusieurs Auteurs *Italiens* & *François*; & quoique leur histoire paroisse tenir un peu du fabuleux, elle ne laisse pas d'être vraie & fort extraordinaire. M. *Geoffroy* nous en a donné une description dont l'extrait a été inseré dans l'Histoire de l'Academie de l'année 1702. * que l'on peut consulter si on en veut être plus amplement instruit.

* Pag. 20. & suiv.

O B-



# OBSERVATION

*Du passage de la Planete de Mars par l'Etoile nebuleuse de l'Ecrevisse, faite le mois de Juin de l'année 1707.*

PAR M. MARALDI.

* AU commencement du mois de Juin de cette année 1707, nous avons observé autant que les nuages l'ont pû permettre le passage de la Planete de Mars par les Etoiles qui composent la nebuleuse de la Constellation de l'Ecrevisse. Comme cet amas d'Etoiles occupe dans le Ciel environ un degré d'un grand cercle, Mars employa quasi deux jours à parcourir cet espace. Il arriva le second jour de Juin proche d'une de ces petites Etoiles qui est des plus occidentales, avec laquelle il se trouva presque en conjonction vers les 10 heures du soir. Le Ciel qui ne resta découvert en cet endroit que fort peu de temps, ne permit pas de déterminer plus précisément la situation de Mars parmi ces Etoiles.

Le troisiéme Juin à 9 heures 22′ nous observâmes la difference d'ascension droite entre Mars & l'Etoile marquée (12) dans nôtre Figure : elle se trouva d'une minute 22 secondes de temps, ou 20 minutes & demi de degré, dont Mars étoit plus oriental. La difference de declinaison étoit d'une minute & demi, dont Mars étoit plus septentrional. Par nos observations l'ascen-



* 30. Juillet 1707.

ſion droite de cette Etoile pour cette année eſt de 125° 44′ 40″, & ſa declinaiſon Septentrionale de 20° 47′ 30″; donc l'aſcenſion droite de Mars ſera de 126° 5′ 0″, & ſa declinaiſon de 20° 49′ 0″, d'où l'on calcule ſa longitude en 3° 25′ 0″ du Lion, avec une latitude ſeptentrionale d'un degré 25′ 40″.

Le 4 Juin à 10 heures 20 minutes du ſoir la difference d'aſcenſion droite entre l'Etoile marquée *Z* dans la Figure & Mars étoit d'une minute & 45 ſecondes, ou 26 minutes 15 ſecondes de degré. La difference de declinaiſon étoit de 16 minutes du parallele de Mars, qui ſont 15 minutes du grand cercle. L'aſcenſion droite de cette Etoile eſt de 126° 16′ 15″, donc celle de Mars eſt 126° 42′ 30″. La declinaiſon de l'Etoile eſt 20° 55′ 0″, donc celle de Mars étoit de 20° 40′ 0″, d'où l'on calcule la longitude de Mars en 4 degrez & une minute du Lion, avec une latitude Septentrionale d'un degré 25′ 10″. Le lieu de Mars tiré des Ephemerides de l'Academie étant réduit à l'heure des obſervations s'accorde à deux minutes près avec les obſervations ; & les Ephemerides de *Mezzavaca* ne s'éloignent des mêmes obſervations que de 3 minutes. Nous avons comparé cette obſervation à un autre paſſage de Mars par les mêmes Etoiles, qui fut obſervé par M. *Caſſini* & par M. *de la Hire* l'an 1692, & qui eſt rapporté dans les Memoires de l'Academie de la même année. Dans l'obſervation de l'année 1692 Mars paſſa fort proche de l'Etoile marquée *A* dans nôtre Figure, & par l'obſervation de M. *Caſſini* elle fut jointe à Mars le 23 Mars à 1 heure 25 minutes. Par nos obſervations la longitude de cette Etoile & de Mars au temps de cette conjonction étoit de 2° 55′

30″

30″ de Lion, avec une latitude Septentrionale d'un degré 33′ 20″.

Par les obſervations de cette année nous avons trouvé que Mars a été joint en longitude avec la même Etoile marquée *A* le troiſiéme Juin deux heures avant midi; de ſorte qu'entre une conjonction & l'autre il y a 15 années onze jours moins trois heures & demie, durant lequel temps Mars a fait huit révolutions. Dans la conjonction de cette année Mars n'a pas paſſé au même endroit, mais il a été huit minutes plus Meridional qu'il n'avoit été dans l'obſervation de l'année 1692, ce qui vient principalement de la diſtance de Mars au Soleil qui n'a pas été la même dans ces deux obſervations.

Cette difference de diſtance de Mars au Soleil, qui porte une variation dans la ſeconde inégalité de Mars, eſt cauſe que ces retours à la même Etoile fixe ne ſe font pas en temps égaux; c'eſt-pourquoi il faut tenir compte de cette inégalité pour ſavoir par la comparaiſon de ces obſervations l'intervalle de Mars dans ces huit révolutions à l'égard du Soleil; & pour avoir l'intervalle moyen, il faut avoir égard à la variation de la premiére inégalité qui dépend du mouvement de l'Aphelie de Mars, & qui n'eſt que peu de minutes dans 15 années.

Dans la Figure que nous donnons ici des Etoiles qui compoſent la nebuleuſe de l'Ecreviſſe, nous n'avons pas marqué toutes celles qui ſe voient avec de grandes Lunetes. Nous nous ſommes contenté de marquer les plus claires qui ſont environ au nombre de 20, & dont la ſituation a été déterminée par l'aſcenſion droite, & par la declinaiſon obſervée par le moyen d'une Lunete de 12 pieds montée ſur une machine pa-

rallatique, & qui avoit au foyer un Micrometre dont il est parlé dans les Memoires de l'Academie de l'année derniere.

# COMPARAISON

*De diverses observations de l'Eclipse de Lune du* 17 *Avril* 1707, *faites à* Rome *par M.* Bianchini, *à* Bologne *par Messieurs* Manfredi *&* Stancari, *à* Nuremberg *par M.* Wultzebaur, *& à* Geneve *par M.* Gautier.

PAR M. CASSINI le fils.

LE temps a été plus favorable à *Rome*, à *Bologne*, à *Nuremberg* & à *Geneve* pour l'observation de l'Eclipse de la Lune du 17 Avril, qu'il n'a été ici à *Paris*. Voici la comparaison entre diverses Phases observées en même temps entre ces Villes & quelques-unes que nous avons observées à *Paris*.

12h 34′ 20″ à *Rome* toute la tache de Grimaldi est déja cachée.

12 29 52 à *Bologne* tout Grimaldi est déja caché.

4 28 Difference des meridiens entre *Rome* & *Bologne*.

12 43 7 à *Rome* Aristarque.

12 39 30 à *Bologne* Aristarque.

3 37 Difference entre *Rome* & *Bologne*.

12 50 34 à *Rome*, le premier bord de Copernic.

12 46 32 à à *Bologne* l'ombre à Copernic.

12h

* 30 Juillet 1707.

12$^{h}$ 44' 50" à *Nuremberg* Copernic commence à entrer dans l'ombre.
4 2 Difference entre *Rome* & *Bologne*.
5 54 Entre *Rome* & *Nuremberg*.
12 53 34 à *Rome* tout Copernic.
12 49 0 à *Bologne* tout Copernic.
12 46 64 à *Nuremberg* Copernic couvert.
4 34 Difference entre *Rome* & *Bologne*.
6 40 Entre *Rome* & *Nuremberg*.
12 56 39 à *Rome* le premier bord de Tycho.
12 52 34 à *Bologne* le premier bord de Tycho.
4 5 Difference entre *Rome* & *Bologne*.
12 53 42 à *Bologne* le milieu de Tycho.
12 51 0 à *Nuremberg* environ le milieu de Tycho.
2 42 Difference entre *Bologne* & *Nuremberg*.
12 58 44 à *Rome* tout Tycho.
12 54 37 à *Bologne* tout Tycho.
4 7 Difference entre *Rome* & *Bologne*.
12 59 54 à *Rome* Helicon.
12 55 22 à *Bologne* Helicon.
4 32 Difference entre *Rome* & *Bologne*.
13 6 28 à *Rome* le premier bord de Platon.
13 1 47 à *Bologne* le premier bord de Platon.
4 41 Difference entre *Rome* & *Bologne*.
13 7 54 à *Rome* tout Platon.
13 3 27 à *Bologne* tout Platon dans l'ombre.
13 0 26 à *Nuremberg* Platon caché.
4 27 Difference entre *Rome* & *Bologne*.
7 28 Entre *Rome* & *Nuremberg*.
13 8 24 à *Rome* Manilius.
13 4 27 à *Bologne* tout Manilius couvert.
13 1 53 à *Nuremberg* Manilius.
5 57 Difference entre *Rome* & *Bologne*.
6 31 Entre *Rome* & *Nuremberg*.

13h 16′ 20″ à *Rome* Plinius.
13 9 44 à *Nuremberg* Plinius.
6 36 Difference entre *Rome* & *Nuremberg.*
13 24 50 à *Rome* Hermes commence à entrer.
13 20 47 à *Bologne* Hermes commence à entrer.
4 3 Difference entre *Rome* & *Bologne.*
13 27 50 à *Rome* commencement de la mer Caſpienne.
13 21 56 à *Nuremberg* commencement de la mer Caſpienne.
5 54 Difference entre *Rome* & *Nuremberg.*
13 29 20 à *Rome* Meſſala.
13 25 17 à *Bologne* tout Meſſala.
4 3 Difference entre *Rome* & *Bologne.*
13 30 25 à *Rome* l'ombre au milieu de la mer Caſpienne.
13 24 15 à *Nuremberg* l'ombre au milieu de la mer Caſpienne.
6 10 Difference entre *Rome* & *Nuremberg.*
13 33 5 à *Rome* fin de la mer Caſpienne.
13 28 52 à *Bologne.*
13 26 49 à *Nuremberg.*
4 13 Difference entre *Rome* & *Bologne.*
6 16 Entre *Rome* & *Nuremberg.*
13 35 40 à *Rome* Immerſion totale.
13 31 37 à *Bologne.*
13 29 48 à *Nuremberg.*
13 12 34 à *Geneve.*
4 3 Difference entre *Rome* & *Bologne.*
5 52 Entre *Rome* & *Nuremberg.*
23 6 Entre *Rome* & *Geneve.*

14h

14h 41′ 50″ à *Paris* commencement de l'Emersion.
15 22 50 à *Rome*.
15 16 50 à *Nuremberg*.
14 59 18 à *Geneve*.
41 0 Difference entre *Paris* & *Rome*.
36 0 Entre *Paris* & *Nuremberg*.
17 28 Entre *Paris* & *Geneve*.
15 44 20 à *Paris* Grimaldi.
15 18 56 à *Nuremberg* Grimaldi hors de l'ombre.
34 36 Difference entre *Paris* & *Nuremberg*.
15 4 33 à *Paris* Copernic est sorti.
15 45 5 à *Rome*.
15 38 35 à *Nuremberg*.
40 32 Difference entre *Paris* & *Rome*.
34 2 Entre *Paris* & *Nuremberg*.
15 4 33 à *Paris* Tycho est sorti.
15 45 20 à *Rome*.
15 38 35 à *Nuremberg*.
40 47 Difference entre *Paris* & *Rome*.
34 2 Entre *Paris* & *Nuremberg*.
15 9 29 à *Paris* Platon commence à sortir.
15 51 10 à *Rome*.
15 46 37 à *Bologne*.
44 41 Difference entre *Paris* & *Rome*.
37 8 Entre *Paris* & *Bologne*.
15 10 24 à *Paris* tout Platon.
15 52 5 à *Rome* tout Platon.
15 47 32 à *Bologne* tout Platon.
15 45 30 à *Nuremberg* Platon est découvert.
41 41 Difference entre *Paris* & *Rome*.
37 8 Entre *Paris* & *Bologne*.
36 6 Entre *Paris* & *Nuremberg*.
15 18 55 à *Paris* Manilius est sorti.

16h 0′ 20″ à *Rome.*
15 55 52 à *Bologne.*
41 25 Difference entre *Paris* & *Rome.*
36 57 Entre *Paris* & *Bologne.*
15 23 45 à *Paris* Menelaus est sorti.
16 4 0 à *Rome.*
15 59 24 à *Bologne.*
40 15 Difference entre *Paris* & *Rome.*
35 39 Entre *Paris* & *Bologne.*
16 4 50 à *Rome* Dionysius.
15 59 10 à *Nuremberg.*
5 40 Difference entre *Rome* & *Nuremberg.*
16 19 50 à *Rome* le premier bord de la mer Caspienne.
16 12 30 à *Nuremberg.*
7 20 Difference entre *Rome* & *Nuremberg.*
16 24 20 à *Rome* Emersion de la mer Caspienne.
16 18 15 à *Nuremberg.*
6 5 Difference entre *Rome* & *Nuremberg.*
16 46 0 à *Paris* fin douteuse.
17 26 20 à *Rome.*
17 22 50 à *Nuremberg* douteuse.

En prenant un milieu entre les differences des meridiens qui résultent de ces observations, l'on trouve la difference des meridiens entre *Paris* & *Rome* de 41′ 3″ à peu près de même que celle qui résulte du commencement de l'Emersion observée de part & d'autre.

Par la comparaison des Phases observées à *Paris* & *Bologne*, l'on trouve la difference des meridiens entre ces deux Villes de 36′ 43″.

L'on trouve aussi la difference entre *Paris* & *Nuremberg* de 34′ 33″.

La

La difference qui résulte de l'Emersion observée à *Geneve* & à *Paris* est de 17′ 28″, plus grande de 52″ que celle qui est marquée dans la *Connoissance des Temps*.

# REFLEXIONS
## SUR LES
## OBSERVATIONS DE MERCURE
### PAR M. CASSINI.

* DIVERS Auteurs d'Ephemerides de *France*, d'*Italie* & d'*Allemagne* représentoient cette année 1707 le passage visible de Mercure dans le Soleil le cinq Mai à des heures differentes les unes des autres.

Quoique M. *Halley*, excellent Astronome *Anglois*, qui avoit observé un de ces passages de Mercure dans le Soleil dans l'Isle de *Sainte Heleine* par un temps très favorable, eut prédit après une longue discussion ce dernier passage vers le minuit entre le 5 & le 6 Mai, on n'a pas laissé de se tenir prêt à l'observer aux autres temps qui avoient été marquez par les autres Astronomes, non-seulement le même jour, mais encore un jour avant & un jour après. Mercure n'a pas paru aux Observateurs d'*Europe*, quoique la durée de ce Phenomene dût être environ de huit heures.

Cela nous a donné occasion de comparer ensemble les observations les plus anciennes que nous

* 30. Juillet 1707.

nous ayons de cette Planete avec les modernes. Il y a de grandes difficultez dans les observations les plus anciennes, rapportées par *Ptolemée* dans son *Almageste*.

Les plus anciennes furent faites à *Alexandrie* le troisiéme Siecle avant J. C. & elles sont marquées la plûpart aux années *Dionysiennes*, dont les mois étoient solaires distinguez par les signes du Zodiaque, commençant par le signe du Cancer. *Ptolemée* supposoit ces mois reglez au moyen mouvement du Soleil; cependant nous avons dans *Geminus* Astrônome ancien, un Calendrier dont les mois sont marquez par les signes du Zodiaque, dont les plus longs sont ceux du Taureau & des Gemeaux qui sont de 32 jours; & le plus court celui du Sagittaire de 29 jours; ce qui fait voir que ces mois étoient reglez au vrai mouvement du Soleil, selon les observations ou hypothêses de ce temps-là. Dans ce même Calendrier sont marquez le lever & le coucher des Etoiles fixes suivant les Astronomes de ce temps-là, qui employoient par consequent cette forme d'année & de mois.

*Elias à Leonibus* Astronome du Siecle passé, dans le Livre intitulé *Urania propitia*, examinant ces observations anciennes de Mercure, suppose aussi & tâche de le prouver, que les mois *Dionysiens* ausquels ces observations de Mercure étoient marquées, étoient inégaux, reglez au vrai mouvement du Soleil; mais il donne une forme d'année qui ne s'accorde pas bien avec celle de *Geminus*.

Il prétend même que dans les observations rapportées par *Ptolemée*, il y a des fautes d'écriture considerables; de sorte que dans une de celles qui sont marquées aux mois *Egyptiens*,

*tiens*, il y a le mois de *Phamenot* au lieu de *Mekir*.

Outre cela ces observations anciennes sont marquées quelquefois en brasses, demi-brasses, palmes & doits, sans que l'on sache combien de degrez ou minutes on doit attribuer à des dimensions si grossieres faites sans l'aide d'aucun instrument.

Depuis les observations de Mercure rapportées par *Ptolemée*, les observations de cette Planete ont été très-rares. C'est pourquoi il ne faut pas s'étonner si divers Astronomes ne se sont pas accordez si bien, qu'il n'y ait eu quelquefois entr'eux une difference de 6 à 7 degrez dans le lieu de Mercure.

Avant qu'on eut observé avec certitude le passage de Mercure dans le Soleil, dont nous avons presentement plusieurs observations faites depuis la premiére de M. *Gassendi*; desquelles nous avons déja fait le rapport à l'Academie le 14 Novembre 1697, à l'occasion de l'observation de cette Planete dans le Soleil que nous fîmes la même année à l'Observatoire Royal, les Tables qui avoient approché le plus près des observations modernes étoient les *Rodolphines* de *Kepler*, qui ont été depuis corrigées sur les nouvelles observations par M. *Bouillaud* & par plusieurs autres Astronomes.

Cette correction se peut mieux faire presentement, en comparant ensemble les observations qui ont été faites depuis.

Nous en avons comparé plusieurs dans une Lettre écrite à M. *Gallet*, à l'occasion de son excellente observation de Mercure dans le Soleil de l'an 1677 qu'il nous envoya.

Il nous est toûjours resté quelque scrupule sur le

le moyen mouvement de Mercure, tant à cause de la grande incertitude des observations anciennes qu'il faut comparer pour cet effet avec les modernes, que par la difficulté qu'il y a de bien separer les inégalitez de cette Planete de son mouvement apparent.

Les inégalitez plus sensibles des mouvemens de Mercure, sont celles de ses digressions apparentes du Soleil.

*Ptolemée* étoit prévenu de l'hypothêse des *Egyptiens*, qui décrivoient l'orbe principal de Mercure autour de la Terre, lui attribuant un Epicycle dont le centre étoit placé sur la circonference de l'orbe principal, & le centre de cet Epicycle étoit supposé décrire la circonference du cercle principal par un mouvement égal au moyen mouvement du Soleil, pendant que Mercure parcouroit la circonference de cet Epicycle, dont le demi-diametre étoit d'une grandeur capable de représenter à peu près les digressions de Mercure. Cette forme de theorie ne suffisoit pas encore pour bien représenter les digressions de Mercure; ils attribuoient au cercle principal une excentricité à l'égard de la Terre, & outre cela ils donnoient à l'Epicycle un balancement qui avec l'excentricité concouroit à représenter la variation des plus grandes digressions.

Ils ne s'aviserent point de décrire l'Epicycle de Mercure autour du Soleil, comme faisoient plusieurs *Européens*, du nombre desquels étoient *Ciceron* & *Martien Capella*.

Ces *Egyptiens* supposoient aussi l'Epicycle de Mercure immédiatement au-dessus de l'orbe de la Lune, & au-dessous de l'orbe de Venus, qu'ils plaçoient toûjours au-dessous du Soleil.

Ils

Ils aſſignoient à chaque Planete un Ciel particulier à l'égard de la Terre, dont ils éloignoient davantage celles qui ſembloient avoir un mouvement particulier plus lent ; & parceque Mercure a ſon mouvement particulier plus lent que celui de la Lune, & plus vîte que celui de Venus, ils plaçoient l'orbe de Mercure immédiatement au-deſſous de l'orbe de la Lune, & au-deſſous de l'orbe de Venus.

Il réſulte de l'hypothèſe du mouvement de Mercure autour du Soleil, que l'Epicycle qu'il décrit autour du Soleil doit paroître plus grand lorſque le Soleil eſt dans ſon Perigée, que quand il eſt dans ſon Apogée, & que par cette cauſe les digreſſions de Mercure doivent être variables en divers ſignes du Zodiaque, ſuivant la diſtance du Soleil à la Terre en divers ſignes.

Mais les obſervations font connoître que dans les digreſſions apparentes de Mercure, il y a une variation plus grande que celle qui réſulte de la diverſe diſtance du Soleil ; car lorſque le Soleil eſt, par exemple, dans le ſigne de la Vierge, la digreſſion orientale de Mercure eſt beaucoup plus grande que ſa digreſſion occidentale. Le contraire arrive lorſque le Soleil eſt dans le ſigne des Poiſſons.

Ces apparences ont fait connoître que l'Epicycle de Mercure autour du Soleil lui eſt excentrique ; qu'il y a une ligne droite qui paſſant par le centre du Soleil diviſe cet Epicycle en deux parties égales, dont l'extrémité la plus éloignée du Soleil eſt ſon Aphelie, & la plus proche à l'oppoſite eſt ſon Perihelie.

*Kepler* a été le premier à déterminer la ſituation de cette ligne à l'égard des Etoiles fixes, &

& à ſuppoſer que cette Planete à l'égard du Soleil a des inégalitez analogues à celles des autres Planetes; qu'elle décrit une Ellipſe qui a pour axe la ligne de l'Aphelie & du Perihelie, & qu'elle a une inégalité phyſique qui retarde ſon mouvement dans l'Aphelie, & l'accelere dans le Perihelie. On peut voir ce qu'il en a écrit dans ſon Epitome de l'Aſtronomie Copernicienne, où il ſubſtitue au cercle principal des Anciens le cercle ou l'Ellipſe annuel de la Terre, & fait conſiſter les inégalitez apparentes de Mercure, partie dans celles qu'il donne au mouvement de la Terre dans ſon orbe annuel, & partie dans celles qu'il donne au mouvement propre de Mercure dans ſon Ellipſe.

Ceux qui donnent au Soleil le mouvement que *Kepler* donne à la Terre, ſont obligez de tranſporter avec le Soleil l'Ellipſe de Mercure; de ſorte que dans le mouvement annuel ſon axe garde toujours le même paralleliſme, à la réſerve d'une petite inclinaiſon qui répond au mouvement de l'Aphelie de Mercure, & de l'Apogée du Soleil.

Un des premiers après *Kepler* qui a tâché de déterminer avec methode l'Aphelie & l'excentricité de Mercure, a été M. *Bouillaud* dans ſon grand Ouvrage de l'*Aſtronomie Philolaique*, y employant pluſieurs obſervations de *Walterus*, de *Gaſſendi* & des ſiennes; ſans prétendre pouvoir déterminer aſſez préciſément ſon moyen mouvement comme il le marque expreſſément. Il ne s'éloigne pas trop des dimenſions de *Kepler* en ce qui regarde l'excentricité propre de Mercure & celle du Soleil, la proportion de leur orbe & la ſituation de l'Aphelie de Mercure; mais il s'en éloigne ſenſiblement dans la diſtribu-

bution de la premiere inégalité, qui est beaucoup plus grande dans Mercure que dans les autres Planetes.

Il est très-difficile de distinguer par les observations immédiates la meilleure maniere de cette distribution. Un peu d'erreur que l'on fasse dans les digressions de Mercure, dont les observations sont plus frequentes, fait une erreur très-grande dans les angles que Mercure fait au Soleil, à cause de la grande obliquité que les arcs qui les mesurent ont à nos lignes visuelles.

Dans les conjonctions de Mercure avec le Soleil ces arcs sont exposez directement à la Terre ; mais comme ces conjonctions n'arrivent que dans deux endroits du Zodiaque qui sont près des nœuds de Mercure, elles ne suffisent pas pour déterminer avec justesse les inégalitez dans les autres endroits.

Si nous avions des observations fort anciennes des conjonctions de Mercure avec le Soleil pour les pouvoir comparer avec les modernes, par cette comparaison nous pourrions déterminer avec plus de justesse le moyen mouvement de Mercure ; mais nous n'avons jusqu'à present que l'intervalle de 66 années entre les conjonctions observées, ce qui ne peut pas donner ce mouvement avec toute la précision que l'on peut souhaiter.

Nous ne laisserons pas cependant d'examiner ce qui résulte de ces observations.

*Recherche du moyen mouvement de Mercure.*

Pour trouver le moyen mouvement de Mercure par les observations de ses conjonctions

avec

avec le Soleil faites jusqu'à present, il en faut choisir deux des plus éloignées observées près du même nœud.

Dans la conjonction que nous avons observé à *Paris* le 2 Novembre de l'année 1697, Mercure étoit près du même nœud où il avoit été dans l'observation de M. *Gassendi* du 6 Novembre de l'an 1631, dont l'intervalle est de près de 66 années, qui est, comme nous avons dit, le plus grand que nous puissions employer entre les conjonctions. Dans cet intervalle il y a eu 274 retours de Mercure à son nœud ascendant.

Ayant examiné l'observation de M. *Gassendi* par nôtre methode, nous trouvons que la conjonction est arrivée le 6 Novembre de l'année 1631 à $19^h\ 51'\ 0''$, le Soleil étant alors en $14^d\ 42'\ 0''$ du Scorpion. Par nos observations de la conjonction de Mercure avec le Soleil de 1697, nous trouvâmes qu'elle arriva le 2 Novembre à $17^h\ 58'\ 5''$, le Soleil étant en $11^d\ 33'\ 50''$ du Scorpion; de sorte que dans cette seconde observation il s'en falloit $3^d\ 8'\ 10''$ que Mercure n'eut accompli 274 révolutions dans le Zodiaque. Chaque révolution est de 360 degrez, qui multipliez par 274 font 98840 degrez; en ayant ôté $3^d\ 8'\ 10''$ reste $98836^d\ 51'\ 50''$ parcourus par Mercure dans l'intervalle de ces observations, qui est de 66 années, dont 17 sont bissextiles, moins 4 jours $1^h\ 53'$, lesquels font 24102 jours 22 heures & 7 minutes.

Divisant le nombre des degrez par celui des jours, l'on aura le mouvement journalier de Mercure de $4^d\ 5'\ 32''\ 21'''$. Ce mouvement n'est pas précisément le moyen, parceque dans le commencement & dans la fin de cet interval-

le

le il peut y avoir des équations un peu differentes les unes des autres ; mais cette difference ne peut pas être considerable, n'y ayant que trois degrez entre les lieux veritables de ces deux observations.

En comparant de la même maniere l'observation de M. *Gassendi* avec celle qui a été observée par les P. Jesuites à *Canton* le 10 Novembre 1690, qui étant réduite au meridien de *Paris* y a dû arriver le 9 Novembre 1690 à $18^h$ $20' 20''$, le Soleil étant en $18^d$ $19'$ $30''$ du Scorpion, l'on trouve dans cet intervalle 245 révolutions plus $3^d$ $37'$ $30''$, qui étant divisées par 59 années 2 jours $22^h$ $29'$ $20''$ intervalle de temps entre ces deux observations, donne le moyen mouvement journalier de Mercure de $4^d$ $5'$ $32''$ $42'''$ avec une difference de 21 tierces de celui que l'on a trouvé par la premiere comparaison.

Comme dans la premiere comparaison il s'en falloit $3^d$ & $8'$ que Mercure ne fut arrivé dans l'observation de 1697 au degré où il avoit été dans l'observation de 1631, au lieu que dans la seconde comparaison Mercure dans l'observation de *Canton* avoit passé trois degrez $37'$ au-delà du lieu où il avoit été dans l'observation de M. *Gassendi*. Les inégalitez qui se peuvent trouver en trois degrez de plus & trois degrez de moins ou environ, se récompensent en quelque maniere ; de sorte qu'en prenant un milieu l'on aura le moyen mouvement journalier de Mercure de $4^d$ $5'$ $32''$ $32'''$.

M. *Bouillaud* tire de la comparaison des observations anciennes & modernes le moyen mouvement journalier de Mercure de $4^d$ $5'$ $32''$ $35'''$ $29''''$.

Voilà

Voilà ce que l'on peut tirer immédiatement des intervalles entre les observations des conjonctions de Mercure avec le Soleil, sans employer dans les termes de ces observations pour réduire le vrai mouvement au moyen, des équations qu'il est difficile d'avoir avec justesse. Si l'on veut avoir égard à celles qui résultent des hypotheses fondées sur plusieurs autres observations, l'on aura par la premiere comparaison le moyen mouvement journalier de Mercure de $4^d\ 5'\ 32''\ 36'''\ 28''''$, & par la seconde de $4^d\ 5'\ 32''\ 34'''\ 46''''$, donc le milieu est $4^d\ 5'\ 32''\ 35'''\ 37''''$ qui ne differe que de 7 à huit quartes de celui qui a été établi par M. *Bouillaud.*

*Recherche des nœuds de Mercure.*

Ces observations des conjonctions de Mercure avec le Soleil, sont très-propres pour déterminer avec toute l'exactitude que l'on peut avoir, les nœuds de l'orbite de Mercure avec l'Ecliptique.

Les Anciens qui supposoient que Mercure étoit toûjours plus près de la Terre que du Soleil, n'ayant jamais vû Mercure dans le disque du Soleil, plaçoient ses nœuds, & regloient l'inclinaison de son orbite de sorte qu'étant vû de la Terre il ne pût jamais rencontrer le Soleil, ce qui causoit une grande erreur dans la latitude de Mercure. Presentement l'observation de la route de Mercure dans le Soleil vûe de la Terre, sert à trouver la distance des nœuds de Mercure au lieu du Soleil, & l'inclinaison de son orbite à l'Ecliptique.

Ces deux Elemens de la theorie de Mercure ont été établis par plusieurs Astronomes.

Par

Par la recherche que nous avons fait de la situation des nœuds qui résulte de l'observation de M. *Gassendi*, nous avons déterminé le lieu du nœud ascendant le 6 Novembre de l'année 1631 en $13^{d}\,8'$ du Scorpion.

Par l'observation de M. *Gallet* du 7 Novembre 1677, 46 ans après celle de M. *Gassendi*, nous avons trouvé le lieu du même nœud en $14^{d}\,12'$ du Scorpion : la difference entre ces deux observations est de $1^{d}\,4'$ qui est le mouvement du nœud de Mercure dans cet intervalle de temps suivant la suite des signes, ce qui donne pour chaque année $1'\,21''$.

Suivant les observations de la conjonction de Mercure faites à *la Chine* l'an 1690, nous avons trouvé le lieu du nœud ascendant de Mercure en $14^{d}\,32'\,25''$ du Scorpion, qui étant comparé avec celui qui résulte de l'observation de M. *Gassendi* de l'an 1631, donne le mouvement des nœuds suivant la suite des signes de $1^{d}\,24'\,35''$ dans l'intervalle de 59 années, ce qui est en raison de $1'\,26''$ par an.

Nous avons aussi cherché le lieu de Mercure par une autre methode qui nous a paru la plus sûre, qui est en comparant la latitude de Mercure tirée de l'observation faite à *la Chine* en 1690 qui étoit boreale de $12'\,22''$, avec sa latitude tirée de nos observations de l'an 1697 qui étoit australe de $10'\,42'$, d'où nous avons tiré le lieu du nœud de Mercure en $14^{d}\,42'\,10''$ du Scorpion pour le temps entre ces deux observations qui fut l'an 1694. L'on a donc pour l'intervalle de 62 années & demi le mouvement des nœuds de $1^{d}\,34'$, ce qui est en raison de $1'\,31''$ par an. Si l'on prend le milieu entre ces déterminations, l'on a le mouvement annuel des nœuds de $1'\,26''$,

 de

de même qu'on l'a trouvé par la seconde comparaison, ce qui s'accorde à une seconde près avec le mouvement annuel du nœud marqué par les Tables *Rodolphines* de 1′ 25″.

Toutes ces observations ont été faites près du nœud ascendant. L'observation d'*Hevelius* de l'an 1661, qui est la seule qui ait été faite près du nœud descendant, étant employée par nôtre methode, donne la situation de ce nœud en 14$^d$ 24′ du ♉, qui comparé avec celui qui est tiré des observations de M. *Gassendi*, donneroit le mouvement des nœuds plus vîte. L'on peut attribuer cette difference à la difficulté qu'il y a de déterminer avec exactitude les lieux des nœuds. Cependant l'on peut se tenir à celui que nous avons déterminé ci-dessus par plusieurs observations faites près du nœud ascendant qui s'accordent assez bien ensemble.

*Recherche de l'inclinaison de l'orbite de Mercure.*

Les observations que nous avons examinées ne s'accordent pas si bien à donner l'inclinaison de l'orbite de Mercure avec l'Ecliptique, que dans la détermination des nœuds. Il n'y a pas lieu de s'en étonner, car les observations qui sont les plus près des nœuds sont les plus propres pour déterminer leur situation, au lieu que les plus propres pour déterminer l'inclinaison de l'orbite de Mercure sont celles qui en sont les plus éloignées. Car l'inclinaison est mesurée par la plus grande latitude vûë du Soleil, qui est à 90$^d$ de distance des nœuds. On n'a pas laissé de la déterminer autant que le permet le peu de distance que Mercure avoit à ses nœuds dans ses conjonctions Ecliptiques. Par l'observation de 1677. on a trouvé l'inclinaison de l'orbite de Mer-

Mercure de $5^d$ $50'$, le lieu de Mercure étant éloigné de celui des nœuds de $1^d$ $34'$.

Par l'obſervation de 1690 on l'a trouvée de $6^d$ $40'$, le lieu de Mercure étant éloigné de $34^d$ $7'$ de celui des nœuds.

Et par l'obſervation de 1697 elle a été déterminée de $6^d$ $23'$, le lieu de Mercure étant éloigné de $3^d$ $8'$ de celui des nœuds.

L'inclinaiſon qui réſulte de l'obſervation de 1690 devant être la plus exacte par la raiſon que nous venons de dire, l'on peut en attendant déterminer l'inclinaiſon de l'orbite de Mercure de $6^d$ $40'$: elle eſt marquée dans les Tables *Rodolphines* de $6^d$ $54'$.

Oes Epoques du nœud aſcendant de Mercure & le mouvement du nœud que nous venons de déterminer, font voir que ce nœud étoit le 5 Mai de cette année en $15^d$ $0'$ du Scorpion, & le nœud deſcendant étant ſuppoſé à l'oppoſite ſera en $15^d$ $0'$ du Taureau. Le Soleil à minuit après le 5 Mai étoit en $14^d$ $43'$ du même ſigne; donc en ce temps-là l'orbite de Mercure coupoit le diſque du Soleil fort près de ſon centre, de ſorte que dans cette ſituation Mercure s'étant trouvé en conjonction avec le Soleil la nuit entre le 5 & le 6 Mai, il y aura eu une Eclipſe qui peut avoir duré environ huit heures. La longueur de la nuit dans le lieu des obſervations étoit environ de 8 heures, preſque égale à la durée de l'Eclipſe. Mercure n'ayant pas paru dans le Soleil ni le ſoir du 5 Mai ni le matin du 6, il s'enſuit que le milieu de l'Eclipſe a été vers le minuit.

# RECHERCHES
## SUR LES
## COURBES GEOMETRIQUES ET MECHANIQUES,

*Où l'on propose quelques Regles pour trouver les rayons de leurs dévelopées.*

PAR M. ROLLE.

* SOIT $AB$ une Courbe quelconque dont les appliquées se vont rendre à un point $E$ comme dans un pole immuable, & de laquelle on sache mener les Tangentes. Il est question de trouver les rayons de sa dévelopée. Ce qui se peut faire comme on le va dire.

ARTICLE I. On fera d'abord toutes ces hypotheses.

$AB$ ligne droite qui coupe la Courbe aux points $A$ & $B$, de maniere que l'intervale $AB$ soit indéterminé.

$AL$ perpendiculaire à la secante $AB$.

$BL$ une droite qui coupe $AL$ en quelque point $L$, à une distance indéterminée.

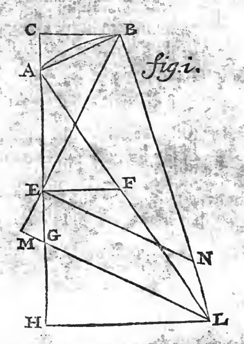
$EF$ perpendiculaire sur l'appliquée $AE$.

$EN$ perpendiculaire sur l'appliquée $BE$, & qui rencontre $BL$ en $N$.

$BC$, $LM$, $LH$, perpendiculaires aux appliquées $EB$, $EA$.

Pour les expressions Algebriques on suppose-ra

* 1707.




ra $ML=t$: $EH=z$: $EM=l$: $MG=d$: $EG=a$: $EB=v$: $EA=y$: $AC=e$: $CB=n$: $EF=f$: $EN=g$: $HL=x$.

Cela posé, je dis en premier lieu que les triangles $BCA$, $AEF$, sont semblables, & rectangles. Car les trois angles $EAF$, $FAB$, $CAB$, valent deux angles droits; de même que les trois angles du triangle rectiligne $BCA$. Ainsi ôtant de part & d'autre l'angle droit & l'angle commun, les restans $CBA$, $FAE$, seront égaux entr'eux; & par conséquent les deux triangles $BCA$, $AEF$, ont chacun un angle oblique de même grandeur. Dans chacun aussi se trouve un angle droit, & delà il est aisé de voir que ces deux triangles sont semblables & rectangles. D'où l'on tire l'analogie & l'égalité marquées ici en $A$.

$A \ldots y:f::n:e$. Donc $ey = nf$.

A cause des triangles semblables $LHG$, $GME$, on aura les deux analogies & les deux égalitez que l'on voit ici en $B$.

$$B \ldots \begin{cases} x:t-d::l:a. & \text{Donc } ax = tl - dl. \\ x:z-a::l:d. & \text{Donc } dx = lz - al. \end{cases}$$

Les triangles semblables $GME$, $ECB$, donnent les analogies & les égalitez qui sont en $C$.

$$C \ldots \begin{cases} d:a::n:v. & \text{Donc } vd = an. \\ a:l::v:e+y. & \text{Donc } lv = ea + ay. \end{cases}$$

On a encore les deux triangles semblables $LHA$, $AEF$, & enfin les deux semblables $LMB$. $NEB$. Ce qui donne les deux analogies & les deux égalitez que voici.

$$D \ldots \begin{cases} x:z+y::f:y. & \text{Donc } yx = fz + yf. \\ t:v+l::g:v. & \text{Donc } vt = vg + gl. \end{cases}$$

Et le triangle rectangle $BCE$ donnera (par la 47.1.) l'égalité marquée $E$.

$$E \ldots vv = nn + ee + 2ey + yy.$$

Toutes ces égalitez conviennent à l'indétermination de l'intervale $AB$, & aucune ne s'oppose à son aneantissement.

ARTICLE II. On supposera que $EF$ est la sous-normale du point $A$, & que $EN$ est la sous-normale du point $B$.

Sur cette hypothese on prendra la valeur de ces sous-normales, & je suppose pour fixer les idées, que ces deux valeurs sont comme on les voit ici en $F$.

$$F \ldots f = \frac{ym}{p}. \quad g = \frac{vm}{p}.$$

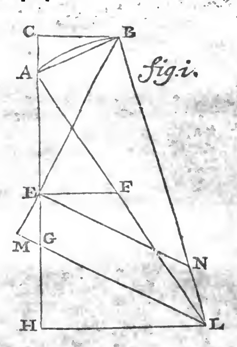
Par le moyen de ces deux égalitez & de celles du précedent Article, on fera évanouïr les quantitez $t, d, a, l, n, e, x, g, f$, c'est-à-dire toutes les expressions de ces égalitez, hors $z, y, v$, & celles qui marquent des quantitez connuës dans l'égalité des sous-normales, comme $m$ & $p$. La

La réduite sera toûjours divisible par $v-y$; & ayant fait la division autant de fois qu'on le peut, on substituera $y$ au lieu de $v$, ou $v$ au lieu de $y$. Ce qui donnera dans l'exemple proposé la résultante que l'on voit ici en $G$.

$$G \ldots + mmzz + 2mmyz = 0.$$
$$+ ppzz$$

Cette égalité étant divisée par $mmz + ppz + 2mmy$, on aura $z = 0$. Ensorte que le zero absolu est la veritable valeur de $z$ dans cet exemple.

Ayant trouvé une valeur de $z$, on la substituera dans la premiere des deux égalitez marquées $D$. Art. I. Ce qui donnera $x = f$ pour l'exemple proposé.




Ainsi le segment $HE$ s'évanouït, puisque le zero absolu en est la valeur; & delà le point sup-

posé en $H$ se confond avec le point donné $E$. Delà aussi le point $L$ tombe sur le point $F$, & on le voit aussi en ce que $x=f$. Ensorte que le point $A$ étant pris pour le point donné de la Courbe proposée, il sera vrai de dire que le point $F$ est à sa dévelopée, & que $AF$ en est le rayon. Or il est évident ou facile de prouver que l'on peut faire une pareille recherche pour tout autre point de la Courbe proposée, & trouver pour $z$ & pour $x$ des valeurs qui donnent sur le rayon de sa Tangente le point qui termine le rayon de sa dévelopée. C'est la premiere maniere que j'avois à proposer pour cette recherche.

ARTICLE III. Comme les égalitez du premier Article sont tirées de la figure rectiligne, & que l'on peut les considerer comme immuables dans le Problême proposé, on peut aussi en prendre la réduite & la regarder comme une formule de ce Problême.

Si avec cela on observe dans le détail du calcul toutes les parties qui sont le moins divisibles par $v-y$, on s'appercevra que les autres parties doivent toûjours se détruire en substituant $y$ au lieu de $v$ dans la détermination des premieres formules ; & rejettant le superflu, on trouvera que la réduite est comme on la voit ici en $L$.

$$L \ldots z = \frac{2yygfvv - 2yffv^3}{2ffv^3 - vy^4 + yyv^3 - gfy^3 - ygfvv}.$$

Ainsi cette réduite $L$ est comme une formule pour le Problême proposé, qui tient lieu de toutes les égalitez du premier Article, & l'on peut en regler l'usage en cette maniere.

1°. On substituera dans cette formule les valeurs de $f$ & de $g$ que donnent les égalitez des

sous-

ſous-normales, ſelon ce qui a été dit dans le ſecond Article.

2°. La réſultante ſera diviſible par $v - y$; & la diviſion étant faite, on y ſubſtituera $y$ au lieu de $v$. Ce qui donnera la valeur de $z$.

Comme l'exemple propoſé eſt fort ſimple, il arrivera que la ſubſtitution de $\frac{ym}{p}$ au lieu de $f$, & celle de $\frac{vm}{p}$ au lieu de $g$, donnera par cela ſeul $z = 0$, qui réſout le Problême dans cet exemple, comme on l'a dit ci-deſſus.

REMARQUE. Lorſque les expoſans ſont exprimez en termes généraux dans l'égalité des ſous-normales, & que l'on veut ſe ſervir de la formule $L$, ſans ſubſtituer au lieu de ces expoſans les nombres qui leur ſont égaux, on auroit quelquefois beſoin de ce Theorême:

*Si l'on diviſe* $v^a - y^a$ *par* $v - y$, *& que dans le quotient on ſubſtitue* $y$ *au lieu de* $v$, *la ſomme de tous les monomes dont ce quotient eſt composé vaudra toûjours* $a\,y^{a-1}$.

Mais l'on n'a point beſoin de ce Theorême quand on ſe ſert des formules que l'on va propoſer dans l'Article ſuivant.

ARTICLE IV. La formule $L$ convient aux differens cas de $AB$ réelle & de $AB$ détruite. Mais l'on peut la réduire au ſeul cas où cet intervale eſt aneanti, & en même temps introduire des expreſſions qui déſignent la difference non exiſtante des deux ſous-normales, & celle des deux appliquées.

Pour cela je prends $\omega\delta$ pour la difference des appliquées, & $\omega\lambda$ pour la difference des ſous-normales. Ce qui donne les égalitez marquées ici $N$.

$$N \ldots \begin{cases} v - y = \omega\delta. \text{ Donc } v = y + \omega\delta. \\ g - f = \omega\lambda. \text{ Donc } g = f + \omega\lambda. \end{cases}$$

Ainſi l'on peut voir que ces differences ſont dans le rapport de $\delta$ à $\lambda$, quelque varieté qui arrive dans le commun diviſeur exprimé par $\omega$: Enſorte que ſi l'on prend le zero abſolu pour la valeur de ce commun diviſeur, il détruira les differences ſans détruire les rapports. Ce qui eſt conforme à ce qui avoit été dit dans le Journal des Savans du 28 Mai 1694, où j'ai donné la maniére d'introduire ces differences dans une égalité, pour autant d'inconnues qu'on voudra.

Suivant ce Journal il faut prendre les valeurs de $v$ & de $g$ marquées $N$, & les ſubſtituer dans l'égalité $L$, qui eſt dans cette occaſion l'égalité propoſée.

Du réſultat de la ſubſtitution il faut ôter la même égalité $L$, & diviſer par $\omega$ celle qui vient de la ſouſtraction.

Enfin il faut ſubſtituer le zero abſolu au lieu de $\omega$ dans l'égalité que donne la diviſion, & l'on trouvera celle qui ſe voit ici en $P$.

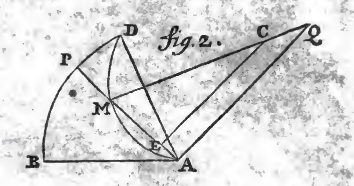
$$P \ldots z = \frac{yyf\lambda - yff\delta}{yy\delta - yf\lambda + 2ff\delta}.$$

Pour l'uſage de cette formule on prendra l'égalité des ſous-normales, & je ſuppoſe ici pour le premier cas qu'il n'y ait point d'autres inconnues dans cette égalité que $y$ & $f$, dont l'une exprime les appliquées, & l'autre les ſous-normales mêmes.

On regardera cette égalité des ſous-normales comme l'égalité génératrice d'une Courbe geometrique, & l'on en tirera la formule des Tangentes à l'ordinaire. En quoi il faut ſe ſouvenir que $\delta$ eſt relative à $y$, & $\lambda$ relative à $f$, comme on le voit en $N$.

Par

Par le moyen de cette formule & de celle qui est en *P*, il sera facile de faire évanouïr $\delta$ ou $\lambda$, & cette expression ayant disparu, on aura la valeur de $z$ dont il est question. L'exemple éclaircira cette regle.




Soit la Courbe *AMD* une des spirales à l'infini, formée dans un secteur de cercle *DAB* avec une proprieté telle, qu'ayant mené un rayon quelconque *AMP*, & ayant nommé l'arc entier *BPD*, $b$; sa partie *BP*, $\pi$; le rayon *AB*, $a$; & sa partie *AM*, $y$; on ait la proportion marquée *Q*.

$Q \ldots b : \pi :: a^m : y^m$. ou $b y^m = a^m \pi$.

Il s'agit de trouver le rayon de sa dévelopée au point donné *M* par la regle précedente.

Ayant pris $f$ pour la sous-normale *AQ*, & prenant sa valeur dans l'égalité proposée marquée *Q*, on aura l'égalité *R*.

$R \ldots m b y^{m-1} f = a^{m+1}$.

Regardant cette égalité *R* comme la génératrice d'une Courbe geometrique, & prenant la formule des sous-tangentes qui conviendroit à

 cet-

cette Courbe, on trouvera qu'elle est divisible par $mby^{m-2}$, & que cette division la réduit aux termes que l'on voit ici en *S*.

$$S \ldots y\delta + mf\lambda = f\lambda.$$

Comparant cette formule *S* à la formule *P*, pour faire évanouïr $\delta$ ou $\lambda$, on trouvera la valeur de *z* marquée *T*.

$$T \ldots z = \frac{-mffy}{yy + ff + mff}.$$

Comme cette valeur est negative, elle rebrousse chemin de l'autre côté du point fixe *A* vers le point *M*, & donne un point *E* par lequel menant une perpendiculaire sur *AP*, on aura *MC* pour le rayon de la dévelopée au point donné *M*.

J'ai supposé pour le premier cas de la methode que l'égalité des sous-normales ne renfermoit que l'expression de l'appliquée, & celle de la sous-normale, ou de la sous-tangente, & c'est aussi le cas le plus ordinaire. Mais si l'expression des abscisses *BP* se trouvoit dans l'égalité des sous-tangentes ou des sous-normales, & que cette abscisse ne disparut point par l'operation que prescrit la methode, on pourroit toûjours la faire évanouïr en comparant la formule des sous-normales à l'égalité génératrice de la Courbe, & par cela seul le second cas seroit réduit au premier.

Comme on ne fait évanouïr l'expression des abscisses que pour ne pas introduire leurs differences, on peut retenir cette expression quand on a les moyens d'exclure ces differences; & l'on a toûjours des moyens suffisans pour cela, quand on rappelle les égalitez qui se presentent dans la recherche des sous-normales. Car parmi ces égalitez il s'en trouve plusieurs qui

qui renferment la difference des abſciſſes, & qui ſervent en pluſieurs manieres à la chaſſer des formules que fourniſſent les égalitez des ſous-normales.

Ainſi l'on a dans ce Memoire une voye pour trouver le rayon de la dévelopée à un point donné d'une Courbe propoſée. Mais il ne faut pas oublier de ſubſtituer dans la recherche des tangentes ou des ſous-normales, toutes les valeurs des quantitez connues, pour diſtinguer leurs formules, & pour en faire le choix, ſelon ce qui a été dit dans le Journal du 13 Avril 1702. p. 388. Car il eſt bien évident que la pluralité des tangentes dans un même point de la Courbe propoſée, fournira pluſieurs rayons dans ſa dévelopée. Mais comme les regles de ce Journal n'ont été faites que pour les lignes Geometriques, il faudra d'autres regles pour les appliquer aux lignes Méchaniques, & il y a des cas où il ſe trouveroit des difficultez conſiderables, à cauſe d'une égalité inacceſſible qui eſt ordinairement ſous-entendue dans la définition de ces lignes, & qui en fait le méchaniſme ou la tranſcendance.

Pour la démonſtration des Regles que j'ai propoſées ici, je pourrois me ſervir du privilege des Geometres qui prétendent avoir démontré leurs methodes quand ils ont marqué les voyes qu'ils ont tenues dans leur recherches. Comme j'ai fait ici un aſſez grand détail pour marquer la route que j'ai ſuivie, & que je n'y ai employé aucun principe conteſté; il ſera facile de ſavoir ce que l'on doit croire des Regles qui en réſultent, & des differentes façons que j'ai propoſées pour en abreger le calcul. On a vû comment j'ai tiré dans le troiſiéme Article

une formule de ce qui avoit été dit dans les Articles précedens sans me servir des differences; & l'on verra aussi que la Theorie de ces Articles fournit les preuves de cette formule & de celle du quatriéme Article, où j'ai exprimé la difference des grandeurs variables. On sait que le rayon de la dévelopée est un rayon de tangente qui appartient à un des rameaux de la Courbe proposée, & que les autres rayons de tangente du même rameau ne peuvent rencontrer ce rayon de dévelopée dans le point qui le termine. Sur cette idée on peut aisément se servir du détail des deux premiers Articles pour s'assurer par des réductions à l'impossible du succès des Regles que j'ai données ici. Mais l'on peut encore s'en assurer par des preuves positives, si l'on regarde le rayon de la dévelopée comme deux rayons de tangente tellement unis que l'intervalle de l'un à l'autre soit plus petit qu'aucune quantité donnée.

Pour voir naître les Regles, on peut d'abord supposer que la secante *AB* * est mobile autour du point *A*, de *B* vers *C*, ensorte que la partie interceptée *AB* diminue de plus en plus, jusqu'à ce que cette secante devienne tangente en *A*, & que dans ce mouvement l'angle *LAB* est toûjours un angle droit. Ainsi *AL* est le rayon de cette tangente dans le cas où l'intervalle *AB* est entiérement détruit, qui est aussi le cas de $v = y$.

Pour fixer ces suppositions générales à chaque Courbe particuliere & au Problême proposé, j'ai introduit l'égalité des sous-normales qui se tire de la définition de cette Courbe, & j'ai supposé que le point *A* est un point donné sur la mê-

* *V. Fig.* 1.

même Courbe; de maniere que la ſous-normale eſt donnée pour le point donné, & qu'elle eſt indéterminée pour le point ſuppoſé.

Enſuite j'ai exprimé par d'autres égalitez les rapports des ſous-normales aux lignes de la figure qui renferme le rayon de la dévelopée; & le Problême qu'expriment toutes ces égalitez eſt tellement conçû, qu'il ſe trouve entiérement déterminé, lorſque le point ſuppoſé tombe ſur le point donné. Enfin j'ai fait $v = y$ pour la réunion de ces deux points, & je n'ai point introduit cette petite égalité dans les réduites particulieres qui réſultent de l'évanouïſſement des inconnues, parceque cela auroit pû favoriſer l'évaſion des rapports qui ſont neceſſaires au Problême. J'ai obſervé de ne l'introduire que dans la derniere réduite; & c'eſt toûjours un moyen ſûr pour retenir ces rapports fuyans: De maniere que la ſubſtitution retrograde des valeurs réſoudra pleinement le Problême algebrique; & ce Problême étant reſolu, il eſt évident ou facile de prouver que les mêmes valeurs donnent la ſolution du Problême propoſé.

Du reſte, les deux points *A* & *B* ayant été réunis pour former le rayon de la dévelopée, on peut demander ſi ces deux points ſont contigus ou continus, ou bien ſi l'un eſt confondu dans l'autre, & faire d'autres queſtions fort curieuſes ſur ce ſujet. Mais l'on peut ſans cela réſoudre le Problême propoſé, & ſe ſervir de la réſolution qu'on a trouvée pour ſe conduire dans ces queſtions acceſſoires.

## REMARQUES.

Au lieu des expreſſions $\delta$ & $\lambda$ dont je me ſuis ſer-

servi pour la formule $P$, j'aimerois mieux les caractères du calcul differentiel, parcequ'ils rappellent l'idée des inconnues qui leur sont relatives. Je ne voudrois pas néanmoins m'en servir pour trouver les formules, ni pour les démonstrations; car ces caractères seroient incommodes dans ces deux cas, quand on se sert des voyes que j'ai tenues. Mais ils sont commodes dans la pratique, soit pour tirer ces formules de leurs égalitez génératrices, soit pour les comparer à d'autres formules dans les differens usages que l'on en peut faire. Ainsi la formule $P$ étant une fois trouvée par la Theorie dont on se sert, il seroit bon d'y substituer $dy$ au lieu de $\delta$, & d'y substituer encore $df$ à la place de $\lambda$. Alors cette formule $P$ seroit exprimée comme on le voit ici en $V$.

$$V \ldots\ z = \frac{yyfdf - ffydy}{yydy - yfdf + 2ffdy}.$$

Et faisant de semblables substitutions dans la formule $S$ qui a été tirée de l'égalité des sousnormales, cette formule sera exprimée comme on le voit ici en $X$.

$$X \ldots\ ydy + mfdf = fdf.$$

Comparant la formule $X$ à la formule $V$ pour faire évanouir $dy$ ou $df$, on aura la même valeur de $z$ qui a été marquée ci-dessus en $T$, & que l'on voit encore ici.

$$T \ldots\ z = \frac{-mffy}{yy + ff + mff}.$$

Cette valeur de $z$ étant substituée dans la premiere des deux égalitez marquées $D$ dans le premier Article, on aura la valeur de $x$, & il est évident que ces deux valeurs donnent le rayon de sa dévelopée.

Ayant

Ayant trouvé une formule comme $V$, on peut la transformer en autant de manieres qu'on voudra, & en regler l'ufage, comme on le va voir ici.

1°. On fuppofera une égalité dans laquelle fe trouvent les inconnues de la formule propofée, & l'on y introduira une autre inconnue. Soit $\frac{f}{y} = r$ pour exemple de l'égalité fuppofée.

2°. On prendra la difference de cette égalité par les Regles du calcul differentiel, ou fuivant le Journal du 28 Mai 1694. Dans cet exemple la difference donnera l'égalité $\frac{ydf - fdy}{yy} = dr$.

3°. Par le moyen de ces deux égalitez & de celle que l'on veut transformer, on fera évanouïr $f$ & $df$, & la refultante fera la transformée que l'on demande.

Prenant la formule $V$ pour la propofée, on aura la transformée que l'on voit ici en $H$.

$$H \ldots\ z = \frac{yyrdr}{dy - yrdr + rrdy}.$$

4°. Pour l'ufage des transformées, il faudra comparer l'égalité des fous-normales avec l'égalité fuppofée pour en faire évanouïr $f$, & regarder l'égalité réfultante comme l'égalité génératrice d'une Courbe geometrique dont $r$ & $y$ font les inconnues. Enfuite l'on prendra la premiere formule differentielle que fournit cette égalité; & comparant cette formule à la transformée $H$, on fera évanouïr $dr$ ou $dy$. Ce qui donnera la valeur de $z$, & par conféquent le rayon de la dévelopée. Ainfi voulant trouver le rayon de la dévelopée dans l'exemple de l'Arti-

ticle IV. il faudra ſe ſervir de $\frac{f}{y} = r$, ou $f = yr$ pour faire évanouïr $f$ de l'égalité des ſousnormales marquée $R$. Ce qui donneroit $mb\, y^m r = a^{m+1}$. Et regardant cette égalité comme la génératrice d'une Courbe geometrique, ſa difference ſera $ydr + mrdy = 0$, laquelle étant comparée à la formule $H$ pour en faire évanouïr $dy$ ou $dr$, on trouvera la valeur de $z$ marquée en $T$ dans le quatriéme Article.

Si l'on veut que la loi des homogenes ſoit viſible dans la transformée $H$, il faut que cette loi ſoit viſible dans la ſuppoſée. Ainſi au lieu de $\frac{f}{y} = r$, il faudroit prendre $pf = yr$, & faire d'ailleurs comme il a été dit. Car la conſtante $p$ s'évanouïra toûjours dans l'operation.

Les trois inconnues $f.\ y.\ r.$ peuvent être diſpoſées dans l'égalité ſuppoſée en mille manieres, & delà faire varier les transformées en mille façons. On peut même introduire des indéterminées dans cette égalité, & s'en ſervir pour réduire la formule aux termes les plus ſimples, comme on le dira dans un autre Memoire.

OB-

# OBSERVATION

*De l'Eclipse de Lune du mois d'Avril* 1707 *au* Port de Paix *dans l'Isle de* S. Domingue.

PAR M. DE LA HIRE.

*LE Pere *Boutin* de la Compagnie de *Jesus* Missionaire, a fait au *Port de Paix* dans l'Isle de *S. Domingue* plusieurs observations de l'Eclipse de Lune du mois d'Avril 1707, lesquelles nous ont été communiquées par le R. P. *Gouye*. Mais comme il n'avoit pas d'instrumens pour mesurer les doits éclipsez dont il rapporte les observations, je crois qu'il faut s'en tenir à ses deux observations de l'Immersion totale de la Lune dans l'ombre, & de son Emersion, qui sont les plus faciles à observer à la vûë simple, & surtout à cause que l'intervalle entre ces deux phases s'accorde avec nos observations.

Il observa donc l'Immersion à $8^h$ 9′ 0″ du soir le 16 Avril, & nous le 17 au matin à . . . . . 0 55 30.
Donc difference . . . . . 4 46 30.

Il observa l'Emersion à . . 9 57 30 du soir, & nous le matin suivant à . . . 2 43 0.
Donc difference . . . . . 4 45 30.

Il rapporte la maniere dont il a reglé la montre qui lui servoit, laquelle paroît assez juste; mais par l'observation d'une autre Eclipse qu'il fit

* 6. Août 1707

fit au même lieu un an auparavant, nous avions trouvé la difference de $5^h\ 24'\ 30''$, & par conséquent cette derniere observation donneroit la difference de longitude entre *Paris* & le *Port de Paix* à *S. Domingue* de 38' d'heure, ou $9^o\frac{1}{2}$ moindre que par la premiere, qui étoit plus grande que celle des bonnes Cartes de 6°. Celle-ci donneroit donc la longitude du *Port de Paix* seulement moindre de $3o\frac{1}{2}$ que ces Cartes. Il marquoit dans son observation de 1706 qu'il n'étoit pas bien sûr de l'heure.

Il ajoûte que les Pilotes estiment la hauteur de Pole au *Port de Paix* de 20° précisément.

# DES MOUVEMENS

## *Faits dans des milieux qui leur résistent en raison quelconque.*

PAR M. VARIGNON.

* MR. NEWTON dans le Livre qu'il nous a donné *De Principiis Math. Philos. natur.* Liv. 2. Sect. 1. 2. & 3. M. *Leibniz* dans les *Actes de Leipsik* de 1689. pag. 39. &c. M. *Huygens* dans son *Discours de la cause de la pesanteur* pag. 168. &c. Et M. *Wallis* dans ses *Oeuvres Mathematiques* Tom. 2. chap. 101. pag. 438. &c. ont traité fort doctement de la résistance du milieu au mouvement des corps. Voici ce qui m'est aussi venu en pensée sur cette matiére, le tout compris en une Proposition générale, d'où résulte en plusieurs maniéres, non-

* 13. Août 1707.

non ſeulement tout ce que ces quatre grands Geometres ont conclu de leurs hypothêſes; mais encore ce qui ſuit de pluſieurs autres faites à volonté: Tout cela paroîtra dans les Problêmes ſuivans, & dans leurs Corollaires.

Quelques Philoſophes, même Mathematiciens, croyent que la réſiſtance de l'air réduiroit enfin à l'égalité, & dans un temps fini, l'accélération des corps qui y tombent; c'eſt-à-dire que cette réſiſtance retarderoit leurs viteſſes juſqu'à ne s'y accélérer plus du tout, & à devenir enfin uniformes après un temps fini pour chacun, en regardant la peſanteur comme une force conſtante & toûjours la même à la maniére de *Galilée*. On verra cependant dans un autre Mémoire que cela ne ſauroit arriver dans l'hypothêſe des réſiſtances en raiſon des viteſſes, ni même dans celle où les réſiſtances du milieu ſeroient en raiſon des quarrez des viteſſes, comme on le penſe d'ordinaire. On verra, dis-je, que ces réſiſtances n'empêcheront jamais les corps qui tombent, de s'accélérer, & que quoiqu'ils ayent un terme d'accélération, duquel ils approchent inceſſamment, il leur faudroit un temps infini pour y arriver. Ainſi il faut que ceux qui penſent que les corps qui tombent, peuvent arriver enfin à ce terme d'accélération après un temps fini, s'appuyent ſur quelque hypothêſe différente des deux précédentes touchant la réſiſtance du milieu où ces corps tombent. Je dis plus: quand même ils y employeroient l'hypothêſe des réſiſtances en raiſon des ſommes faites des viteſſes & de leurs quarrez, quoique plus vraiſemblable encore que la ſeconde des deux précédentes, qui paſſe pourtant d'ordinaire pour l'être le plus; on verra dans la ſuite qu'ils n'y trouveroient

pas

encore leur compte, & que dans cette hypothêſe il faudroit encore un temps infini aux corps qui tombent, pour arriver à une viteſſe uniforme, quoiqu'ils ayent auſſi un terme d'accélération, & que la viteſſe à laquelle ils peuvent arriver, même dans un temps infini, ne ſoit encore que finie. Mais ſans ſe mettre en peine de déviner quelle peut être l'hypothêſe de ces Philoſophes touchant les réſiſtances, s'il eſt vrai qu'ils en ayent quelqu'autre que les précédentes; il ſuffit, ce me ſemble, de les inviter (ainſi qu'on fait ici) d'en faire l'application à nôtre Propoſition générale; & ils verront, comme dans les Problêmes ſuivans, ce qui leur en doit enfin réſulter. Soit donc

DÉFINITION I.

On appelle ici *Réſiſtances inſtantanées*, ou ſimplement *Réſiſtances*, ce que le milieu dans lequel un corps ſe meut, lui fait d'obſtacle à chaque inſtant. D'où l'on voit que ces réſiſtances inſtantanées doivent toûjours être proportionnelles aux diminutions de viteſſe, qu'elles cauſent au mouvement de ce corps à chaque inſtant; & qu'ainſi les expreſſions de ces réſiſtances peuvent être également celles de ces diminutions inſtantanées de viteſſe, & réciproquement.

DÉFINITION II.

Ces réſiſtances inſtantanées s'appelleront *continuement ſucceſſives*, lorſque ſans interruption elles ſeront toutes de même genre; ſavoir toutes finies, ou toutes infiniment petites du premier genre, &c. La ſomme de tout qui s'en fera

fera dans un temps fini, s'appellera *Résistance totale*. Les instans seront pris dans la suite tous égaux entr'eux : ce seront des parties de temps infiniment petites du premier genre.

## DÉFINITION III.

Ce qu'un corps a de vitesse à chaque instant, s'appellera ici *vitesse instantanée*, quoique le simple nom de *vitesse* signifie la même chose, puisqu'il n'y a point de vitesse qui ne soit instantanée : c'est de peur qu'on ne s'y méprenne qu'on parlera ainsi dans la suite, ce qui ne coûtera qu'un mot de plus.

## DÉFINITION IV.

On appellera aussi dans la suite *vitesses primitives*, ou *primitivement* telles ou telles, celles que le mobile auroit euës sans la résistance du milieu, c'est-à-dire dans un milieu sans résistance ni action, tel qu'on imagine d'ordinaire le vuide. Le mouvement que ce corps auroit dans un tel milieu, s'appellera aussi *mouvement primitif*, ou *primitivement* tel ou tel : par exemple, *primitivement uniforme*, si dans un tel milieu il eût dû être uniforme ou d'une vitesse toûjours la même ; & *primitivement accéléré*, ou *primitivement retardé*, selon qu'il auroit dû y être effectivement accéléré ou retardé : en un mot, *primitivement varié*, selon la variation de vitesses qu'il auroit dû y avoir indépendamment d'aucune résistance ni action de la part de ce milieu.

### DÉFINITION V.

On appellera *viteſſes reſtantes*, *viteſſes de reſte*, *viteſſes actuelles*, *viteſſes effectives*, ou ſimplement *viteſſes*, ce que la réſiſtance du milieu en laiſſera au mobile; *viteſſes perduës*, ou *éteintes*, ce que cette réſiſtance lui en ôtera; & enfin *viteſſe terminale*, la plus grande qu'il puiſſe aquerir malgré cette réſiſtance, ainſi que l'appelle M. *Huygens*.

### AVERTISSEMENT.

La lettre *l* exprimera dans la ſuite le mot de *logarithme*, comme les lettres *d* & *ſ* expriment d'ordinaire ceux de *différence* ou *différentielle*, & de *ſomme*: de ſorte que ces lettres ne ſignifieront dans la ſuite que ces mots dont elles ſeront les caractériſtiques. Pour la lettre *q* qu'on ajoûtera toûjours dans la ſuite aux ſommes des différentielles à intégrer, elle y ſignifiera toûjours ce qu'il pourroit y avoir de conſtant à ajoûter ou à retrancher de ces ſommes ou intégrales pour les rendre juſtes & préciſes; ce qu'on déterminera dans la ſuite.

### LEMME I.

*Les Réſiſtances inſtantanées continuëment ſucceſſives d'un milieu quelconque à un mouvement fini quelconque, & d'une durée finie, ſont infiniment petites par rapport à la force perſévérante productrice de la viteſſe finie du corps mû.*

### DÉMONSTRATION.

Si ces réſiſtances inſtantanées étoient finies, leur

leur multitude infinie dans un temps fini, feroit une résistance totale infinie; & par conséquent beaucoup plus grande qu'aucune force persévérante finie. Ainsi cette force n'auroit pas fourni pendant ce temps fini à produire le mouvement supposé; & par conséquent ce mouvement n'auroit pas duré pendant tout ce temps, ce qui est contre l'hypothêse. Donc, &c.

## LEMME II.

*La somme des vitesses instantanées d'un corps mû de quelque maniére que ce soit, est toûjours proportionnelle à la longueur du chemin qu'elles lui font parcourir l'une après l'autre par instans.*

## DÉMONSTRATION.

Soit $e$ cet espace parcouru pendant le temps $t$, & $de$ l'espace parcouru pendant chaque instant $dt$, avec une vitesse instantanée appellée $u$. Cette vitesse ne consistant que dans le raport de $de$ à $dt$, il est manifeste que l'on aura ici $u = \frac{de}{dt}$, ou $udt = de$. Donc aussi $\int udt = e$. *Ce qu'il falloit démontrer pour ne pas renvoyer à la* *pag.* 288.

## PROPOSITION GÉNÉRALE.

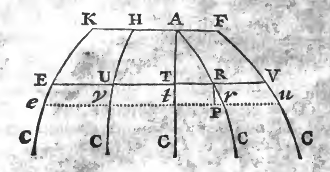
*Soit un corps quelconque, qui en mouvement dans un milieu sans résistance ni action pendant les temps* AT, *dût avoir des vitesses qui fussent à la fin de ces temps, comme les ordonnées correspondantes* TV *d'une Courbe quelconque* FVC: *c'est-à-dire, dont les vitesses primitives à la fin*

 *des*

*des temps* AT, *fussent comme les ordonnées correspondantes* TV *d'une Courbe quelconque* FVC *dont l'axe soit* AC. *Trouver en général les résistances de ce milieu, ce qu'elles laisseroient de vitesses au mobile à la fin des temps* AT, *ce que ces vitesses restantes lui feroient parcourir d'espace pendant ces temps, &c.*

## SOLUTION.

Soient les droites *EV*, *eu*, infiniment proches l'une de l'autre, perpendiculaires en *T*, *t*, de même que *KF* en *A*, sur l'axe *AC*; & dont




les parties *TR*, *tr*, expriment les résistances que le milieu aura faites au corps mû pendant les temps *AT*, *At*. Soit *ARC* la Courbe à laquelle se terminent toutes ces résistances totales *TR*, *tr*, égales aux forces par elles éteintes ou aux vitesses perduës pendant ces temps *AT*, *At*, correspondans. Soit aussi la Courbe *HUC*, laquelle ait par tout ses ordonnées $UT = RV$ correspondantes, lesquelles expriment les vitesses restantes à la fin des temps *AT*, & qui join-

jointes aux perduës $TR$, rendent les ordonnées $TV$ de la Courbe $FVC$ pour les vitesses primitives correspondantes.

Il est manifeste par le Lem. 1. que chaque difference $Pr$ des résistances totales $TR$, $tr$, exprimera la résistance que le milieu doit faire pendant chaque instant $Tt$, à la vitesse restante $RV$ ou $TU$ à la fin de chaque temps correspondant $AT$. Donc en prenant les ordonnées $TE$, $te$, de la Courbe $KEC$ pour les puissances, ou plus généralement pour les affections quelconques des vitesses, &c. que suivent ces résistances instantanées; l'on aura par tout $Pr$ en raison constante à $TE$, c'est-à-dire que la fraction $\frac{Pr}{TE}$ sera constante; & conséquemment aussi que $\frac{Pr}{TE} = \frac{Tt}{a}$ sera l'équation générale des Courbes $ARC$, $HUC$, en prenant les instans $Tt$ constans de même que la grandeur $a$.

Donc en appellant $AT$, $t$; $TR$, $r$; $TE$, $z$; $TV$, $v$; $RV$ ou (*hyp.*) $TU$, $u$; & conséquemment aussi $Tt$, $dt$; & $Pr$, $dr$, outre $r = v - u$, & $dr = dv - du$: l'on aura en général $\frac{dr}{z} = \frac{dt}{a}$, ou $\frac{dv - du}{z} = \frac{dt}{a}$, pour l'équation des Courbes $ARC$, $HUC$, laquelle caractérisée pour chacune par l'introduction de ce que les Courbes données $FVC$ & $KEC$ leur assigneront de particulier, donnera tout ce qu'il falloit ici trouver, ainsi qu'on le verra dans les Problêmes suivans.

*Pour éviter la confusion dans l'usage qu'on fera dans la suite des quatre Courbes qu'on voit ici, la premiére* ARC *s'appellera* Courbe des résistan-

ces totales; *la seconde* FVC, Courbe des viteſſes primitives; *la troiſiéme* HUC, Courbe des viteſſes reſtantes; & *la quatriéme* KEC, Courbe des réſiſtances inſtantanées, *parceque ces réſiſtances ſont exprimées par les ordonnées* ET, *comme les totales par les ordonnées* TR *de la Courbe* ARC. *Cela poſé, voici quelques conſéquences de la Solution précédente.*

## COROLLAIRE I.

Puiſque (*hyp.*) *TU* eſt par tout ici égale à *RV* correſpondante, il eſt manifeſte que lorſque la




Courbe *FVC* des viteſſes primitives paſſera par *A*, c'eſt-à-dire lorſque ces viteſſes commenceront à zero, la Courbe *HUC* des viteſſes reſtantes paſſera auſſi par *A*, ces viteſſes commençant de même à zero: de ſorte que *AF* & *AH* ſeront alors également nulles ou zero.

## COROLLAIRE II.

De ce que (*hyp.*) les Courbes *FVC*, *ARC*, *HUC*, donnent par tout $RV = TU$, il ſuit manifeſtement auſſi que les aires correſpondantes *ARVF*,

*ARVF*, *ATUH*, feront de même par tout égales entr'elles.

COROLLAIRE III.

Puifque (*Lem.* 2.) chaque efpace parcouru eft toûjours comme la fomme des viteffes inftantanées *RV* ou *TU* employées à le parcourir; les efpaces parcourus pendant les temps *AT*, feront toûjours entr'eux comme les aires *ARVF* ou *ATUH* correfpondantes; & ce qu'il en refte à parcourir, comme les aires reftantes *CRVC* ou *CTUC*.

COROLLAIRE IV.

Donc auffi (*Lem.* 2.) l'efpace parcouru pendant chaque temps *AT* ($t$) avec les viteffes retardées par la réfiftance du milieu dont il s'agit ici, fera toûjours à ce qui en auroit été parcouru fans cette réfiftance pendant ce même temps, comme *ARVF* ou *ATUH* eft à *ATVF*.

COROLLAIRE V.

Ainfi ce que la réfiftance du milieu en empêche d'être parcouru pendant chaque temps *AT*, eft toûjours comme l'aire correfpondante *ART*, c'eft-à dire, comme la fomme des réfiftances totales *TR* qui fe font trouvées pendant tout ce temps *AT*.

COROLLAIRE VI.

Puifque $dr$ (*Pr*) eft à $z$ (*TE*), ou à $zdt$ (*ETte*) en raifon conftante, à caufe de $dt$ fuppofée par tout ici conftante: l'on aura auffi toûjours $r$ (*TR*) proportionnelle à $\int zdt$ (*ATEK*):

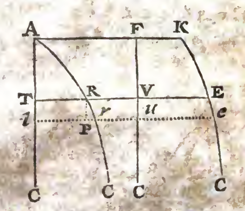
 c'eft-

c'est-à-dire que les résistances totales ou les vitesses perduës à la fin des temps *AT*, seront entr'elles comme les aires correspondantes *ATEK*.

*Voilà en général pour toutes sortes de mouvemens retardez par des résistances en raison quelconque du milieu, quels que fussent aussi ces mouvemens primitivement & sans aucune résistance. Voici presentement en particulier pour ceux qui primitivement & sans résistances seroient uniformes.*

## COROLLAIRE VII.

Si presentement on suppose que le mouvement qu'on a regardé jusqu'ici d'une variation

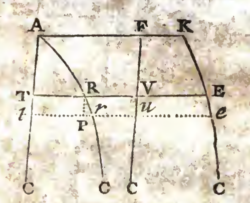



de vitesses à volonté, quand même le milieu ne lui auroit fait aucune résistance, fût ici uniforme primitivement & sans la résistance de ce milieu; il est manifeste que la Courbe *FVC*, qui par ses ordonnées *TV* exprimoit ci-dessus des vitesses primitives variées ($v$) telles que ce mouvement les auroit euës sans la résistance du milieu, doit ici dégenerer en une ligne droite pa-

parallele à $AC$, toutes ses ordonnées $TV$ $(v)$ devenant chacune égale à la constante $AF$, que j'appelle ici $a$, laquelle y doit exprimer la premiere vitesse du corps mû au commencement $A$ du temps $AT$. Ce qui donnant ici $v = a$ constante, & conséquemment $dv = o$, & $dr$ $(dv - du) = - du$; la seconde $\frac{dv - du}{z} = \frac{dt}{a}$ des deux formules générales trouvées dans la Solution précédente, se changera ici en $\frac{-du}{z} = \frac{dt}{a}$. Pour la premiere $\frac{dr}{z} = \frac{dt}{a}$, elle demeurera ici la même que là, avec cette seule différence que $r$ qui étoit là $= v - u$, sera ici $= a - u$.

## COROLLAIRE VIII.

Puisqu'ici (*Cor.* 7.) on a $dr = -du$, il est manifeste que la Courbe $ARC$ des résistances




totales, doit être ici la même par raport à l'axe $FC$, que celle $HUC$ des vitesses restantes $(u)$ étoit dans la premiere figure par raport à l'axe

 $AC$;

$AC$; & qu'ainsi $ARC$ sera ici tout ensemble la Courbe des résistances totales ($r$) par raport à l'axe $AC$, & des vitesses restantes ($u$) par raport à l'axe $FC$, sans qu'il soit besoin d'y marquer $HUC$. Quant à la Courbe $KEC$ des résistances instantanées, on la suppose ici à droite sur l'axe $FC$, ce qu'elle étoit ci-devant à gauche sur l'axe $AC$, de sorte que ce n'est plus ici $TE$, mais $VE=z$: ce renversement de position se fait ici pour ne rien changer aux figures des Problêmes suivans qui ont été résolus sur celle-ci avant que la premiere me fut venu en pensée.

*Voilà quelles sont les premieres conséquences générales de la Proposition précédente. Pour en faire presentement voir l'étendue & l'usage, en voici l'application à quelques exemples. Et pour aller des plus simples aux plus composez, nous allons commencer par les mouvemens primitivement uniformes, retardez par la résistance des milieux où ils se font : nous passerons ensuite dans deux autres Mémoires aux mouvemens variez primitifs, retardez aussi par la résistance des milieux.*

## PROBLEME I.

*Trouver la Courbe* ARC, *&c. dans l'hypothêse des résistances instantanées en raison des vitesses restantes de primitivement uniformes.*

### SOLUTION.

Cette hypothêse donnant $RV(u)=VE(z)$, la premiere équation $\frac{-du}{z}=\frac{dt}{a}$ du Corol. 7. de la Proposition générale, se réduira ici à

$-du$

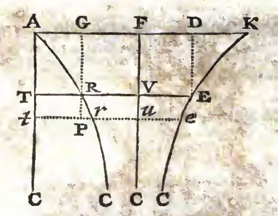
$\frac{-du}{u} = \frac{dt}{a}$. Ce qui fait voir tout d'un coup que la Courbe *ARC* doit être ici une logarithmique d'une soûtangente $= a$ (*AF*) constante, & dont *FC* doit être l'Asypmtote.

COROLLAIRE I.

Les instans *Tt* ou *Vu* ($dt$) étant supposez tous égaux entr'eux, ou les temps *AT* ou *FV* ($t$) en progression arithmétique, les vitesses *RV* ($u$) doivent être ici en progression geométrique, aussi bien que leurs differences *Pr*, ou ce qui s'en perd à chaque instant par la résistance du milieu.

COROLLAIRE II.

Chaque espace parcouru pendant chaque temps *AT* ou *FV*, sera (*Corol.* 3. *de la Prop. génér.*)

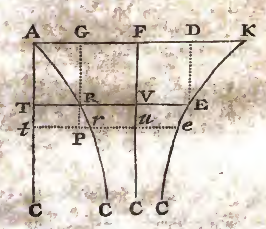



comme l'aire correspondante *ARVF*. Mais l'équation précédente $\frac{dt}{a} = \frac{-du}{u}$ donne $\int u\,dt$ (*ARVF*) $= -au + aa$. Donc les espaces

 par-

parcourus pendant les temps $AT$ ou $FV$ ($t$), seront ici comme les grandeurs $aa - au$, ou (à cause de $a$ constante) comme les $a - u$ correspondantes : c'est-à-dire (en prolongeant $PR$ parallelement à $TA$) comme les différences $AG$ de la premiere ($a$) aux dernieres des vitesses ($u$) avec lesquelles ces espaces ont été parcourus, ou comme les résistances totales $TR$ ($r$) du milieu pendant les temps $AT$, ou bien aussi comme les pertes de vitesses faites pendant ces temps. D'où l'on voit que les décroissemens de ces vitesses sont aussi toûjours entr'eux comme les accroissemens contemporains des espaces parcourus : de sorte que les vitesses perduës seront toûjours ici comme les espaces parcourus, & les restantes comme les espaces à parcourir jusqu'à l'entiére extinction de ces vitesses, ainsi que M. *Newton* l'a aussi trouvé à sa maniére dans la Prop. 1. Sect. 1. Liv. 2. de ses Princip. Math.

COROLLAIRE III.




On voit de plus (*Corol.* 4. *Prop. génér.*) que l'espa-

pace parcouru pendant le temps $AT$ ou $FV$ $(t)$ avec des retardemens ou des résistances qui fussent comme les vitesses retardées, devroit toûjours être ici à ce que le mobile en auroit parcouru pendant le même temps $AT$ ou $FV$, d'une vitesse uniforme égale à la prémiere $AF$ (telle qu'elle auroit été sans la résistance du milieu) $:: ARVF. ATVF :: aa - au. at :: a - u. t :: AF - RV. AT :: AG. AT.$

## COROLLAIRE IV.

Puisque (*Cor.* 2.) les espaces parcourus sont ici comme les différences ($AG$) de la premiére ($AF$) aux derniéres ($RV$) des vîtesses avec lesquelles chacun d'eux aura été parcouru, & que les restes d'espace à parcourir jusqu'à l'entiére extinction de ces vîtesses, doivent aussi être ici comme les restantes ($RV$ ou $GF$) à la fin des espaces parcourus, ou au commencement de ceux qui restent à parcourir jusqu'à l'entiére extinction de ces mêmes vîtesses; cette extinction des vîtesses ($RV$) ne devant arriver ici qu'à une distance infinie de $AF$ du côté de $C$, il est manifeste qu'elle ne doit arriver qu'après un temps infini, & qu'il faudroit tout ce temps pour achever ce reste d'espace, quoiqu'il ne soit que fini, puisque (*Corol.* 2.) il est ici par tout au parcouru pendant chaque temps $AT$ ou $FV$ $:: FG. GA.$

## COROLLAIRE V.

Donc si l'on prend $AG$ pour l'espace parcouru pendant le temps $AT$ $(t)$, l'on aura ici $GF$ pour ce qu'il en reste à parcourir jusqu'à l'entiére extinction des vîtesses; & quelque fini que

soit l'espace entier *AF*, le mobile parti de *A* suivant *AF*, n'arrivera jamais en *F*, quoiqu'il en approche toûjours à l'infini.

COROLLAIRE VI.

On voit réciproquement que si *AF* est l'espace entier à parcourir avec des vîtesses primitivement uniformes, mais retardées comme ci dessus, depuis leur commencement en *A*, jusqu'à leur entiére extinction; les parties *AG* de cet espace seront parcourues pendant les temps correspondans *FV* ou *AT* (*t*).

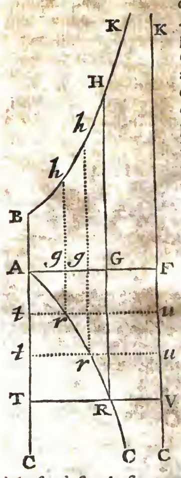
COROLLAIRE VII.

On voit aussi (*Cor.* 1.) que si les espaces *FG* qui restent à parcourir jusqu'à l'entiére extinction des vitesses, sont pris pour des nombres, les temps écoulez correspondans *AT* (*t*) en seront les logarithmes, comme ils le sont (*Cor.* 1.) des vîtesses restantes *RV* (*u*) à la fin de ces temps, lesquelles sont (*Cor.* 2.) comme ces espaces à parcourir en commençant par elles jusqu'à leur entiére extinction.

COROLLAIRE VIII.

Soit presentement *CF* prolongée vers *K*; & entre les asymptotes *AF*, *FK*, l'hyperbole équilatere *BHK*, que tant de *RG*, *rg*, qu'on voudra prolonger vers elle parallelement à *CK*, rencontrent en *H*, *h*; & des points *R*, *r*, autant de *TV*, *tu*, paralleles à *AF*, lesquelles rencontrent *AC* en *T*, *t*, & *FC* en *V*, *u*. Il suit de la Solution précédente qu'en prenant encore *AF* pour la premiere vîtesse du mobile, les

les parties *Fg*, *FG*, de cette ligne, exprimeront les vîtesses restantes à la fin des temps *At*, *AT*; & leurs complémens *Ag*, *AG*, les vîtesses perdues, ou les résistances totales, ou bien aussi (*Cor.* 2.) les espaces parcourus pendant ces temps. De plus puisque *AT* étant divisée en parties égales en *t*, *t*, la logarithmique *ARC*, qui rend alors *RV*, *ru*, *ru*, *AF*, & conséquemment aussi *FG*, *Fg*, *Fg*, *FA*, en progression geometrique, rend pour lors les aires hyperboliques *BAgh*, *hggh*, *hgGH*, pareillement égales entr'elles, & par conséquent encore les aires *BAgh*, *BAgh*, *BAGH*, en même proportion que les temps, *At*, *At*, *AT*; ces aires *BAgh*, *BAgh*, *BAGH*, exprimeront aussi ces temps




à la fin desquels se trouvent les précédentes vîtesses tant restantes *Fg*, *Fg*, *FG*, que perdues *Ag*, *Ag*, *AG*, & les espaces parcourus *Ag*, *Ag*, *AG*, à la fin de ces mêmes temps. Ce qui fait voir encore, ainsi que dans le Corol. 4 qu'il faudroit ici un temps infini *KBAFK* pour l'anéantissement entier des vîtesses *FG*, & pour parcourir l'espace entier *AF*.

*Tout cela s'accorde avec la Prop. 2. Sect. 1. Liv. 2.* De Princ. Math. Phil. natur. *de M.* Newton, *& avec les Corollaires qu'il tire de cette Proposition.*

## COROLLAIRE IX.

Puisque les vîtesses restantes *Fg*, *Fg*, *FG*, après des instans égaux exprimez par les aires infiniment petites & égales dans lesquelles l'aire totale *KBAFK* est (*hyp.*) divisée par toutes les *gh* paralleles à *FK*, sont (*Corol.* 8.) en progression géométrique décroissante depuis *A* jusqu'en *F*; si l'on appelle encore *a* la premiére *FA* de ces vîtesses, laquelle soit à la seconde *Fg* :: *m*. 1. ainsi que le suppose M. *Wallis* dans le chap. 101. de son Algebre, en faisant $m > 1$; cette seconde vîtesse *Fg*, qui est (*hyp.*) la premiére des restantes, sera $= \frac{a}{m}$; ainsi la troisiéme sera $= \frac{a}{m^2}$, la quatriéme $= \frac{a}{m^3}$, la cinquiéme $= \frac{a}{m^4}$, & ainsi à l'infini: De sorte que la somme de toutes ces vitesses géométriquement décroissantes depuis la premiére ($a$) jusqu'à zero, sera $= a + \frac{a}{m} + \frac{a}{m^2} + \frac{a}{m^3} + \frac{a}{m^4} + \frac{a}{m^5} + \frac{a}{m^6} + \&c. = \frac{ma}{m-1}$, ainsi que M. *Wallis* l'a trouvée dans le chapitre qu'on en vient de citer, en faisant $a = 1$: Donc (*Lem.* 2) l'espace parcouru par le moyen de toutes ces vîtesses, depuis la premiére *AF* ($a$) inclusivement, jusqu'à leur entiére extinction en *F*, doit être ici $= \frac{ma}{m-1} = \frac{m}{m-1} \times AF$;

$AF$ ; & par conſéquent encore fini, quoique parcouru (*Cor.* 8.) pendant un temps infini $KBAFK$, ainſi qu'on l'a déja trouvé dans les Corol. 4. & 8.

## COROLLAIRE X.

On trouvera de même que l'eſpace parcouru pendant le temps infini $KHGFK$, doit être ici $= \frac{m}{m-1} \times FG$. Donc (*Corol.* 9.) les eſpaces parcourus pendant les temps finis $BAGH$, doivent auſſi être ici $= \frac{m}{m-1} \times AF - \frac{m}{m-1} \times FG = \frac{m}{m-1}\overline{AF-FG} = \frac{m}{m-1} \times AG$, c'eſt à dire (à cauſe de la fraction conſtante $\frac{m}{m-1}$) comme les différences $AG$ de la premiére vîteſſe $AF$ à la reſtante $GF$ après le temps $BAGH$, ainſi qu'on l'a déja vû dans le Corol. 2.

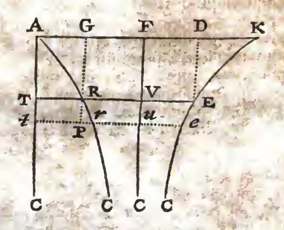
## COROLLAIRE XI.

Enfin de ce que (*Solut.*) $\frac{-du}{u} = \frac{dt}{a}$ donne $\frac{-du}{udt} = \frac{1}{a}$, il eſt manifeſte que de ſuppoſer (comme l'on fait ici) les réſiſtances inſtantanées ($dr$) du milieu, ou les décroiſſemens inſtantânées ($-du$) des vîteſſes, en raiſon de ces mêmes vîteſſes ($u$), c'eſt conſéquemment ſuppoſer ces décroiſſemens ($-du$) de vîteſſes, en raiſon des accroiſſemens inſtantanées ($udt$) des eſpaces parcourus. Donc cette derniére hypothêſe donne-

nera encore tout ce que dessus; & la premiére, tout ce que M. *Leibniz* a tiré de celle-ci dans les *Actes de Leipsik* de 1689. pag. 40. & 41. art. 1.

S C H O L I E.

1°. Il est à remarquer dans ce Problême-ci, que puisqu'on y suppose par tout $RV\,(u) = VE\,(z)$, la Courbe *KEC* doit être ici précisément la même logarithmique que *ARC*, & n'en différer que de position: l'équation $\frac{-du}{u} = \frac{dt}{a}$ trouvée dans la Solution pour *ARC*, se changeant ici en $\frac{-dz}{z} = \frac{dt}{a}$ pour *KEC*, qui par conséquent doit être aussi une logarithmique de la même soûtangente ($a$) que *ARC*, & semblablement placée par raport à l'asymptote *FC*: une de ces deux Courbes est à droite & l'autre à gauche de cette asymptote commune.




2°. Il suit delà & du Corol. 6. de la Prop. gé-

génér. que les vîtesses perduës pendant les temps *AT*, où les résistances totales *TR* qui les ont détruites, sont toûjours ici proportionelles aux espaces *FVEK* correspondans, qu'on trouvera (comme dans le Cor. 2.) être entr'eux comme les différences *KD* des appliquées *FK*, *VE*, qui les terminent, c'est à dire (*hyp.*) comme les différences dont la premiére des résistances instantanées, ou des pertes instantanées de vîtesses, surpasse chacune des derniéres de ces résistances ou de ces pertes.

3°. Il suit aussi du Corol. 7. de ce Problême-ci, que si un point, par exemple une fourmi prise pour un point, avançoit de *A* vers *F* avec des vîtesses retardées (comme ci-dessus) en raison de ces mêmes vîtesses, le long d'une Regle *AF* qui en même temps coulât uniformément de *F* vers *C* le long de la droite *FC* à laquelle elle fût toûjours perpendiculaire, & son point *A* toûjours sur *AC*; la Courbe *ARC* que ce point ou cette fourmi décriroit alors, seroit une logarithmique qui auroit *FC* pour asymptote. Puisque (*Cor.* 7.) les ordonnées *RV* ou les espaces *FG* qui resteroient à parcourir jusqu'à l'entiére extinction des vîtesses, étant pris pour des nombres, & *FV* pour les temps employez à parcourir les *AG* correspondantes, ces temps *FV* seroient les logarithmes de ces ordonnées *RV*.

## PROBLEME II.

*Trouver la Courbe* ARC, *&c. dans l'hypothêse des résistances instantanées en raison des quarrez des vîtesses restantes de primitivement uniformes.*

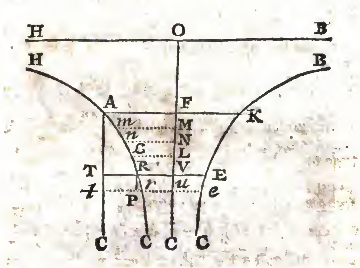
S o-

SOLUTION.

*Cette hypothêse donnant $\frac{RV \times RV}{AF}\left(\frac{uu}{a}\right) = VE$ ($z$), l'équation $\frac{-du}{z} = \frac{dt}{a}$ du Corol. 7. de la Prop. génér. se réduira ici à $\frac{-du}{uu} = \frac{dt}{aa}$; & l'intégrale de cette derniére équation $\frac{dt}{aa} = - u^{-2}du$, sera $\frac{t}{aa} = u^{-1} + q = \frac{1}{u} + q$. Mais parcequ'en $A$, $t(AT)$ est $= o$, & $u(RV) = a(AF)$, cette intégrale s'y réduiroit à $o = \frac{1}{a} + q$, ce qui donneroit $q = -\frac{1}{a}$; cette intégrale complette sera $\frac{t}{aa} = \frac{1}{u} - \frac{1}{a} = \frac{a-u}{au}$, ou $tu = aa - au$; & cette derniére équation sera celle de la Courbe $ARC$ des résistances totales par raport à l'axe $AC$, & des vîtesses restantes par raport à l'axe $FC$, laquelle Courbe on voit être une hyperbole ordinaire ou d'*Apollonius*.

Pour la construire, soit prolongée $CF$ jusqu'en $O$, ensorte que $OF$ soit $= AF$ ($a$); ensuite du centre $O$, entre les asymptotes orthogonales $OC$, $OH$, soit faite par $A$ l'hyperbole équilatere $HAC$. Je dis que sa moitié $ARC$ prolongée à l'infini du côté de $C$, sera le lieu précédent des résistances totales par raport à l'axe $AC$, & des vîtesses restantes par raport à l'axe $FC$; puisque cette hyperbole donnera $OF \times AF = OV$

* *Voyez la Figure de la page suivante.*




$= OV \times RV$, c'eſt à dire en termes analytiques, $aa = a + t \times u = au + tu$, ou $tu = aa - au$, qui eſt l'équation qu'il falloit conſtruire, & qui donnera tout le reſte.

## COROLLAIRE I.

Puiſque cette équation donne $a . u :: t . a - u ::$ $AT . TR$. Et $u . a - u :: a . t :: AF . FV$. on voit déja que la premiére vîteſſe reſtante ($a$) par où le mouvement a commencé, ſera ici à la vîteſſe reſtante ($u$) après quelque temps $AT$ ou $FV$ ($t$) que ce ſoit :: $AT . TR$. Et que cette vîteſſe reſtante ſera à la vîteſſe perdue pendant tout ce temps :: $AF . FV$.

## COROLLAIRE II.

L'aſymptote $FC$ de la Courbe $ARC$, fait aſſez voir que les vîteſſes $RV$ ($u$) ne s'éteindront ja-

jamais ici, & qu'il faudroit un temps *FV* ($t$) infini pour cela.

### COROLLAIRE III.

On voit par le Corol. 3. de la Prop. génér. que ce qu'il y aura ici d'eſpace parcouru pendant chaque temps *AT* ou *FV* ($t$), ſera toûjours comme chaque aire hyperbolique *ARVF* correſpondante. Mais la précédente équation $aa = au + tu$ donnant $u$ ($RV$) $= \frac{aa}{a+t} = a - t + \frac{tt}{a} - \frac{t^3}{aa} + \frac{t^4}{a^3} - \frac{t^5}{a^4} + \frac{t^6}{a^5} -$ &c. en continuant la diviſion de $\frac{aa}{a+t}$ à l'infini, l'on aura $\int udt$ ($ARVF$) $= at - \frac{tt}{2} + \frac{t^3}{3a} - \frac{t^4}{4aa} + \frac{t^5}{5a^3} - \frac{t^6}{6a^4} +$ &c. Donc les eſpaces parcourus pendant les temps *AT* ($t$), ſeront pareillement ici comme ces ſuites correſpondantes, valeurs des aires *ARVF* correſpondantes; & par conſéquent les vîteſſes ne s'éteignant ici tout à fait (*Cor.* 2.) qu'après un temps infini *AC* ou *FC* qui rend l'aire hyperbolique *CRAFC* infinie, le mobile devroit ici parcourir une longueur infinie dans un temps infini, nonobſtant les réſiſtances du milieu en raiſon des quarrez des vîteſſes, au lieu que ſi les réſiſtances n'étoient ſimplement que comme les vîteſſes, il n'atteindroit jamais (*Corol.* 5. *Probl.* 1.) qu'à un certain terme, ainſi que M. *Huygens* le dit ſeulement en paſſant (pag. 175. & 176. de ſon Diſcours ſur la peſanteur) comme une choſe qu'il croit digne de remarque, & qu'il laiſſe à chercher.

C o-

## COROLLAIRE IV.

L'équation ſuppoſée $\frac{-du}{uu} = \frac{dt}{aa}$ réſultante de la précédente $aa = au + tu$ différentiée, donnant $aa \times \frac{-du}{u} = udt$, ou $\int udt$ (*ARVF*) $= aa \times \int \frac{-du}{u} = aa \times -lu = aa \times l\frac{a}{u}$ en prenant $a$ pour l'unité ; il ſuit delà (à cauſe de la quantité conſtante $aa$) que chacun des eſpaces parcourus, ſera toûjours ici comme le logarithme négatif de $u$ (*VR*) correſpondante : auſſi trouve-t-on qu'en prenant ſur l'aſymptote *OC*, des parties *OF*, *OM*, *ON*, *OL*, *OV*, en progreſſion geometrique, & en tirant *Mm*, *Nn*, *Ll*, paralleles à *FA* ou à *RV*, il ſe forme des aires *Fm*, *Mn*, *Nl*, *LR*, toutes égales entr'elles ; & qu'ainſi les aires *Fm*, *Fn*, *Fl*, *FR*, qui réſultent de l'addition continuelle de celles-là, devant être en progreſſion arithmetique, doivent être les logarithmes poſitifs des termes de la progreſſion geometrique ſuppoſée *OF*, *OM*, *ON*, *OL*, *OV*, en prenant *OF* ($a$) pour l'unité dont le logarithme ſe trouvera ainſi égal à zero. Mais lorſque ces abſciſſes ſont ainſi en progreſſion geometrique croiſſante, les ordonnées correſpondantes *Mm*, *Nn*, *Ll*, *VR*, qui expriment les vîteſſes reſtantes à la fin des temps *FM*, *FN*, *FL*, *FV*, ſuivent la même progreſſion renverſée ou décroiſſante. Donc les aires *Fm*, *Fn*, *Fl*, *FR*, doivent être auſſi les logarithmes de ces vîteſſes *Mm*, *Nn*, *Ll*, *RV* ; mais négatifs, à cauſe que la progreſſion de ces vîteſſes eſt décroiſ-

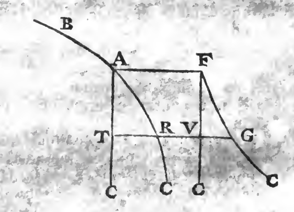
croissante au-dessous de l'unité *FA* égale (*hyp.*) à *OF*.

### COROLLAIRE V.

Donc en prenant les vîtesses restantes *RV* (*u*) comme des nombres, les espaces parcourus pendant les temps correspondans *FV* (*t*), en seront les logarithmes; & ces temps augmentez chacun d'un temps constant exprimé par *OF* comme ils le sont (*hyp.*) par *FV* ou *AT*, seront aussi comme des nombres, mais d'une progression réciproque à celle des vîtesses.

### COROLLAIRE VI.

D'où l'on voit que si par les points *A*, *F*, on fait deux arcs indéfinis *ARC*, *FGC*, d'une lo-

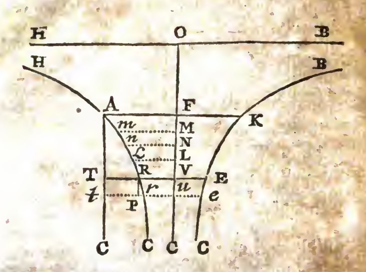



garithmique qui ait la soûtangente $=$ *AF* (*a*), ensorte que *FC* soit l'asymptote du premier, & *AC* celle du second: il suit, dis-je, du précédent Corol. 4. que si l'on prend encore *RV* (*u*) pour les vîtesses restantes de la premiére *AF* (*a*), l'on

l'on aura preſentement $VG$ pour les temps ($t$) écoulez depuis le commencement du mouvement, & $AT$ ou $FV$ pour les eſpaces parcourus pendant ces temps ; puiſque $AT$ ou $FV$ ſont ici les logarithmes négatifs de $RV$ ($u$), & les poſitifs de $TG$ ($a+t$). Auſſi en appellant preſentement $AT$ ou $FV$, $e$ ; & $VG$, $t$ ; le premier arc logarithmique $ARC$ donnera-t-il $\frac{-du}{u} = \frac{de}{a}$ ; & le ſecond $FGC$, $\frac{dt}{a+t} = \frac{de}{a}$ : d'où réſulte $\frac{-du}{u} = \frac{dt}{a+t}$, ou $adu + tdu + udt = 0$, dont l'intégrale $au + tu = aa$ eſt l'équation propoſée, réſultante de la donnée $\frac{-du}{uu} = \frac{dt}{aa}$, & déja conſtruite d'une autre maniére dans la Solution précédente. Il eſt manifeſte que $FGC$ eſt ici la continuation $AB$ de $CRA$ dans une autre poſition.

## COROLLAIRE VII.

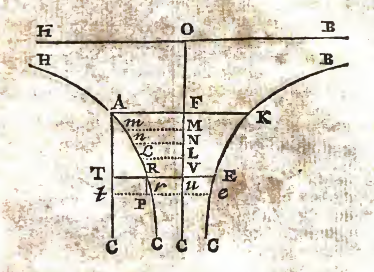
Soit le tout repris & ſuppoſé comme dans la Solution de ce Problême-ci. On ſait que lorſque les abſciſſes $OF$, $OM$, $ON$, $OL$, $OV$, de l'hyperbole $HAC$, ſont en progreſſion geometrique, leurs différences $FM$, $MN$, $NL$, $LV$, ſuivent auſſi la même progreſſion. Donc en diviſant ainſi le temps $FV$ en parties $FM$, $MN$, $NL$, $LV$, qui ſoient en progreſſion geometrique croiſſante, non-ſeulement les eſpaces parcourus pendant ces temps partiaux, exprimez (*Cor.* 3.) par les aires $Fm$, $Mn$, $Nl$, $LR$,




*LR*, seront égaux entr'eux; mais aussi les vîtesses *FA*, *Mm*, *Nn*, *Ll*, par lesquelles ces espaces commencent, & pareillement celles *Mm*, *Nn*, *Ll*, *VR*, par lesquelles ces mêmes espaces finissent, seront dans la même progression renversée ou décroissante. Ce qui est la Prop. 5. Sect. 2. Liv. 2. des Princ. Mathem. de M. *Newton*.

## COROLLAIRE VIII.

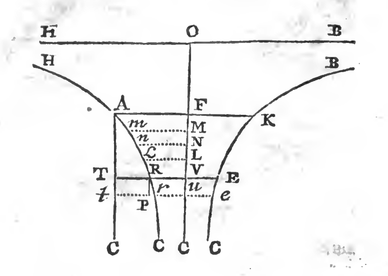
Il suit du Corol. 3. que l'espace parcouru avec des retardemens ou des résistances qui fussent comme les quarrez des vîtesses retardées, devroit toûjours être à ce que le mobile en auroit parcouru pendant le même temps *AT* ou *FV*, d'une vîtesse uniforme égale à la premiére *AF* :: *ARVF*. *ATVF*. l'aire *ART* des résistan-




tances totales étant comme ce qu'elles lui en ont empêché de parcourir.

## COROLLAIRE IX.

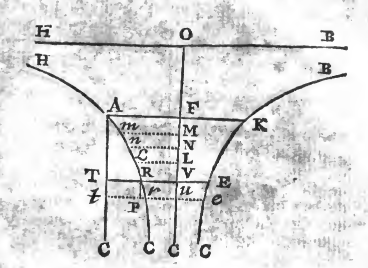
De ce que l'équation donnée $\frac{-du}{uu} = \frac{dt}{aa}$ dans la Solution, rend $\frac{-du}{u \times udt} = \frac{1}{aa}$, il est manifeste que de supposer (comme l'on fait ici) les résistances ou les décroissemens $(-du)$ instantanées de vîtesses en raison des quarrez $(uu)$ de ces mêmes vîtesses, c'est conséquemment aussi supposer ces décroissemens $(-du)$ de vîtesses, en raison composée de ces mêmes vîtesses $(u)$, & des accroissemens instantanées $(udt)$ dont elles font augmenter les espaces parcourus. Donc cette derniére hypothêse donnera encore tout ce que dessus, & la premiére tout ce que




$LR$, feront égaux entr'eux; mais auſſi les vîteſſes $FA$, $Mm$, $Nn$, $Ll$, par leſquelles ces eſpaces commencent, & pareillement celles $Mm$, $Nn$, $Ll$, $VR$, par leſquelles ces mêmes eſpaces finiſſent, feront dans la même progreſſion renverſée ou décroiſſante. Ce qui eſt la Prop. 5. Sect. 2. Liv. 2. des Princ. Mathem. de M. *Newton.*

## COROLLAIRE VIII.

Il ſuit du Corol. 3. que l'eſpace parcouru avec des retardemens ou des réſiſtances qui fuſſent comme les quarrez des vîteſſes retardées, devroit toûjours être à ce que le mobile en auroit parcouru pendant le même temps $AT$ ou $FV$, d'une vîteſſe uniforme égale à la premiére $AF$ :: $ARVF$. $ATVF$. l'aire $ART$ des réſiſtan-




tances totales étant comme ce qu'elles lui en ont empêché de parcourir.

## COROLLAIRE IX.

De ce que l'équation donnée $\frac{-du}{uu}=\frac{dt}{aa}$ dans la Solution, rend $\frac{-du}{u \times udt}=\frac{1}{aa}$, il eſt manifeſte que de ſuppoſer (comme l'on fait ici) les réſiſtances ou les décroiſſemens (*—du*) inſtantanées de vîteſſes en raiſon des quarrez (*uu*) de ces mêmes vîteſſes, c'eſt conſéquemment auſſi ſuppoſer ces décroiſſemens (*—du*) de vîteſſes, en raiſon compoſée de ces mêmes vîteſſes (*u*), & des accroiſſemens inſtantanées (*udt*) dont elles font augmenter les eſpaces parcourus. Donc cette derniére hypothêſe donnera encore tout ce que deſſus, & la premiére tout ce que

M. *Leibniz* a tiré de celle-ci dans les *Actes de Leipsik* de 1689. pag. 43. art. 4.

SCHOLIE.

Puisque l'hypothêse de cet exemple-ci donne $z=\frac{uu}{a}$, ou $u=\sqrt{az}$, la substitution de cette valeur de $u$ dans l'équation $aa=au+tu$ qu'on a trouvée dans la Solution donnera $aa=\overline{a+t}\times\sqrt{az}$, ou $a^3=\overline{a+t}^2\times z$ pour l'équation de la Courbe $KEC$; ce qui fait voir qu'elle doit être ici une hyperbole cubique dont les appliquées $VE$ ($z$) soient en raison reciproque des quarrez des abscisses $OV$ ($a+t$), & dont les asymptotes soient $OC$ & $OB$ continuation de $HO$ prolongée du côté de $B$.

Cette équation $a^3=\overline{a+t}^2\times z$ donnant $z=\frac{a^3}{\overline{a+t}^2}$ (en prenant $x=a+t$) $=\frac{a^3}{xx}=a^3x^{-2}$, l'on aura $\int z\,dt$ ($FVEK$) $=\int a^3x^{-2}dx=-a^3x^{-1}+q=-\frac{a^3}{x}+q=-\frac{a^3}{a+t}+q$. Mais parceque le cas de $t$ ($FV$) $=o$, donne $FVEK=o$, & cependant $-\frac{a^3}{a+t}=\frac{-a^3}{a}=-aa$; l'intégrale précédente s'y réduira à $o=-aa+q$, ce qui donne $q=aa$. Donc la valeur complette de l'aire hyperbolique $FVEK$ doit être $=-\frac{a^3}{a+t}+aa=\frac{aat}{a+t}$. Donc les vitesses perdues, ou les résistances totales $TR$, devant toûjours être

être (*Cor.* 6. *Prop. génér.*) comme les aires *FVEK* correſpondantes; ces viteſſes perdues, ou ces réſiſtances totales doivent être ici comme les aires hyperboliques $\frac{aat}{a+t}$ correſpondantes, ou (à cauſe de $a$ conſtante) comme les fractions correſpondantes $\frac{t}{a+t}$.

## PROBLÊME III.

*Trouver en general la Courbe* ARC, *&c. dans l'hypothêſe des réſiſtances inſtantanées en raiſon des puiſſances quelconques* n *des viteſſes reſtantes de primitivement uniformes.*

### SOLUTION.

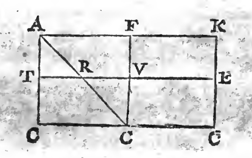
Cette Solution donnant $\frac{\overline{RV}^n}{\overline{AF}^{n-1}} \left(\frac{u^n}{a^{n-1}}\right) = VE\ (z)$, la premiére équation $\frac{-du}{z} = \frac{dt}{a}$ du Corol. 7. de la Prop. gén. ſe changera ici en $\frac{-du}{u^n} = \frac{dt}{a^n}$, ou en $\frac{dt}{a^n} = -u^{-n}du$, dont l'intégrale eſt $\frac{t}{an} = \frac{-u^{1-n}}{1-n} + q = \frac{u^{1-n}}{n-1} + q$. Mais parcequ'en $A$, $t$ ($AT$) eſt $= o$, & $u$ ($RV$) $= a$ ($AF$), cette intégrale s'y doit réduire à $o =$

 $a^{1-n}$

$\frac{a^{1-n}}{n-1} + q$; ce qui donne $q = -\frac{a^{1-n}}{n-1}$. Donc cette intégrale complette sera $\frac{t}{an} = \frac{u^{1-n} - a^{1-n}}{n-1}$, qu'on aura ici pour équation de la Courbe *ARC* des résistances totales par raport à l'axe *AC*, & des vitesses restantes par raport à l'axe *FC*, laquelle Courbe donnera tout le reste.

## COROLLAIRE I.

Si $n=0$, ainsi qu'il arriveroit si les résistances instantanées étoient constantes & par tout les mêmes : ce cas réduisant la précédente équation générale à $t = \frac{u-a}{-1} = a-u$, l'on aura par tout ici $AT\ (t) = TR\ (a-u)$. D'où l'on




voit que la Courbe *ARC* doit dégénérer ici en une ligne droite inclinée de 45 deg. sur chacune des paralleles *AC*, *FC*, ce qui rendra aussi $FC = FA$. On voit delà,

1°. Que l'entiére extinction des vitesses *RV* (*u*)

(*u*) se fera ici en *C* dans un temps *FC*=*FA*.

2°. Qu'elles seront entr'elles comme les temps *VC* à écouler jusqu'à leur entiére extinction ; & que par conséquent elles doivent ici décroître par des décroissemens ou retardemens instantanées tous égaux entr'eux dans des instans égaux, ainsi qu'on le suppose d'ordinaire des vitesses d'un corps jetté en ligne droite de bas en haut dans l'opinion de *Galilée*, en conséquence de la seule résistance de la pesanteur constante & alors contraire qu'on suppose dans ce corps considéré pour lors comme dans le vuide, c'est-à-dire, comme dans un milieu qui n'en accélérât ni retardât le mouvement.

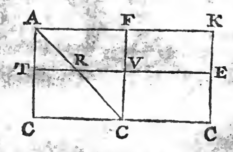
3°. Que les vitesses perdues ou les résistances totales *TR*, seront toûjours ici comme les temps écoulez *AT* ou *FV*.

4°. Que les espaces parcourus pendant ces temps *AT* ou *FV*, seront toûjours ici entr'eux (*Cor.* 3. *Prop. génér.*) comme les trapeses correspondans *ARVF*; & à l'espace total parcouru pendant le temps total *FC*, ou depuis le commencement jusqu'à l'entiére extinction des vitesses, comme ces trapeses au triangle entier *AFC*.

5°. Que l'espace parcouru d'un mouvement ainsi retardé pendant chaque temps *AT* ou *FV*, est (*Cor.* 4. *Prop. génér.*) à ce que le mobile en auroit parcouru pendant ce temps d'une vitesse uniforme égale à sa premiere *AF*, comme chaque trapese correspondant *ARVF* est à chaque parallelogramme correspondant *ATVF*, & qu'ainsi le triangle *ACF* n'étant que la moitié du quarré *ACCF*, l'espace parcouru de ce mouvement retardé jusqu'à l'entiére extinction des vitesses, ne sera ici que la moitié de ce qui

auroit été parcouru en même temps avec le mouvement uniforme. Ce qui s'accorde encore avec ce qu'on a conclu des espaces parcourus dans la supposition précédente (*num.* 2.) de *Galilée*.

6e. Dans le cas present de $n = o$, l'hypothêse qu'on fait de $z = \frac{u^n}{a^{n-1}}$ dans ce Problême-ci, donneroit $z = \frac{u^o}{a^{n-1}} = a$, c'est-à-dire *VE* ($z$)




constante & par tout la même $= a$; ce qui doit faire dégénérer ici la Courbe *KEC* en une ligne droite parallele à *FC* ou *AC*, & *FCCK* en un quarré égal à *ACCF*.

## COROLLAIRE II.

Si $n = 1$, ou $z = u$, ainsi qu'il arriveroit si les résistances instantanées étoient comme les vitesses restantes, ainsi que dans le Pr. 1. Ce cas réduisant l'équation générale $\frac{t}{a^n} = \frac{u^{1-n} - a^{1-n}}{n - 1}$, ou

ou $\overline{n-1} \times t = a^n u^{1-n} - a$, de ce Prob. 3. à $o = au^o - a = a - a$, qui ne donnant que $a = a$, ne donne rien; il faut se servir de la différentielle $\frac{-du}{u^n} = \frac{dt}{a^n}$ de la Solution, que ce même cas réduit à $\frac{-du}{u} = \frac{dt}{a}$, qui est l'équation elle-même, du Problême 1. laquelle par conséquent donnera encore ici tout ce qu'on a trouvé dans ce Probl. 1.

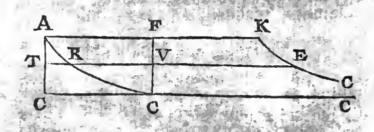
## COROLLAIRE III.

Si $n = 2$, ou $z = \frac{uu}{a}$ ainsi qu'il arriveroit si les résistances instantanées étoient comme les quarrez des vitesses restantes, ainsi que dans le Problême 2. Ce cas réduira l'équation génerale $\frac{t}{a^n} = \frac{u^{1-n} - a^{1-n}}{n-1}$ du present Prob. 3. à $\frac{t}{aa} = u^{-1} - a^{-1} = \frac{1}{u} - \frac{1}{a} = \frac{a-u}{au}$, c'est-à-dire, à $tu = aa - au$, ou à $aa = tu + au$, qui est la même que celle qu'on a trouvée pour ce cas dans le Prob. 2. & qui par conséquent donnera encore ici tout ce qu'on a trouvé dans ce Prob. 2.

## COROLLAIRE IV.

Si $n = -1$, ou $z = \frac{aa}{u}$, ainsi qu'il arriveroit, si les résistances instantanées étoient en rai-

raison réciproque des viteſſes reſtantes : ce cas réduira l'équation générale $\frac{t}{a^n} = \frac{u^{1-n} - a^{1-n}}{n-1}$ du preſent Probl. 3. à $\frac{t}{a^{-1}} = \frac{u^2 - a^2}{-2} = \frac{a^2 - u^2}{2}$, d'où réſulte $2\,at = aa - uu$, ou $uu = aa - 2\,at = 2\,a \times \overline{\tfrac{1}{2}a - t}$ pour l'équation de la Cour-




be $ARC$ des viteſſes reſtantes ($u$) par raport à l'axe $FC$. D'où l'on voit que cette Courbe devroit être alors une parabole ordinaire décrite du ſommet $C$ ſur l'axe $FC$ tel que $FC$ fût $= \frac{1}{2}a$ ($\frac{1}{2}AF$), & dont le parametre fût $= 2\,a$ ($2\,AF$). D'où l'on voit auſſi,

1°. Que l'entiére extinction des viteſſes $VR$ ($u$) ſe feront ici en $C$ dans le temps $FC = \frac{1}{2}AF$.

2°. Que les viteſſes reſtantes $VR$ ($u$) ſeroient comme les racines quarrées des temps $VC$ qui reſteroient à écouler juſqu'à l'entiére extinction de ces mêmes viteſſes.

3°. Que les viteſſes perdues ou les réſiſtances totales, ſeroient comme les $TR$ ($a - \sqrt{aa - 2at}$) correſpondantes.

4°. Que

4°. Que les eſpaces parcourus pendant les temps $AT$ ou $FV$, ſeroient entr'eux (*Cor.* 3. *Prop. génér.*) comme les aires paraboliques $ARVF$ correſpondantes. Mais on ſait que chaque aire $ARVF = \frac{2}{3} AF \times FC - \frac{2}{3} RV \times VC$ $=$ (à cauſe de $FC = \frac{1}{2} AF$) $= \frac{1}{3} AF \times AF - \frac{2}{3} RV \times VC$ (à cauſe de $AF = a$, de $RV (u) = \sqrt{aa - 2at}$, & de $VC = \frac{1}{2} a - t$) $= \frac{1}{3} aa + \frac{2}{3} t - \frac{1}{3} a \times \sqrt{aa - 2at}$. Donc les eſpaces parcourus pendant les temps $AT$ ou $FV (t)$, ſeroient auſſi pour lors entr'eux comme les quantitez $\frac{1}{3} AF \times AF - \frac{2}{3} RV \times VC$, ou $\frac{1}{2} aa + \frac{2}{3} t - \frac{1}{3} a \times \sqrt{aa - 2at}$ correſpondantes ; & à l'eſpace total parcouru juſqu'à l'entiére extinction des viteſſes, comme ces mêmes quantitez à l'aire parabolique entiére $ARCF = \frac{2}{3} AF \times FC = \frac{1}{3} AF \times AF = \frac{1}{3} aa$.

5°. Que l'eſpace parcouru d'un mouvement ainſi rétardé pendant un temps quelconque $AT$ ou $FV (t)$, ſeroit (*Cor.* 4. *Prop. génér.*) à ce que le mobile (ſans réſiſtance) en auroit parcouru pendant le même temps d'une viteſſe uniforme égale à ſa premiére $AF (a)$, comme l'aire parabolique $ARVF$ correſpondante eſt au rectangle $ATVF$, c'eſt-à-dire : : $\frac{1}{3} aa + \frac{2}{3} t - \frac{1}{3} a \times \sqrt{aa - 2at} . at :: aa + 2t - a \times \sqrt{aa - 2at} . 3at$. Et qu'ainſi l'eſpace parcouru de ce mouvement retardé pendant tout le temps $FC$, c'eſt-à-dire (*num.* 1.) juſqu'à l'entiére extinction des viteſſes, ſeroit auſſi à ce que le mobile en auroit parcouru du mouvement uniforme précédent pendant tout ce temps, comme l'aire parabolique entiére $ARCF$ eſt au rectangle $ACCF$, c'eſt-à-dire : : $\frac{2}{3} AF \times FC . AF \times FC :: 2 . 3$, d'où l'on voit qu'il en ſeroit les deux tiers.

 6°. Dans

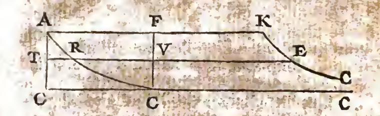
6°. Dans le cas present de $n = -1$, l'hypothêse qu'on fait de $z = \frac{u^n}{a^{n-1}}$ dans ce Problême-ci, donneroit ici $z = \frac{aa}{u}$; & par conséquent $uu = \frac{a^4}{zz}$. Ainsi en substituant cette valeur de $uu$ dans l'équation $uu = aa - 2at$ trouvée au commencement de ce Corollaire-ci, cette équation se changeroit en une autre $\frac{a^4}{zz} = aa - 2at$, ou $\frac{1}{2}a^3 = \overline{\frac{1}{2}a - t} \times zz$, qui sera celle de la Courbe *KEC*, qu'on voit devoir être ici une hyperbole cubique entre les asymptotes orthogonales *CF*, *CC* prolongée du côté de cette Courbe, laquelle ait les abscisses *VC* ($\frac{1}{2}a - t$) en raison réciproque des quarrez de ses appliquées *VE* ($z$), & qui passe par un point *K* de *AF* prolongée, tel que *FK* soit $=$ *FA* $= a$.

7°. Cette équation $\frac{1}{2}a^3 = \overline{\frac{1}{2}a - t} \times zz$ donnant $z = \frac{\sqrt{\frac{1}{2}a^3}}{\sqrt{\frac{1}{2}a - t}}$ (soit $x = \frac{1}{2}a - t$, & conséquemment aussi $-dx = dt$) $= \sqrt{\frac{a^3}{2x}} = x^{-\frac{1}{2}}\sqrt{\frac{1}{2}a^3}$; l'on aura $\int z dt$ (*FVEK*) $= \int -x^{-\frac{1}{2}} dx \sqrt{\frac{1}{2}a^3} = -2x^{\frac{1}{2}}\sqrt{\frac{1}{2}a^3} + q = -2a\sqrt{\frac{1}{2}ax} + q = -a\sqrt{aa - 2at} + q$. Mais lorsque $t$ (*AT*) est $= o$, l'aire *FVEK* est aussi $= o$; ce qui réduit l'intégrale pré-

précédente à $o = -aa + q$, d'où réfulte $q = aa$ Donc cette intégrale ou l'aire complette *FVEK* $= aa - a\sqrt{aa - 2at}$ (à cauſe de l'équation $\frac{at^2}{zz} = aa - 2at$ du nomb. 6.) $= \frac{aaz - a^3}{z}$ Donc auſſi (*Cor. 6. Prop. génér.*) les viteſſes perdues *RV* ($u$) pendant les temps *AT* ou *FV* ($t$), ou bien les réſiſtances totales *TR* ($r$) qui les ont détruites, doivent être par tout ici entr'elles comme les aires hyperboliques $\frac{aaz - a^3}{z}$ (*FVEK*), ou comme les fractions $\frac{z - a}{z}$ correſpondantes.

### COROLLAIRE V.

Si $n = -2$, ou $z = \frac{a^3}{uu}$, ainſi qu'il arriveroit ſi les réſiſtances inſtantanées étoient en raiſon réciproque des quarrez des viteſſes: ce cas réduira l'équation générale $\frac{t}{a^n} = \frac{u^{1-n} - a^{1-n}}{n-1}$ de ce Problême-ci à $\frac{t}{a^{-2}} = \frac{u^3 - a^3}{-3} = \frac{a^3 - u^3}{3}$, d'où réſulte $u^3 = a^3 - 3aat = 3aa \times \overline{\frac{1}{3}a - t}$ pour l'équation de la Courbe *ARC* des réſiſtances totales par raport à l'axe *AC*, & des viteſſes reſtantes totales par raport à l'axe *FC*. D'où l'on voit que cette Courbe devroit être ici une parabole cubique décrite du ſommet *C* ſur l'axe *FC*, tel que *FC* fût $= \frac{1}{3}a$ ($\frac{1}{3}AF$), laquelle eût les cubes de ſes appliquées *RV* ($u$) en raiſon des abſciſſes correſpondantes *VC* ($\frac{1}{3}a - t$),




& ſon parametre $= 3aa$. D'où l'on voit auſſi,

1°. Que l'entiére extinction des viteſſes $VR$ ($u$) ſe feroit en $C$ dans le temps $FC = \frac{1}{3}AF$.

2°. Que ces viteſſes $VR$ ſeroient comme les racines cubiques des temps $VC$ qui reſteroient à écouler juſqu'à l'entiére extinction de ces mêmes viteſſes.

3°. Que les viteſſes perdues ou les réſiſtances totales à la fin des temps $AT$ ou $FV$ ($t$), ſeroient comme les $TR$ ($a - \sqrt[3]{a^3 - 3aat}$) correſpondantes.

4°. Que les eſpaces parcourus pendant les temps $AT$ ou $FV$ ($t$), ſeroient ici entr'eux (*Corol.* 3. *Prop. génér.*) comme les aires paraboliques correſpondantes $ARFV$. Mais on ſait que chaque aire $ARFV = \frac{3}{4}AF \times FC - \frac{3}{4}VC \times VR$ (à cauſe de $FC = \frac{1}{3}AF$) $= \frac{1}{4}AF \times AF - \frac{3}{4}VC \times VR$ (à cauſe de $AF = a$, $VR$ ($u$) $= \sqrt[3]{a^3 - 3aat}$, & de $VC = \frac{1}{3}a - t$) $= \frac{1}{4}aa + \overline{\frac{3}{4}t - \frac{1}{4}a} \times \sqrt[3]{a^3 - 3aat}$. Donc les eſpaces parcourus pendant les temps $AT$ ou $FV$ ($t$), ſeroient en ce cas-ci entr'eux comme les quanti-

tez

tez $\frac{1}{4}AF \times AF - \frac{1}{4}VC \times VR$, ou $\frac{1}{4}aa + \overline{\frac{3}{4}t - \frac{1}{4}a} \times \sqrt[3]{a^3 - 3aat}$ correſpondantes; & à l'eſpace total parcouru pendant tout le temps $FC$, c'eſt à dire (*num.* 1.) juſqu'à l'entiére extinction des vîteſſes, comme ces quantitez ſont à l'aire parabolique entiére $ARCF = \frac{1}{4}AF \times AF = \frac{1}{4}aa$.

5. Que l'eſpace parcouru d'un mouvement ainſi retardé pendant le temps $AT$ ou $FV(t)$, ſeroit (*Corol.* 4. *Prop. génér.*) à ce que le mobile en auroit parcouru en même temps d'une vîteſſe uniforme égale à ſa premiére $AF$, comme l'aire parabolique $ARVF$ eſt au rectangle $ATVF$, c'eſt à dire $:: \frac{1}{4}aa + \overline{\frac{3}{4}t - \frac{1}{4}a} \times \sqrt[3]{a^3 - 3aat} . at :: aa + \overline{3t - a} \times \sqrt[3]{a^3 - 3aat} . 4at$. Et qu'ainſi l'eſpace parcouru de ce mouvement retardé pendant tout le temps $FC$, c'eſt à dire (*nomb.* 1.) juſqu'à l'entiére extinction des vîteſſes, ſeroit auſſi à ce que le mobile en auroit parcouru du mouvement uniforme précédent pendant tout ce temps, comme l'aire parabolique entiére $ARCF$ eſt au rectangle $ACCF$, c'eſt à dire $:: \frac{1}{4}AF \times FC . AF \times FC ::$ 3. 4. D'où l'on voit qu'il n'en ſeroit que les trois quarts.

6. Dans le cas preſent ayant $z = \frac{a^3}{uu}$, ou $u = a\sqrt{\frac{a}{z}}$; ce qui donne auſſi $u^3 = \frac{a^4\sqrt{a}}{z\sqrt{z}}$: la ſubſtitution de cette valeur de $u^3$ dans l'équation $u^3 = a^3 - 3aat$ trouvée au commencement de ce Corollaire-ci, la changera en $\frac{a^4\sqrt{a}}{z\sqrt{z}} = a^3 - 3aat$,

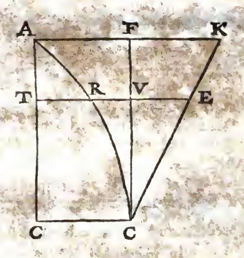
$-3aat$, ou en $\frac{aa\sqrt{a}}{z\sqrt{z}} = a - 3t = 3 \times \overline{\tfrac{1}{3}a - t}$; d'où résulte $\frac{a^5}{z^3} = 9 \times \overline{\tfrac{1}{3}a - t}^2$, ou $\frac{a^5}{9} = \overline{\tfrac{1}{3}a - t}^2 \times z^3$ pour l'équation de la Courbe $KEC$, qu'on voit devoir être ici une hyperbole du cinquiéme dégré entre les asymptotes orthogonales $CF$, $CC$ prolongée du côté d'elle, laquelle ait les quarrez de ses abscisses $VC$ ($\tfrac{1}{3}a - t$) en raison réciproque des cubes de ses appliquées $VE$ ($z$), & qui passe par un point $K$ de $AF$ prolongée, tel que $FK$ soit $= FA = a$.

7°. Cette équation $\frac{a^5}{9} = \overline{\tfrac{1}{3}a - t}^2 \times z^3$ de la Courbe $KEC$, donnant $z^3 = \frac{\tfrac{1}{9}a^5}{\overline{\tfrac{1}{3}a - t}^2}$ (soit $x = \tfrac{1}{3}a - t$, & conséquemment aussi $-dx = dt$) $= \frac{\tfrac{1}{9}a^5}{xx}$, ou $z = \frac{\sqrt[3]{\tfrac{1}{9}a^5}}{x^{\frac{2}{3}}} = x^{-\frac{2}{3}}\sqrt[3]{\tfrac{1}{9}a^5}$, l'on aura $\int z\,dt$ ($FVEK$) $= \int -x^{-\frac{2}{3}}dx\sqrt[3]{\tfrac{1}{9}a^5} = -3x^{\frac{1}{3}}\sqrt[3]{\tfrac{1}{9}a^5} + q = -3a\sqrt[3]{\tfrac{1}{9}aax} + q = -3a\sqrt[3]{\tfrac{1}{9}aa \times \overline{\tfrac{1}{3}a - t}} + q = -3a \times \sqrt[3]{\frac{a^3 - 3aat}{27}} + q = -a\sqrt[3]{a^3 - 3aat} + q$. Mais lorsque $t$ ($AT$) $= o$, l'aire $FVEK$ est aussi $= o$; ce qui réduit l'intégrale précédente à $o = -a\sqrt[3]{a^3} + q = -aa + q$, d'où résulte $q = aa$. Donc cette intégrale ou l'aire hyperbolique complette $FVEK = aa - a\sqrt[3]{a^3 - 3aat}$. Donc aussi (*Cor. 6. Prop. génér.*) les

les vîtesses perdues pendant les temps $AT$, ou les résistances totales $TR$ qui les ont détruites, sont par tout ici comme les aires ou grandeurs $aa - a \times \sqrt[3]{a^3 - 3aat}$ correspondantes.

## COROLLAIRE VI.

Si $n = \frac{1}{2}$, ou $z = \sqrt{au}$, ainsi qu'il arriveroit si les résistances instantanées étoient comme les racines quarrées des vîtesses: ce cas réduira l'équation générale $\frac{t}{a^n} = \frac{u^{1-n} - a^{1-n}}{n-1}$ du present Prob. 3. à $\frac{t}{a^{\frac{1}{2}}} = \frac{u^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{u^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{1}{2}}}{-\frac{1}{2}} = 2a^{\frac{1}{2}} - 2u^{\frac{1}{2}}$,




d'où résulte $t = 2a - 2\sqrt{au}$, ou $4au = 2a - t$

$\overline{2a-t}^2$ pour l'équation de la Courbe $ARC$, qu'on voit devoir être ici une parabole ordinaire touchée en ſon ſommet $C$ par la droite $FC = 2AF = 2a$, ayant en ce point $C$ ſon parametre $= 4AF = 4a$, & $CC$ parallele à $FA$ pour ſon axe interieur. D'où l'on voit,

1°. Que l'entiére extinction des vîteſſes $VR$ ($u$) ſe feroit ici en $C$ à la fin du temps $FC = 2AF$.

2°. Que ces vîteſſes $VR$ ($u$) feroient ici comme les quarrez des temps $VC$ ($2a-t$) qui reſteroient à écouler juſqu'à l'entiére extinction de ces mêmes vîteſſes.

3°. Que les vîteſſes perdues ou les réſiſtances totales à la fin des temps $AT$ ou $FV$ ($t$), feroient ici comme les $TR$ $\left(\frac{4aa-\overline{2a-t}^2}{4a}\right)$ ou comme les grandeurs $4at-tt$ correſpondantes.

4°. Que les eſpaces parcourus pendant les temps $AT$ ou $FV$ ($t$), feroient ici entr'eux (*Cor.* 3. *Prop. génér.*) comme les aires paraboliques $ARVF$ correſpondantes, ou comme les quantitez correſpondantes $2AF \times AF - RV \times VC$, qui ſont triples de ces aires; & à l'eſpace parcouru pendant tout le temps $FC$ ou $AC$, c'eſt à dire (*nomb.* 1.) depuis le commencement du mouvement juſqu'à l'entiére extinction des vîteſſes, comme ces aires paraboliques $ARVF$ à l'aire entiére $ARCF$, ou comme ces quantitez ſont à $2AF \times AF$ qui eſt auſſi triple de cette aire $ARCF$.

5°. Que l'eſpace parcouru d'un mouvement ainſi retardé pendant un temps quelconque $AT$ ou $FV$ ($t$), feroit (*Cor.* 4. *Prop. génér.*) à ce que

que le mobile (ſans réſiſtance) en auroit parcouru pendant le même temps d'une vîteſſe uniforme égale à ſa premiére $AF$ ($a$), comme l'aire parabolique $ARVF$ correſpondante eſt au rectangle $ATVF$ pareillement correſpondant, c'eſt à dire :: $\frac{2AF\times AF - RV\times VC}{3}$. $AF\times AT$ :: $2AF\times AF - RV\times VC$. $3AF\times AT$. Et par conſéquent l'eſpace parcouru de ce mouvement retardé pendant tout le temps $FC$, c'eſt à dire (*nomb.* 1.) juſqu'à l'entiére extinction des vîteſſes, ſeroit auſſi à ce que le mobile en auroit parcouru pendant tout ce temps avec le mouvement uniforme précédent, comme l'aire parabolique entiére $ARCF$ eſt au rectangle $ACCF$, c'eſt à dire :: $\frac{1}{3}AF\times FC$. $AF\times FC$ :: 1. 3. D'où l'on voit qu'il en ſeroit le tiers.

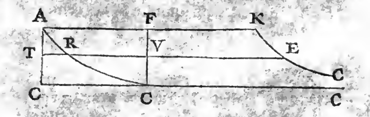
6°. Dans le cas preſent de $n=\frac{1}{2}$, ayant $z=\sqrt{au}$, ou $zz=au$; la ſubſtitution de cette valeur de $au$ dans l'équation $4au=\overline{2a-t}^2$ trouvée au commencement de ce Corollaire-ci, la changera en $4zz=\overline{2a-t}^2$, d'où réſulte auſſi $2z=2a-t$, ou $z=\frac{2a-t}{2}$, c'eſt à dire, $VE=\frac{1}{2}VC$, & $FK=\frac{1}{2}FC=AF$. D'où l'on voit que la Courbe $KEC$ dégenere ici en une ligne droite qui fait en $C$ avec $FC$ un angle $FCK$ d'un ſinus à celui de ſon complément :: 1. 2.

7°. Donc ſuivant le Corol. 6. de la Prop. génér. les vîteſſes perdues pendant les temps $AT$, ou les réſiſtances totales $TR$ qui les ont détruites, doivent être par tout ici comme les trapeſes $FVEK$ correſpondans.

C o-

## COROLLAIRE VII.

Si $n = -\frac{1}{2}$, ou $z = \frac{a\sqrt{a}}{\sqrt{u}}$, ainſi qu'il arriveroit ſi les réſiſtances inſtantanées étoient en raiſon réciproque des racines quarrées de viteſſes reſtantes ou actuelles : ce cas changera l'équation générale $\frac{t}{a^n} = \frac{u^{1-n} - a^{1-n}}{n - 1}$ du preſent Probl. 3. en $\frac{t}{a^{-\frac{1}{2}}} = \frac{u^{\frac{3}{2}} - a^{\frac{3}{2}}}{-\frac{3}{2}} = \frac{2a\sqrt{a} - 2u\sqrt{u}}{3}$, ou en $t\sqrt{a} = \frac{2a\sqrt{a} - 2u\sqrt{u}}{3}$ ; d'où réſulte $\frac{4}{9}u^3 = a \times \overline{\frac{2}{3}a - t}^2$, ou $u^3 = \frac{9}{4}a \times \overline{\frac{2}{3}a - t}^2$ pour l'équation de la Courbe $ARC$, qu'on voit devoir être ici une parabole cubique, mais d'une nature différente de celle du Corol. 5. Celle-ci, dont le ſommet eſt auſſi en $C$, ayant la portion $FC$ de




ſon axe intérieur, égale à $\frac{2}{3}$ $AF$ ($\frac{2}{3}a$), les cubes de ſes appliquées $RV$ ($u$) comme les quarrez de ſes

ſes abſciſſes $VC$ ($\frac{2}{3}a - t$), & ſon parametre $=$ $\frac{9}{4}a = \frac{9}{4}AF$. D'où l'on voit,

1°. Que l'entiére extinction des vîteſſes $VR$ ($u$) ſe feroit ici en $C$ à la fin du temps $FC = \frac{2}{3}AF = \frac{2}{3}a$.

2°. Que les cubes de ces vîteſſes ($VR$) feroient ici comme les quarrez des temps ($VC$) qui reſteroient à écouler juſqu'à l'entiére extinction de ces mêmes vîteſſes.

3°. Que les vîteſſes perdues ou les réſiſtances totales à la fin des temps écoulez $AT$ ou $FV$ ($t$), feroient ici comme les $TR$ ($a - \sqrt[3]{a \times \overline{a - \frac{3}{2}t}}$) correſpondantes.

4°. Que les eſpaces parcourus pendant ces temps $AT$ ou $FV$, feroient ici entr'eux (*Cor.* 3. *Prop. génér.*) comme les aires paraboliques correſpondantes $ARVF$, ou comme les quantitez correſpondantes $2AF \times AF - 3RV \times VC$ qui ſont quintuples de ces aires; & à l'eſpace total parcouru pendant tout le temps $FC$, c'eſt à dire (*nomb.* 1.) depuis le commencement du mouvement juſqu'à l'entiére extinction des vîteſſes, comme ces aires paraboliques à l'entiére $ARCF$, ou comme ces quantitez ſont à $2AF \times AF$ qui eſt auſſi quintuple de cette aire totale $ARCF$.

5°. Que l'eſpace parcouru d'un mouvement ainſi retardé pendant un temps quelconque $AT$ ou $FV$, feroit (*Cor.* 4. *Prop. génér.*) à ce que le mobile (ſans réſiſtance) en auroit parcouru pendant le même temps, d'une vîteſſe uniforme égale à ſa premiére $AF$, comme l'aire parabolique $ARVF$ correſpondante eſt au rectangle $ATVF$ pareillement correſpondant, c'eſt-à-di-

re

re :: $\frac{2AF \times AF - 3RV \times VC}{5}$. $AF \times AT$ :: $2AF \times AF - 3RV \times VC$. $5AF \times AT$. Et par conséquent l'espace parcouru de ce mouvement retardé pendant tout le temps $FC$, c'est à dire (*nomb.* 1.) jusqu'à l'entiére extinction des vîtesses, seroit aussi à ce que le mobile en auroit parcouru pendant tout ce temps avec le mouvement uniforme précédent, comme l'aire paraboliqué entiére $AKCF$ est au rectangle $ACCF$, c'est à dire :: $\frac{3}{5} AF \times FC$. $AF \times FC$ :: 3. 5. d'où l'on voit qu'il en feroit les trois cinquiémes.

6°. Dans le cas present de $n = -\frac{1}{2}$, ayant $z = \frac{a\sqrt{a}}{\sqrt{u}}$. l'on aura $u = \frac{a^3}{zz}$; & par conséquent aussi $u^3 = \frac{a^9}{z^6}$. Donc en substituant cette valeur de $u^3$ dans l'équation $u^3 = \frac{9}{4} a \times \overline{\frac{2}{3} a - t}^2$ trouvée au commencement de ce Corollaire-ci, l'on aura ici $\frac{a^9}{z^6} = \frac{9}{4} a \times \overline{\frac{2}{3} a - t}^2$, ou $\frac{4a^8}{9z^6} = \overline{\frac{2}{3} a - t}^2$; & (en tirant la racine quarrée) il en résultera $\frac{2a^4}{3z^3} = \overline{\frac{2}{3} a - t}$, ou $\frac{2}{3} a^4 = \overline{\frac{2}{3} a - t} \times z^3$ pour l'équation de la Courbe $KEC$, qu'on voit devoir être ici une hyperbole du quatriéme degré, entre les asymptotes orthogonales $FC$, $CC$ prolongée du côté d'elle, laquelle ait les cubes de ses ordonnées $VE$ ($z$) en raison réciproque de ses abscisses $CV$ ($\frac{2}{3} a - t$), & qui passe par un point $K$ de $AF$ prolongée, tel que $FK$ soit $= AF = a$.

7°. Cette équation $\frac{2}{3} a^4 = \overline{\frac{2}{3} a - t} \times z^3$ donnant

nant $z^3 = \frac{\frac{2}{3}a^4}{\frac{2}{3}a - t}$ (soit $x = \frac{2}{3}a - t$, & conséquemment aussi $dx = -dt$) $= \frac{2a^4}{3x}$, ou $z = \frac{a\sqrt[3]{2a}}{\sqrt[3]{3x}} = ax^{-\frac{1}{3}}\sqrt[3]{\frac{2}{3}a}$; l'on aura $\int z\,dt$ (*FVEK*) $= \int -ax^{-\frac{1}{3}}\,dx\sqrt[3]{\frac{2}{3}a} = -\frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}}a\sqrt[3]{\frac{2}{3}a} + q = -a\sqrt[3]{\frac{9}{4}axx} + q = -a\sqrt[3]{\frac{9}{4}a \times \overline{\frac{2}{3}a - t}^2} + q$. Mais le cas de $t$ (*AT*) $= o$, rendant $FVEK = o$, réduit cette integrale à $o = -a \times \sqrt[3]{a^3} + q = -aa + q$; ce qui donne $q = aa$. Donc cette intégrale complette $FVEK = aa - a\sqrt[3]{\frac{9}{4}a \times \overline{\frac{2}{3}a - t}^2}$. Donc aussi suivant le Corol. 6. de la Prop. génér. les vîtesses perdues pendant les temps *AT* ($t$), ou les résistances totales qui les ont détruites, doivent être par tout ici comme les aires hyperboliques $aa - a\sqrt[3]{\frac{9}{4}a \times \overline{\frac{2}{3}a - t}^2}$ (*FVEK*), ou comme les simples grandeurs $a - \sqrt[3]{\frac{9}{4}a \times \overline{\frac{2}{3}a - t}^2}$ correspondantes.

## REMARQUE.

Voilà autant d'éxemples propres à expliquer les mouvemens primitivement uniformes, qui se feroient dans des milieux dont les résistances seroient telles qu'on les y a supposées. De toutes ces hypothêses celles des deux premiers Problê-mes

mes paſſent pour les plus vrai-ſemblables, ſur tout la ſeconde: cependant comme (*Cor.* 4. *du Prob.* 1. & *Cor.* 2. *du Prob.* 2.) les vîteſſes ne s'y éteindroient jamais tout à fait; il n'y a pas d'apparence qu'aucune d'elles ſoit effectivement celle de la nature. Il eſt vrai que la ſeconde en approche plus que la premiére, en ce que les réſiſtances, qui conſiſtent dans la difficulté de déplacer les parties du fluide ou du milieu à traverſer, venant de la quantité de ces parties à déplacer à la fois, & de la vîteſſe qu'il leur faut donner alors, doivent effectivement être comme les quarrez des vîteſſes du corps mû; puiſque dans un même milieu, c'eſt à dire uniforme, ces quantitez de parties à déplacer à la fois, ſont comme ces mêmes vîteſſes. Mais il y a plus: il faut outre cela rompre en même temps la ténacité ou la glutinoſité qui retient en quelque façon ces parties comme attachées ou colées enſemble, laquelle glutinoſité, ſuppoſée par tout la même entre les parties du milieu uniforme dont il s'agit ici, doit faire une réſiſtance d'autant plus grande qu'il y a plus de ces parties à détacher à la fois, c'eſt-à-dire, une réſiſtance proportionnée au nombre de ces parties ou à la vîteſſe du corps mû. On y peut joindre auſſi la réſiſtance qui ſurviendroit de l'inégalité ou de l'âpreté uniforme du plan ou de la ſurface ſur laquelle ce corps ſeroit mû, laquelle réſiſtance étant comme l'eſpace qu'il parcourt à chaque inſtant, ſeroit auſſi vrai-ſemblablement comme la vîteſſe de ce corps en cet inſtant.

Ainſi la réſiſtance entiére inſtantanée d'un milieu ou fluide au mouvement d'un corps qui le traverſe, réſultante de la glutinoſité de ce flui-

fluide, ou de l'âpreté de la surface sur laquelle ce corps se meut, ou de tous les deux ensemble, & de plus de la difficulté de communiquer aux parties de ce fluide le mouvement qu'il leur faut pour ceder : cette résistance entiére, dis-je, est vrai-semblablement toûjours proportionnée à la somme faite de chaque vîtesse correspondante & de son quarré : de sorte qu'en prenant encore $u$ pour cette vîtesse restante, cette résistance entiére instantanée sera vrai-semblablement toûjours comme $u + \frac{uu}{a}$, ou comme $\frac{au + uu}{a}$; ce qui donnera (*Sol. Prop. génér.*) $z = \frac{au + uu}{a}$. Appliquons presentement la Proposition générale à cette hypothêse, & voyons ce qui en doit résulter par raport à nôtre sujet.

## PROBLÊME IV.

*Trouver la Courbe* ARC, *&c. dans l'hypothêse des résistances instantanées en raison des sommes faites des vîtesses & des quarrez de ces mêmes vîtesses restantes de primitivement uniformes.*

### SOLUTION.

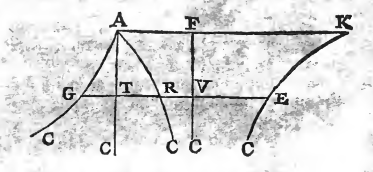
Suivant la Remarque précédente, cette hypothêse donnera $z = \frac{au + uu}{a}$; ce qui changera l'équation $\frac{-du}{z} = \frac{dt}{a}$ du Corol. 7. de la Pro-

po-

position générale, en $\frac{-du}{au+uu} = \frac{dt}{aa}$.

Soit $u = \frac{aa}{2x-a}$: l'on aura $du = \frac{-2aadx}{\overline{2x-a}^{\,2}}$, & $au+uu = \frac{a^3}{2x-a} + \frac{a^4}{\overline{2x-a}^{\,2}} = \frac{2a^3x - a^4 + a^4}{\overline{2x-a}^{\,2}}$ $= \frac{2a^3x}{\overline{2x-a}^{\,2}}$. Donc $\frac{-du}{au+uu}\left(\frac{dt}{aa}\right) = \frac{2aadx}{2a^3x} =$ $\frac{dt}{ax}$, ou $\frac{dt}{a} = \frac{dx}{a}$, qui est une équation logarithmique en laquelle on voit que la précédente valeur de $u$, transforme l'équation $\frac{dt}{aa} = \frac{-du}{au+uu}$ de la Courbe $ARC$.

Pour construire presentement cette Courbe $ARC$ par le moyen de cette équation logarith-




mique $\frac{dt}{a} = \frac{dx}{x}$, soit par le point $A$ sur l'asymptote $FC$, une logarithmique $AGC$ qui s'en écarte du côté de $C$, & dont la soûtangente soit $= AF(a)$. Cette logarithmique ayant $FV = t$ pour ses

ses abscisses, elle aura aussi $VG = x$ pour ses ordonnées, & $GT = x - a$ pour ce qui en sera retranché par $AC$ parallele à $FC$; & par conséquent aussi $VG + GT = 2x - a$. Mais la précédente valeur de $u = \frac{aa}{2x - a}$, donne $2x - a$ $(VG + GT)$. $a(AF) :: a(AF)$. $u(VR) = \frac{AF \times AF}{VG + GT}$. Donc en prenant par tout $VR = \frac{AF \times AF}{VG + GT}$, c'est à dire, $VR$ troisiéme proportionelle aux grandeurs correspondantes $VG + GT$, $AF$, ou telle que $AF$ soit toûjours moyenne proportionelle entr'elle & $VG + GT$; la Courbe $ARC$ qui passera par les points $R$ ainsi trouvez, sera la Courbe cherchée dont l'équation est $\frac{dz}{aa} = \frac{-du}{au + uu}$.

## COROLLAIRE I.

Il suit de cette valeur de $VR = \frac{AF \times AF}{VG + GT}$, que $GV$ en $AF$, lui devenant égale, & $GT$ nulle ou zero, l'on aura aussi pour lors $VR = FA$ ainsi qu'on l'a supposé.

## COROLLAIRE II.

Cette même valeur de $VR = \frac{AF \times AF}{VG + GT}$ fait aussi voir que depuis $AF$ vers $C$, elle diminuera à l'infini à mesure que $VG$ croîtra, sans pouvoir devenir nulle ou zero que lorsque $VG$, & par conséquent aussi $FV$, sera infinie: c'est à di-

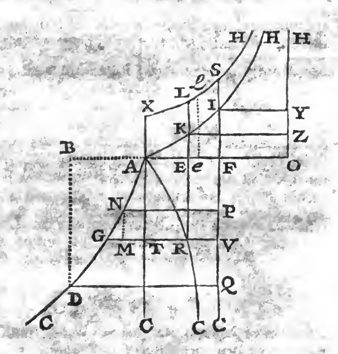
dire que cela ne lui doit arriver qu'à une distance infinie de *AF* du côté de *C*. D'où l'on voit que l'axe *FC* de la Courbe *ARC* en sera aussi une asymptote.

## COROLLAIRE III.

On voit pareillement delà qu'il faudroit ici un temps infini *AT* ou *FV* (*t*) pour l'entiére extinction des vîtesses *RV* (*u*).

## COROLLAIRE IV.

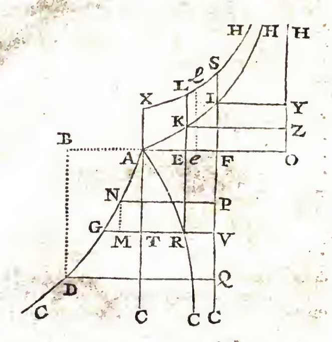
Quant aux espaces parcourus pendant les




temps *AT* (*t*), le Corol. 3. de la Prop. génér. fait voir qu'ils doivent être ici entr'eux comme les

les aires $ARVF$ correſpondantes. Mais l'équation $\frac{dt}{aa} = \frac{-du}{au + uu}$ de la Courbe $ARC$, donnant $\int u\,dt\ (ARVF) = aa \times \int \frac{-du}{a+u} = -aa \times \overline{la+u} + q$, en prenant $a$ pour l'unité ; & le cas de $RV\,(u)$ en $AF\,(a)$, qui réduit cette intégrale à $o = -aa \times l2a + q$, donnant $q = aa \times l2a$ ; l'on aura $ARVF = aa \times l2a - aa \times \overline{la+u}$ pour cette intégrale complette. Donc les eſpaces parcourus pendant les temps $AT\,(t)$, ſeront ici comme les grandeurs correſpondantes $aa \times l2a - aa \times \overline{la+u}$, ou (à cauſe de $a$ conſtante) comme les différences $l2a - \overline{la+u}$ correſpondantes des logarithmes de $2a$ & de $a+u$. Mais ſi l'on prend $AB = AF\,(a)$ ſur $FA$ prolongée vers $B$, $TM = RV$, & que des points $D$, $N$, ou $BD$, $MN$, paralleles à $FC$, rencontrent la logarithmique $AGC$, on lui faſſe les ordonnées $DQ$, $NP$ ; l'on aura $DQ = 2a$, $NP = a+u$, & $FQ$, $FP$, pour leurs logarithmes ; & par conſéquent $PQ$ pour la différence $l2a - \overline{la+u}$ de ces logarithmes. Donc les eſpaces parcourus pendant les temps $AT\,(t)$, ſeront ici comme les $PQ$ ou les $aa \times PQ$ correſpondantes.

Il eſt à remarquer que ſi au lieu de ſuppoſer $AF\,(a) = 1$, l'on eût pris $DQ\,(2a) = 1$, l'on auroit eu de même $QP$ pour la meſure de l'eſpace parcouru pendant le temps $AT$ ou $FV\,(t)$ ; puiſque cette hypothêſe rendant $l2a = o$, & donnant $QP$ pour le logarithme négatif de




$PN = VM$ (*Conſtr.*) $= VT + VR = a + u$, c'eſt à dire $QP = -\overline{la+u}$, elle donneroit auſſi $QP = l2a - \overline{la+u}$; & par conſéquent encore les $PQ$ en raiſon des eſpaces parcourus pendant les temps $AT$ ou $FV$ correſpondans.

## COROLLAIRE V.

Il ſuit delà, 1°. Que lorſque $FV$ ſera moindre que $GT$, le point $P$ ſera entre $F$ & $V$.

2°. Que lorſque $RV$ ſera plus grande que $GT$, ce point $P$ ſera entre $V$ & $Q$.

3°. Que lorſque $RV = GT$, ce point $P$ ſera en $V$.

4°. Que

4. Que lorſque $RV$ eſt en $AF$ au commencement du mouvement, le point $P$ tombe eu $Q$; ce qui rend alors $PQ$ nulle, comme l'eſt en effet alors l'eſpace qu'elle exprime.

5°. Lorſque $RV=o$ après un temps infini $FV$, aura auſſi rendu ſon égale $MT=o$; alors $MN$ en $TA$, rendant $NP$ en $AF$, & par conſéquent $QP=QF$, l'on aura $QF$ pour tout l'eſpace parcouru pendant ce temps infini; ce qui fait voir que cet eſpace ne peut jamais devenir infini.

6°. Il ſuit auſſi delà que ſi le mobile partoit de $Q$ vers $F$ ſuivant $QF$, avec la vîteſſe primitivement uniforme $AF$ que les réſiſtances ſuppoſées éteigniſſent tout à fait en $F$; il lui faudroit un temps infini pour arriver de $Q$ en $F$.

## COROLLAIRE VI.

Le raport des eſpaces parcourus pendant les temps $AT$ ($t$), trouvé dans le précédent Corol. 4. ſe trouvera encore par le moyen d'une logarithmique quelconque $AIH$, la même ou différente de celle de ce Corollaire, tellement placée qu'ayant pris $FO=AF$ ($a$) ſur $AF$ prolongée du côté de $F$, & fait $OH$ parallele à $AC$ ou à $FC$, cette $OH$ en ſoit l'aſymptote dont elle s'approche du côté de $H$, & ſon ordonnée $AO$ ($2a$) $=1$. Car ſi l'on prolonge $CF$ juſqu'à cette logarithmique en $I$, laquelle ſoit auſſi rencontrée en $K$ par $RK$ parallele à $CI$, & qui rencontre $AO$ en $E$: que des points $I$, $K$, on faſſe les ordonnées $IY$, $KZ$, paralleles à $AO$; l'on aura $OZ$ pour le logarithme négatif de

 KZ

$KZ = EO = a + u$, & zero pour le logarithme de $AO = 2a$. Donc $OZ = l2a - l\overline{a+u}$. Mais on vient de trouver (*Corol.* 4.) que les espaces parcourus pendant les temps $AT$ ou $FV$, sont entr'eux comme ces grandeurs ou différences $l2a - l\overline{a+u}$ de logarithmes correspondans. Donc ces espaces parcourus pendant les temps $AT$ ou $FV$, sont entr'eux comme les $OZ$ correspondantes, & à l'espace total parcouru pendant le temps infini $AC$, comme ces $OZ$ à $OY$. Ce qui fait voir que cet espace total, quoique parcouru pendant un temps infini ne sauroit être que fini, ainsi qu'on le vient aussi de voir dans le nomb. 5. du Cor. 5. De sorte que si le mobile partoit de $O$ vers $H$ suivant $OH$ avec la vîtesse primitivement uniforme $AF$ que les résistances supposées éteignissent tout à fait en $Y$; il lui faudroit un temps infini pour aller de $O$ en $Y$.

## COROLLAIRE VII.

Il suit delà & du Corol. 4. que les $OZ$ sont toûjours ici entr'eux comme les $QP$ correspondans de ce Corollaire 4. & aussi (*Cor.* 3. *Prop. génér.*) comme les aires $ARVF$ correspondantes : c'est à dire par tout chaque $OZ.QP$ (correspondant) :: $OY.QF$. Et (*Cor.* 3. *Prop. génér.*) comme chaque aire $ARVF$ (correspondante) à la totale $CRAFC$. Ce qui fait voir encore que cette aire totale ne peut jamais être que finie, non plus que l'espace total qu'elle exprime suivant le Corol. 3. de la Prop. génér. quoique cette aire s'étende à l'infini du côté de $C$.

C o-

## COROLLAIRE VIII.

Ce raport des espaces parcourus pendant les temps $AT$ $(t)$, trouvé dans les précédens Corol. 4. & 6. se trouvera encore par le moyen de l'hyperbole équilatere $HSX$ entre les asymptotes orthogonales $AO$, $OH$, laquelle hyperbole rencontrée en $S$ par $CF$ prolongée de ce côté-là, ait $SF = FO$. Car si l'on prolonge $CA$ jusqu'à elle en $X$, & qu'on fasse $RL$ parallele à $CS$, & qui rencontre cette hyperbole en $L$; l'on aura les espaces parcourus pendant les temps $AT$ ou $FV$, comme les aires hyperboliques $AELX$ correspondantes; les espaces à parcourir pendant les restes infinis $TC$ ou $VC$ de temps à écouler jusqu'à l'entiere extinction des vîtesses $RV$ ou $EF$ $(u)$, comme les aires restantes $EFSL$ de l'aire totale $AFSX$; & cette aire totale, comme l'espace à parcourir pendant le temps total infini $AF$ ou $FC$.

Pour le voir il faut considerer que la construction précédente donnera $OE = a + u$; & que si l'on fait $el$ parallele à $EL$, & infiniment proche d'elle, l'on aura aussi $Ee = -du$, & $EL = \frac{FS \times FO}{EO} = \frac{aa}{a+u}$. Donc l'aire hyperbolique élémentaire $EelL = \frac{-aadu}{a+u}$ (*Cor.* 4.) $= udt$. Donc aussi (en integrant) l'aire $EFSL = \int udt = CRVC$, & $AELX = ARVF$. Mais (*Cor.* 3. *prop. génér.*) les espaces parcourus pendant les temps écoulez $AT$ ou $FV$ $(t)$, sont comme les aires $ARVF$; & les espaces à parcourir pendant les restes infinis $TC$ ou $VC$ de temps à écouler jusqu'à l'entiére extinction des vîtesses $RV$ ou $EF$, sont comme

 les

les aires *CRVC* qui (*Corol.* 2.) s'étendent à l'infini du côté de *C*, quoique (*nomb.* 5. *Corol.* 5. & *Corol.* 6.) elles soient toutes finies. Donc les espaces parcourus pendant les temps écoulez *AT* ou *FV*, sont ici entr'eux comme les aires hyperboliques *AELX* correspondantes ; & les espaces à parcourir pendant les restes infinis *TC* ou *VC* de temps à écouler jusqu'à l'entiére extinction des vîtesses, comme les aires restantes *EFSL* de l'aire totale *AFSX*, laquelle est par conséquent comme l'espace total à parcourir pendant le temps total infini *AC* ou *FC*. Ce qui fait voir que cet espace total n'est encore que fini, ainsi qu'on l'a déja vû dans le nomb. 5. du Corol. 5. & dans le Corol. 6.

## COROLLAIRE IX.

Il suit delà & des Corol. 4. 6. & 7. que les aires hyperboliques *AELX* sont entr'elles comme les parties correspondantes *PQ*, *OZ*, des axes *FC*, *OH*; les restes *EFSL* de l'aire totale *AFSX*, comme les restes correspondans *PF*, *ZY*, des parties totales *FQ*, *OY*, de ces mêmes axes. D'où l'on voit comment l'aire hyperbolique *AFSX* peut être divisée en raison donnée quelconque par la seule division de la partie *QF* de l'axe *FC*, ou de la partie *OY* de l'axe *OH*, en cette raison.

*Il est à remarquer qu'il n'est pas necessaire que l'hyperbole équilatere* HSX *ait* FS = FO, *& que ce qu'on en vient de démontrer dans les deux derniers Corol.* 8. *&* 9. *sera toûjours vrai, quel que soit le raport de* FS *à* FO ; *puisque les aires* AELX, EFSL, AFSX, *qui en résulteront, seront toûjours à celles-ci* :: SF FO *qui est une raison constante ; & par conséquent aussi toûjours entr'elles comme celles-ci.*

C o-

## COROLLAIRE X.

Les espaces parcourus pendant les temps $AT$ $(t)$, se trouveront encore autrement que dans les précédens Corol. 4. 6. & 8. si l'on considere que la division de $\frac{-aadu}{a+u}$ $(udt)$ continuée à l'infini, donnant $\frac{-aadu}{a+u} = -adu + udu = \frac{uudu}{a} + \frac{u^3du}{aa} - \frac{u^4du}{a^3} + \frac{u^5du}{a^4} - \frac{u^6du}{a^5} +$ &c. donne aussi (en intégrant) $\int\frac{-aadu}{a+u}$ ou $\int udt$ $(ARVF) = -au + \frac{1}{2}uu - \frac{u^3}{3a} + \frac{u^4}{4aa} - \frac{u^5}{5a^3} + \frac{u^6}{6a^4} -$ &c $+ q$, que le cas de $RV$ $(u)$ en $AF$ $(a)$, réduit à $o = -aa + \frac{1}{2}aa - \frac{1}{3}aa + \frac{1}{4}aa - \frac{1}{5}aa + \frac{1}{6}aa -$ &c $+ q$; d'ou résulte $q = aa - \frac{1}{2}aa + \frac{1}{3}aa - \frac{1}{4}aa + \frac{1}{5}aa - \frac{1}{6}aa +$ &c. Et par consequent aussi $ARVF = aa - \frac{1}{2}aa + \frac{1}{3}aa - \frac{1}{4}aa + \frac{1}{5}aa - \frac{1}{6}aa +$ &c $- au + \frac{1}{2}uu - \frac{u^3}{3a} + \frac{u^4}{4aa} - \frac{u^5}{5a^3} + \frac{u^6}{6a^4} -$ &c. Donc (*Cor.* 3. *génér.*) les espaces parcourus pendant les temps $AT$ $(t)$, seront encore ici entr'eux comme ces différences dont la suite constante $aa - \frac{1}{2}aa + \frac{1}{3}aa - \frac{1}{4}aa + \frac{1}{5}aa - \frac{1}{6}aa +$ &c. surpasse chacune des variables correspondantes $au - \frac{1}{2}uu + \frac{u^3}{3a} - \frac{u^4}{4aa} + \frac{u^5}{5a^3} - \frac{u^6}{6a^4} +$ &c.



C o-

## COROLLAIRE XI.

Puisque (*Cor.* 4.) les espaces parcourus pendant les temps *AT* ou *FV* ($t$), sont ici comme les grandeurs $aa \times \int \frac{-du}{a+u}$ ou $\int \frac{-du}{a+u}$ correspondantes, & leurs différences instantanées comme les fractions $\frac{-du}{a+u}$ pareillement correspondantes; il est manifeste que si l'on prend ces espaces en progression arithmetique, c'est à dire, leurs différences par tout égales entr'elles, les fractions $\frac{-du}{a+u}$ seront aussi par tout égales entr'elles, c'est à dire, les grandeurs $a+u$ par tout proportionelles à leurs differences $-du$; & par conséquent ces mêmes grandeurs $a+u$ seront alors en progression geometrique. Donc tant que les espaces parcourus seront en progression arithmétique, les vîtesses $u$ (*RV*) restantes à la fin de ces espaces, augmentées chacune de la primitive constante $a$ (*AF* ou *TV*), c'est-à-dire leurs sommes correspondantes *TV*+*RV*, seront ici en progression geométrique) & réciproquement. Ce qui est la Prop. 12. Sect. 3. Liv. 2. des Princip. Mathem. de M. *Newton*.

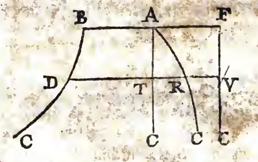
L'hyperbole *HSX* du Cor. 8. donnera encore la même chose. Car puisque suivant ce Corollaire les espaces parcourus pendant les temps *AT* ou *FV* ($t$), sont entr'eux comme les aires hyperboliques *AELX* correspondantes; & que suivant le P. *Gregoire* * *de S. Vincent*, si ces aires sont en progression arithmétique, à commencer à leur origine *AX*, c'est-à-dire, si leurs dif-

* *De Hyper. part.* 4. *prop.* 109. *p.* 586.

différences $EeIL$ sont par tout égales entr'elles ; les abscisses $OE$ $(a+u)$ correspondantes seront en progression géométrique ; il suit encore manifestement delà que tant que les espaces parcourus pendant les temps $AT$ ou $FV$, seront en progression arithmétique, les sommes $a+u$ $(OE)$ faites des vîtesses correspondantes $(u)$ & de la primitive $(a)$, seront en progression geométrique.

## Autre Solution.

Soit presentement $\frac{aa}{y}=u$. l'on aura $\frac{aady}{yy}=-du$, $a+u=a+\frac{aa}{y}=\frac{ay+aa}{y}$, & $au+uu=\frac{a^3y+a^4}{yy}$ Donc $\frac{-du}{au+uu}=\frac{aady}{a^3y+a^4}=\frac{dy}{ay+aa}$. Mais la Solution 1. donne $\frac{dt}{aa}=\frac{-du}{au+uu}$. Donc on aura ici $\frac{dt}{aa}=\frac{dy}{ay+aa}$ ou $\frac{dt}{a}=\frac{dy}{y+a}$, qui est une équation à une logarithmique $BDC$, qui au-

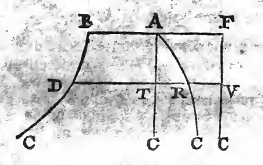



roit $FC$ pour asymptote dont elle s'éloigneroit du côté de $C$, sa soûtangente $=AF(a)$&son or-

 don-

donnée $BF = 2AF$ $(2a)$ ; car si l'on prend ici $DT$ pour $y$, sur $VT$ prolongée jusqu'à cette logarithmique en $D$, l'on aura $DV$ $(DT + TV) = y + a$ pour une autre quelconque de ses ordonnées, & son équation sera la même que la précédente $\frac{dt}{a} = \frac{dy}{y+a}$ en prenant toûjours $AT$ ou $FV = t$, qui sera le logarithme de $DV$ en supposant ici $BF$ $(2a) = 1$, c'est-à-dire $a = \frac{1}{2}$.

Cela étant, puisque (*hyp.*) $u = \frac{aa}{y}$, il n'y a plus qu'à prendre par tout $VR$ $(u) = \frac{AF \times AF}{DT} = \frac{TV \times TV}{DT} \left(\frac{aa}{y}\right)$ sur les ordonnées correspondantes $DV$ de la logarithmique $BDC$, c'est-à-dire, $VR$ par tout troisiéme proportionelle aux parties $DT$, $TV$, de chaque correspondante de




ces ordonnées ; & la ligne $ARC$ qui passera par tous les points $R$ ainsi trouvez, sera la Courbe cherchée des vîtesses restantes $(u)$ exprimées par les ordonnées exterieures $RV$ de cette Courbe,

la-

laquelle aura (ainsi que dans la Solution 1.) $\frac{dt}{aa} = \frac{-du}{au + uu}$ pour son équation, qui se conclurra sans peine de la logarithmique $\frac{dt}{a} = \frac{dy}{y+a}$, & de la supposition faite ici de $\frac{aa}{y} = u$.

## COROLLAIRE XII.

De ce que cette Solut. 2. donne $RV = \frac{AF \times AF}{DT}$ (*hyp.*) $= \frac{AB \times AB}{DT}$, il est manifeste que *DV* en *BF*, rendant $DT = BA$ (*hyp.*) $= AF$, l'on aura aussi pour lors $RV = AF$, ainsi qu'on l'a supposé au commencement du temps *AT* ou du mouvement en question, & que la Solution 1. l'a pareillement donné dans le Corol. 1.

## COROLLAIRE XIII.

Cette même valeur de $RV = \frac{AF \times AF}{DT}$, fait aussi voir que depuis *AF* vers *C*, elle diminuera à l'infini à mesure que *DT* croîtra, sans pouvoir devenir nulle ou zero que lorsque *DT*, & par conséquent aussi *FV* sera infinie. D'où l'on voit que l'axe *FC* de la Courbe *ARC* en sera aussi une asymptote, & qu'il faudroit ici un temps infini *AF* ou *FV* ($t$) pour l'entiére extinction des vîtesses *RV* ($u$), ainsi qu'on l'a déja vû dans les Corol. 2. & 3.

## COROLLAIRE XIV.

De ce que la logarithmique *BDC* rend ses ordonnées *DV* ($y + a$) en progression geomé-

 tri-

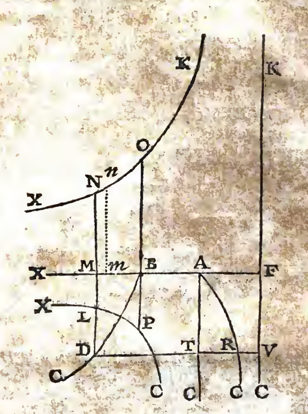
trique tant que les temps *AT* ($t$), ou les abſciſſes *FV* de ſon aſymptote ſont en progreſſion arithmétique; & de ce que la ſuppoſition (*Solut.* 2.) de $\frac{aa}{y} = u$ rend les $y$ (*DT*) réciproques aux vîteſſes $u$ (*RV*) correſpondantes; il ſuit manifeſtement que ces grandeurs réciproques $y$ (*DT*) augmentées chacune de la conſtante $a$ (*AF* ou *TV*), c'eſt-à-dire, leurs ſommes $y + a$ ſont toûjours en progreſſion geométrique tant que les temps *AT* ou *FV* ($t$) ſont en progreſſion arithmétique; ainſi que M. *Newton* l'a démontré dans la Prop. 11. Sect. 3. Liv. 2. de ſes Princ. Math. par le moyen de l'hyperbole, dont voici auſſi l'uſage tiré de ceci.

COROLLAIRE XV.

* Après avoir prolongé *AB* vers *X*, ſoit entre les aſymptotes *AC*, *AX*, une hyperbole quelconque *CPX*, rencontrée en *L* par *DM* parallele à ſon aſymptote *AC*, & qui rencontre en *M* ſon autre aſymptote *AX*; il eſt manifeſte que l'on aura par tout *MA* = *DT*. Ainſi les *DT* étant (*Solut.* 2.) en raiſon réciproque des vîteſſes reſtantes *RV* ($u$), les abſciſſes aſymptotiques *AM* ſeront auſſi en raiſon réciproque de ces vîteſſes, de même qu'elles le ſont (par la nature de l'hyperbole) de leurs coordonnées *LM*. D'où il ſuit que ces ordonnées *LM* ſeront au contraire en raiſon directe de ces mêmes vîteſſes *RV* ($u$). De ſorte que ces vîteſſes pourront également être exprimées par les *RV*, *LM*, $\frac{1}{AM}$, $\frac{1}{DT}$, correſpondantes. Et ſi l'on ſuppoſe l'hyperbole *CPX* telle qu'elle ait ſon ordonnée

PB

* *Voyez la figure de la page ſuivante.*




$BP = AB = AF = a$, non ſeulement ſes ordonnées $LM$ ſeront en raiſon directe des vîteſſes correſpondantes $RV$ ($u$), mais encore chaque $LM = RV$ correſpondante ; puiſqu'en ce cas cette hyperbole donneroit $LM = \frac{BP \times AB}{AM}$ (*hyp.*) $= \frac{AF \times AF}{DT}$ (*Solut.* 2.) $= RV$.

COROLLAIRE XVI.

Si après avoir prolongé $CF$ vers $K$, on fait encore une autre hyperbole équilatere $KOX$ entre les aſymptotes $FK$, $FX$, laquelle ſoit ren-con-

contrée en $O$, $N$, par $PB$, $DM$, prolongées vers elle, & qui ait son ordonnée $BO = BF\ (2a) = 1$; cette hyperbole ayant $AF = a$, & $AM = DT = y$, l'on aura par tout ses coordonnées $FM = a + y$, $MN = \frac{BO \times BF}{FM} = \frac{1}{a+y}$; & si l'on fait $mn$ parallele à $MN$, & infiniment près d'elle, ayant pour lors $Mm = .dy$, l'on aura pareillement $MmnN = \frac{dy}{a+y}$, & (en intégrant)

$MBON = \overline{la+y} = lDV$ (*Solution* 2.) $= FV$ $(t)$. Donc les temps $FV\ (t)$ seront ici comme les aires hyperboliques $MBON$ correspondantes, dont l'origine est en $BO$.

Il est à remarquer que la supposition qu'on vient de faire de $BO = BF$ n'est pas absolument necessaire, & que ce qu'elle vient de donner seroit encore vrai quel que fût le raport de $BO$ à $BF$; puisque les ordonnées $MN$, $mn$, &c. ne changeroient pas pour cela de raison entr'elles, & que les aires hyperboliques $MBON$ qui en résulteroient, seroient par tout à celles-ci dans la raison constante de la nouvelle $BO$ à $BF$, & par conséquent entr'elles comme celles-ci qu'on vient de trouver être comme les temps $AT$ ou $FV\ (t)$ correspondans. Donc ces nouvelles aires hyperboliques $MBON$ seroient aussi entr'elles comme ces mêmes temps, quel que fût le raport de $BO$ à $BF$.

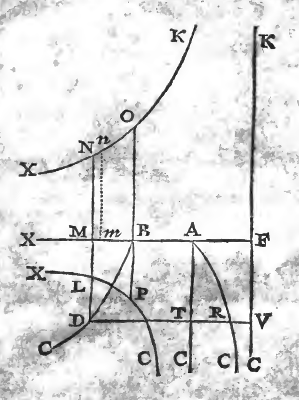
Cela se peut encore trouver immédiatement si l'on considére que tant que les abscisses $FM$ $(VD)$ sont en progression géometrique, toutes les petites aires hyperboliques $MmnN$ élementaires de l'espace fini $MBON$, sont égales entr'el-

tr'elles, de même que tous les élemens *dt* du temps *t* (*FV*) correſpondant, quel que ſoit le raport de *BO* à *BF*. Car le nombre de ces élémens étant égal de part & d'autre, la ſomme *MBON* des premiers doit être par tout en raiſon conſtante à la ſomme *FV* des derniers; & par conſéquent toutes les aires hyperboliques *MBON* doivent être entr'elles comme les *FV* correſpondantes, c'eſt-à-dire (*hyp.*) comme les temps correſpondans, quelle que ſoit l'hyperbole équilatere *KOX*, ou le raport de ſes coordonnées *BO*, *BF*, entr'elles.

## COROLLAIRE XVII.

Delà ſuit encore ce qui a déja été conclu de la logarithmique *BDC* dans le Corol. 14. ſavoir que lorſque les temps *AI* ou *FV* ſont en progreſſion arithmétique) les grandeurs *y* réciproques (*Solut.* 2.) aux vîteſſes reſtantes *u* à la fin de ces temps, augmentées chacune de la grandeur conſtante *a*, c'eſt-à-dire les ſommes $a+y$, ſont en progreſſion geométrique. Car puiſque (*Corol.* 16.) les aires *MBON* ſont entr'elles comme les temps *AT* ou *FV* (*t*) correſpondans, il eſt manifeſte que lorſque ces temps ſeront en progreſſion arithmétique, ces aires hyperboliques y ſeront auſſi. Or on ſait qu'en ce cas les *FM* ($a+y$) ſeroient en progreſſion geometrique. Donc lorſque les temps *t* ſont en progreſſion arithmetique, les grandeurs correſpondantes $a+y$ doivent être ici en progreſſion geométrique, ainſi qu'on l'a déja vû dans le Corollaire 14.

*On a vû dans les Corol.* 15. & 16. *que quelles que ſoient les deux hyperboles* CPX, KOX, *elles ſerviront également chacune à ce qu'on démontre*




*tre dans chacun de ces deux Corollaires: savoir la première* (Cor. 15.) *à mesurer les vîtesses restantes; & la seconde non-seulement à mesurer* (Cor. 16.) *les temps à la fin desquels ces vîtesses se trouvent, mais encore à démontrer* (Cor. 17.) *ce que la logarithmique* BDC *avoit déja donné dans le Corol.* 14. *Voici presentement comment ces deux hyperboles serviront ensemble à mesurer encore les espaces parcourus de ces vîtesses pendant ces temps.*

C o-

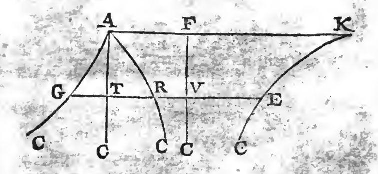
## COROLLAIRE XVIII.

Puiſque (*Solut.* 2.) $-du = \frac{aady}{yy}$, & $a+u = \frac{aa+ay}{y}$ l'on aura ici $\frac{-aadu}{a+u} = \frac{a^3dy}{ay+yy}$. Mais les Corol. 15. & 16. donnent $ML = \frac{AB \times BP}{AM} = \frac{a}{y} \times BP$, $MN = \frac{FB \times BO}{FM} = \frac{2a}{a+y} \times BO$, $Mm = dy$; & par conſéquent $MN \times ML \times Mm = \frac{2aady}{ay+yy} \times BO \times BP$, ou $\frac{a}{2} \times \frac{MN \times ML \times Mm}{BO \times BP} = \frac{a^3dy}{ay+yy}$. Donc $\frac{a}{2} \times \frac{MN \times ML \times MN}{BO \times BP} = \frac{-aadu}{a+u}$ (*Solut.* 1.) $= udt$, & par conſéquent (à cauſe de $\frac{a}{2}BO$, $BP$, conſtantes) les ſommes $\int \overline{MN \times ML \times Mm}$ ſeront par tout ici en raiſon des correſpondantes $\int udt$, c'eſt-à-dire (*Lem.* 2.) en raiſon des eſpaces parcourus pendant les tems $FV$ ou (*Corol.* 16.) $MBON$. Mais ſi l'on imagine le plan $KFXXOK$ de l'hyperbole $KOX$, élevé perpendiculairement en $FX$ ſur le plan $CFXXPC$ de l'autre hyperbole $CPX$, & un ſolide formé de tous les rectangles faits de chaque $MN$ par ſa correſpondante $ML$, de la maniére que le P. *Gregoire de S. Vincent* appelle *Ductus plani in planum*; il eſt manifeſte par la génération de ce ſolide que les infiniment petits $MN \times ML \times Mm$ en feront les élémens, & qu'ainſi leur ſomme $\int \overline{MN \times ML \times Mm}$ en ſera la valeur. Donc de tels ſolides compris entre le rectangle $PB \times BO$, & chacun des autres $ML \times MN$ depuis $B$ vers $X$, ſeront par tout ici

ici entr'eux comme les espaces parcourus pendant les temps correspondans *AT* ou *FV* exprimez aussi (*Cor.* 16.) par les faces correspondantes *MBON* de ces solides, desquels le plus grand d'entre les possibles, ne peut jamais (*nomb.* 5. *Cor.* 5. & *Corol.* 6 & 8.) être que fini, quoiqu'il s'étende à l'infini depuis *B* vers *X*, & qu'il ait toutes ses quatre faces collaterales infinies.

## SCHOLIE.

1°. Toutes choses étant ici les mêmes que dans la Solut. 1. Il est à remarquer que puisque




(*hyp.*) $\frac{au+uu}{a}=z$, ou $au+uu=az$, l'on aura $a\ (AF)\ u\ (RV)::a+u\ (AF+RV).\ z$ $(VE)=\frac{AF+RV}{AF}\times RV$. D'ou l'on voit que si l'on prend par tout *VE* de cette valeur sur *GV* prolongée vers **E**, la Courbe ***KEC***, qui passera par tous les points *E* ainsi trouvez, sera celle dont les ordonnées *VE* (*z*) doivent être ici comme les résistances instantanées (*dr*) qu'on y suppose.

2°. Il

2°. Il suit encore de cette construction que $RV$ en $AF$, rendant $VE$ en $FK$, & $\frac{AF+RV}{AF} \times RV = 2AF$, doit aussi rendre $FK = 2AF = 2a$.

3°. De plus $VE\left(\frac{AF+RV}{AF} \times RV\right)$ diminuant avec $RV$, & ne devenant zero qu'avec elle, c'est-à dire (*Corol.* 2.) seulement à une distance infinie de $AK$, l'asymptote $FC$ des Courbes $ARC$, $AGC$, en doit aussi être une de $KEC$.

4°. Il est encore à remarquer que puisque (*hyp.*) $au+uu=az$, l'on aura $uu+au+\frac{1}{4}aa=az+\frac{1}{4}aa$, & $u=-\frac{1}{2}a+\sqrt{az+\frac{1}{4}aa}$; ce qui donnant $du=\frac{adz}{2\sqrt{az+\frac{1}{4}aa}}=\frac{adz}{\sqrt{4az+aa}}$, donne aussi $\frac{-dz}{z\sqrt{4az+aa}}=\frac{-du}{au+uu}$ (*Solut.* 1.) $=\frac{dt}{aa}$, ou $dt=\frac{-aadz}{z\sqrt{4az+aa}}$ pour l'équation de la Courbe $KEC$, laquelle équation se change en $dt=\frac{ads}{\sqrt{4as+ss}}$ en prenant $\frac{aa}{s}=z$, & dont par conséquent l'intégrale dépend de la quadrature de l'hyperbole ou de la construction de la logarithmique.

5°. Si l'on considere que la précédente équation $dt=\frac{-aadz}{z\sqrt{4a+aa}}$ de la Courbe $KEC$, donne $zdt=\frac{-aadz}{\sqrt{4az+aa}}=\frac{a}{2}\times\frac{-2adz}{\sqrt{4az+aa}}$, dont l'in-

l'intégrale est $\int z\,dt$ (*FVEK*) $= -\frac{a\sqrt{4az+aa}}{2}$ $+q$; & que (*nomb.* 2.) *VE* (z) en *FK* (2a), réduit cette intégrale à $o = -\frac{a\sqrt{8aa+aa}}{2} + q$ $= -\frac{3aa}{2} + q$, qui donne $q = \frac{3aa}{2}$; cette intégrale complette ou l'aire *FVEK* se trouvera être $= \frac{3aa - a\sqrt{4az+aa}}{2}$.

6° Pour ce qui est de l'équation de la Courbe *ARC* par rapport à l'axe *AC*, il faut considérer aussi que puisque *TR* $(r) = TV - RV$ $(a - u)$, l'on aura $u = a - r$, & $du = -dr$; & ces valeurs de $u$, $du$, substituées dans l'équation $\frac{-du}{au+uu} = \frac{dt}{aa}$ trouvée ci-dessus (*Solut.* 1.) pour celle de cette Courbe *ARC* par rapport à l'axe *FC*, donneront $\frac{dr}{2aa+rr-3ar} = \frac{dt}{aa}$ pour l'autre équation de cette même Courbe par rapport à son autre axe *AC*: la premiére de ces deux équations lui conviendra en qualité de Courbe des vîtesses restantes; & la seconde, en qualité de Courbe des résistances totales.

*Les Corol.* 3. & 13. *font voir que l'inconvenient des vîtesses qui ne s'éteindroient jamais dans les deux premiers Problèmes, se trouve pareillement dans celui-ci; ce qui pourroit faire aussi douter de la validité de l'hypothèse qu'on y vient de faire, quoique beaucoup plus vrai-semblable que celles de ces deux Problèmes-là, ainsi qu'on l'a observé dans la Remarque qui précede celui-ci. Voici donc encore quelques autres Problèmes, dans plusieurs des-*

*desquels les vîtesses s'éteindroient effectivement; outre que s'ils ne contiennent pas la veritable hypothêse des résistances, non-plus que les Corollaires du Probl. 3. où l'on a déja vû les vîtesses s'éteindre aussi, ils serviront du moins à faire voir l'usage qu'on doit faire de cette hypothêse quand on l'aura trouvée.*

## PROBLÊME V.

*Trouver la Courbe* ARC, *&c. dans l'hypothêse des résistances instantanées en raison des puissances quelconques des résistances totales, ou des vîtesses perduës & retranchées de primitivement uniformes.*

### SOLUTION.

Soit $n$ l'exposant de ces puissances. La presente hypothêse donnera $\frac{\overline{TR}^{n}}{\overline{AF}^{n-1}} \left(\frac{r^n}{a^{n-1}}\right) = VE$ ($z$); & cette valeur de $z$ substituée dans l'équation $\frac{dr}{z} = \frac{dt}{a}$ de la Solution de la Prop. génér. & de son Corol. 7. la changera ici en $\frac{dr}{r^n} = \frac{dt}{a^n}$, ou en $\frac{dt}{a^n} = r^{-n}dr$, dont l'intégrale complette est $\frac{t}{a^n} = \frac{r^{1-n}}{1-n}$, le cas de $t$ ($AT$) $= o$, rendant

* *Voyez la Figure de la page suivante.*

dant pareillement ici $r\ (TR) = o$. Ainsi $\frac{t}{a^n} = \frac{r^{1-n}}{1-n}$ sera l'équation de la Courbe cherchée $ARC$ par raport à l'axe $AC$, laquelle donnera tout le reste.

COROLLAIRE I.

Si $n > 1$, cette hypothêse rendant $1 - n$ négative, tous les temps $(t)$ ou les résistances totales $(r)$ le seroient aussi; ce qui est impossible, ou contre l'hypothêse; outre que le cas de $t\ (AT)$




$= o$, rendroit $r\ (TR)$ infinie, & réciproquement; ce qui est aussi contre l'hypothêse.

COROLLAIRE II.

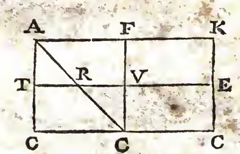
Si $n = 1$, ainsi qu'il arriveroit si les résistances instantanées étoient en raison des résistances totales, cette hypothêse changeant l'équation précéednte $\frac{t}{a_n} = \frac{r^{1-n}}{1-n}$ en $\frac{t}{a} = \frac{r^o}{o} = \frac{1}{o}$, les

temps

temps $AT$ ($t$) feroient ici tous infinis ; ce qui eft encore impoffible & contre l'hypothêfe.

Il eft vrai que fi au lieu de cette équation générale $\frac{t}{a^n} = \frac{r^{1-n}}{1-n}$, on fe fert de fa differentielle $\frac{dr}{r^n} = \frac{dt}{a^n}$, cette différentielle fe réduifant ici à $\frac{dr}{r} = \frac{dt}{a}$, la Courbe $ARC$ s'y trouveroit être une logarithmique dans laquelle les temps $AT$ ($t$) femblent augmenter avec les réfiftances totales $TR$ ($r$); mais comme la ligne droite $ATC$ en feroit l'afymptote, au point $A$ de laquelle cette logarithmique commenceroit, la nature de cette Courbe exigeant ce point de concours à une diftance infinie de quelque ordonnée finie $TR$ que ce foit, elle donneroit encore ici tous les temps $AT$ ($t$) infinis, ou les réfiftances totales $TR$ ($r$) nulles ; ce qui eft encore également contre l'hypothêfe.

COROLLAIRE III.

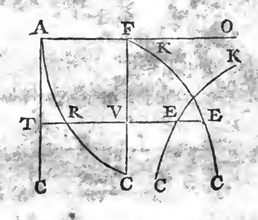



Si $n = o$, ainfi qu'il arriveroit fi les réfiftances inftantanées ($dr$) étoient conftantes & par tout

les mêmes, comme dans le Corol. 1. du Prob. 3. Cette hypothêse réduisant la précédente équation générale $\frac{t}{a^n} = \frac{r^{1-n}}{1-n}$ à $t=r$, c'est-à-dire à $AT = TR$, la Courbe *ARC* dégénéreroit ici en une ligne droite inclinée de 45. dégrez sur les paralleles *AC*, *FC*; ce qui rendroit aussi $FC = AF$. D'où suit encore tout ce qu'on a conclu de cette hypothêse dans le Corol. 1. du Problême 3.

## COROLLAIRE IV.

Si $n < 1$, ou $n = -$ quelque nombre que ce soit; c'est-à-dire si $n$ vaut un nombre quelconque




que positif moindre que l'unité, ou un négatif absolument quelconque; la Courbe *ARC* exprimée par l'équation générale $\frac{t}{a^n} = \frac{r^{1-n}}{1-n}$, sera toûjours une parabole d'un exposant $= 1-n$,

&

& d'un parametre $= \frac{an}{1-n}$, laquelle viendra toûjours rencontrer $FC$ en un point $C$ qui donnera toûjours $FC.\ AF :: 1.\ 1-n$. ou $FC = \frac{AF}{1-n}$; puiſque ce point de rencontre rendant $TR\ (r) = TV = AF\ (a)$, l'équation précédente s'y réduira à $\frac{t}{a^n} = \frac{a^{1-n}}{1-n}$, d'où réſulte $t$ (alors $FC$) $\frac{a}{1-n} = \frac{AF}{1-n}$.

## SCHOLIE.

1°. Suivant l'équation donnée $z = \frac{r^n}{a^{n-1}}$, l'on aura $r = z^{\frac{1}{n}} a^{\frac{n-1}{n}}$, & $r^{1-n} = z^{\frac{1-n}{n}} a^{\frac{2n-nn-1}{n}}$. Ainſi la Solution, ſuivant l'équation générale $\frac{t}{a^n} = \frac{r^{1-n}}{1-n}$ qu'on y a trouvée, donnera $t = \frac{z^{\frac{1-n}{n}} a^{\frac{2n-1}{n}}}{1-n}$ pour l'équation générale de la Courbe $KEC$; laquelle ſera toûjours une parabole (y compris le triangle) ayant ſon ſommet en $F$, tant qu'elle aura $n < 1$; une hyperbole entre les aſymptotes orthogonales $FO$, $FC$, tant que $n$ vaudra un nombre négatif quelconque; & une ligne droite parallele à $FC$, diſtante d'elle de la valeur de $AF\ (a)$ du côté de $O$, ſi $n = 0$. On voit par les Corol. 1. & 2. que



ce

ce font-là toutes les valeurs poſſibles de $n$ dans ce Problême-ci.

2°. Puiſque $RV\,(u) = TV - TR\,(a-r)$, & conſéquemment auſſi $r = a - u$; ſi l'on ſubſtitue cette valeur de $r$ dans l'équation générale $\frac{t}{a^n} = \frac{r^{1-n}}{1-n}$ de la Solution, elle ſe changera en

$$\frac{t}{a^n} = \frac{\overline{a-u}^{\,1-n}}{1-n}$$

qui ſera encore une autre équation de la Courbe $ARC$ par raport à l'axe $FC$.

## PROBLÊME VI.

*Trouver en général la Courbe* ARC, *&c. dans l'hypothêſe des réſiſtances inſtantanées en raiſon des puiſſances quelconques des temps écoulez depuis le commencement du mouvement juſqu'à telle vîteſſe qu'on voudra, reſtante d'une primitivement uniforme quelconque.*

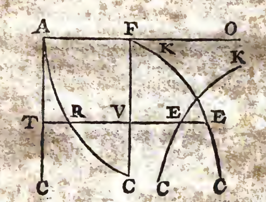
### SOLUTION.

Soit $n$ l'expoſant de ces puiſſances. La preſente hypothêſe donnera $\frac{\overline{AT}^{\,n}}{\overline{AF}^{\,n-1}} \left(\frac{t^n}{a^{n-1}}\right) = VE$ $(z)$; & cette valeur de $z$ ſubſtituée dans l'équation $\frac{dr}{z} = \frac{dt}{a}$ de la Solution de la Prop. gén. & de ſon Cor. 7. la changera ici en $\frac{dr}{t^n} = \frac{dt}{t^n}$, ou

ou en $dr = \frac{t^n dt}{a^n}$, dont l'intégrale $\frac{t^{n+1}}{\overline{n+1} \times a^n} = r$, ou $t^{n+1} = \overline{n+1} \times a^n r = \overline{n+1} \times a^n \times \overline{a-u}$, sera l'équation de la Courbe cherchée $ARC$. D'où l'on voit,

## COROLLAIRE I.

Que tant que $n$ sera un nombre positif quelconque, ou un négatif moindre que l'unité, cette Courbe $ARC$ sera une parabole, touchée en son sommet $A$ par la droite $ATC$ dans le premier cas, & par la droite $AF$ dans le second




ayant ses appliquées $TR$ ($r = a - u$) en raison des puissances $n+1$ des abscisses correspondantes $AT$ ($t$) de son axe $ATC$, dont le parametre sera $= \overline{n+1} \times a^n$.

### COROLLAIRE II.

Cette parabole ayant $RV (u) = 0$ dans le point $C$ où elle rencontrera la droite $FC$, son équation se changera-là en $t^{n+1} = \overline{n+1} \times a^{n+1}$; ce qui donne $t = \overline{n+1}^{\frac{1}{n+1}} \times a$. D'où l'on voit qu'en prenant $FC\ (t) = \overline{n+1}^{\frac{1}{n+1}} \times a = \overline{n+1}^{\frac{1}{n+1}} \times AF$, le point $C$ sera ce point de rencontre où se sera l'entiére extinction des vîtesses restantes $RV\ (u)$, lesquelles suivant l'équation donnée dans ce Problême-ci, seront par tout comme les fractions $\frac{\overline{n+1} \times a^{n+1} - t^{n+1}}{\overline{n+1} \times a^{n}}$ correspondantes; & les vîtesses perdues, comme les fractions $\frac{t^{n+1}}{\overline{n+1} \times a^{n}}$, ou comme les grandeurs $t^{n+1}$ ($\overline{FV}^{n+1}$) pareillement correspondantes.

### COROLLAIRE III.

Suivant le Corol. 3. de la Prop. génér. les espaces parcourus pendant les temps $AT$ ou $FV$ ($t$), seront ici comme les aires paraboliques $ARVF$, lesquelles sont aisées à trouver.

## COROLLAIRE IV.

Si $n = o$, cette parabole générale *ARC* dégénérera en une ligne droite inclinée de 45. dégrez sur les paralleles *AC*, *FC*, la précédente équation générale se reduisant ici à $t = a^o r = r$, c'est-à-dire à $AT = TR$. De sorte que les décroissemens de vîtesse seront ici tout égaux dans des instans égaux ; & (*Corol.* 3. *Prop.génér.*) l'espace parcouru jusqu'à leur entiére extinction, moitié de ce que le mobile en auroit parcouru en même temps d'une vîtesse uniforme égale à la premiére de celles-là.

## COROLLAIRE V.

Si $n = -1$, l'équation générale de ce Problême-ci se réduiroit ici à $t^o = o \times \overline{a - u}$, c'est à dire, à $1 = o$; ce qui est contradictoire & rend cette hypothêse impossible. On ne réussiroit pas mieux par la différentielle $\frac{dr}{t^n} = \frac{dt}{a^n}$, ou $\frac{-du}{t^n} = \frac{dt}{a^n}$, de cette équation générale, laquelle se réduisant ici à la logarithmique $\frac{-du}{a} = \frac{dt}{t}$, jetteroit dans un inconvenient approchant de celui de la logarithmique du Corol. 2. du Probl. 5.

C o-

## COROLLAIRE VI.

Et si l'on supposoit $n$ négative plus grande que l'unité, le premier membre $t^{n+1}$ de l'équation générale $t^{n+1} = \overline{n+1} \times a^{n}r = \overline{n+1} \times a^{n}\overline{a-u}$, se trouvant alors négatif, cette hypothêse se trouveroit encore impossible ; puisqu'il faudroit pour cela ou qu'une puissance d'un dégré pair fût négative, ou que les temps ($t$) ou les résistances totales ($r$) le fussent ; ce qui est également impossible.

## COROLLAIRE VII.

Donc (*Cor.* 1. 4. 5. & 6.) la Courbe *ARC* de ce Probléme-ci, doit toûjours être une parabole de quelque degré que ce soit, ou du moins une ligne droite qui divise l'angle *FAC* en deux parties égales.

## COROLLAIRE VIII.

Cette impossibilité (*Cor.* 5. & 6.) de $n$ négative égale ou plus grande que l'unité, fait voir que la Courbe *KEC* exprimée par l'équation supposée $z = \frac{t^n}{a^{n-1}}$, ne peut jamais être ici qu'une parabole (j'y comprens aussi le triangle) de quelque dégré que ce soit moindre d'une unité que celui de la précédente *ARC* ; ou une hyperbole entre les asymptotes orthogonales *FC*, *FO* ; laquelle ait ses appliquées *VE* ($z$) d'un plus haut dégré quelconque que ses abscisses *FV* ($t$) ; ou enfin une ligne droite parallele à *FVC*, & dif-

diſtante d'elle du côté de $O$ de la valeur de $AF$ ($a$) : une parabole, lorſque $n$ eſt d'une valeur poſitive quelconque; une hyperbole, lorſque $n$ eſt négative moindre que l'unité ; & une ligne droite parallele à $FVC$, lorſque $n = o$.

## PROBLEME VII.

*Trouver en general la Courbe* ARC, *&c. dans l'hypothêſe des réſiſtances inſtantanées en raiſon des puiſſances quelconques des temps à écouler juſqu'à l'entiére extinction des vîteſſes reſtantes de primitivement uniformes.*

### SOLUTION.

* Soit $c$ le temps complet & total du mouvement entier depuis le commencement juſqu'à l'entiére extinction des vîteſſes. L'on aura $c-t$ pour ce qui reſte de temps à écouler juſque-là depuis telle vîteſſe reſtante $RV$ ($u$) qu'on voudra; puiſqu'on prend par tout ici $AT$ ou $FV$ ($t$) pour le temps écoulé depuis le commencement du mouvement juſqu'à elle. Donc en prenant $n$ pour l'expoſant général des puiſſances des temps $VC$ ($c-t$) à écouler, la preſente hypothêſe donnera $z = \frac{\overline{c-t}^{\,n}}{a^{n-1}}$ ; & cette valeur de $z$ ſubſtituée en ſa place dans l'équation $\frac{dr}{z} = \frac{dt}{a}$ de la Solution de la Prop. génér. & de ſon Corol.



* *Voyez la Figure ſuivante.*

7. la changera pour ici en $\frac{dr}{\overline{c-t}^n} = \frac{dt}{a^n}$, ou en $dr = \frac{\overline{c-t}^n \times dt}{a^n}$; ce qui (en prenant $x = c-t$, & conséquemment $-dx = dt$) donnera $dr = \frac{-x^n dx}{a^n}$. Donc (en intégrant) $r = \frac{-x^{n+1}}{\overline{n+1} \times a^n} + q = \frac{-\overline{c-t}^{n+1}}{\overline{n+1} \times a^n} + q$. Mais le cas de $r$ $(TR) = o$, qui rend aussi $t$ $(AT) = o$, réduisant cette intégrale à $o = \frac{-c^{n+1}}{\overline{n+1} \times a^n} + q$, donne $q = \frac{c^{n+1}}{\overline{n+1} \times a^n}$. Donc $r$ $(a-u) = \frac{c^{n+1} - \overline{c-t}^{n+1}}{\overline{n-1} \times a^n}$ sera l'équation complette cherchée de la Courbe $ARC$.

D'où l'on voit que l'extinction des vîtesses, rendant $u = o$, ou $r = a$, & $t = c$, la précédente équation se trouve alors $a = \frac{c^{n+1}}{\overline{n+1} \times a^n}$, ou $\overline{n+1} \times a^{n+1} = c^{n+1}$. Donc aussi $r =$

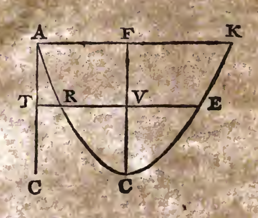
$n+1$

$\frac{\overline{n+1}\times a^{n+1} - \overline{c-t}^{n+1}}{\overline{n+1}\times a^{n}}$, ou $\overline{n+1}\, a^{n} r = \overline{n+1}\times a^{n+1} - \overline{c-t}^{n+1}$, ou bien auſſi (à cauſe de $r = a - u$) $\overline{n+1}\, a^{n+1} - \overline{n-1} \times a^{n} u = \overline{n+1}\, a^{n+1} - \overline{c-t}^{n+1}$ : d'où réſulte pareillement $\overline{n+1}\times a^{n} u = \overline{c-t}^{n+1}$ pour l'équation de la Courbe *ARC*.

La même choſe ſe ſeroit encore trouvée en ſe ſervant de l'autre équation $\frac{-du}{z} = \frac{dt}{a}$ du Corol. 7. de la Prop. génér. comme l'on vient de faire de la premiére $\frac{dr}{z} = \frac{dt}{a}$ : car alors on auroit eu $du = \frac{x^{n}dx}{a^{n}}$, qui auroit donné $u = \frac{x^{n+1}}{\overline{n+1}\times a^{n}}$, ou bien encore $\overline{n+1}\times a^{n} u = x^{n+1} = \overline{c-t}^{n+1}$ pour l'équation de la même Courbe *ARC*. D'où il ſuit,

## COROLLAIRE I.

Que tant que $n$ ſera un nombre poſitif quelconque, ou un négatif moindre que l'unité, cette Courbe *ARC* ſera une parabole d'un expoſant $= n+1$, laquelle aura ſon ſommet en *C* ſur l'axe *FC*, à une diſtance *FC* $(c) =$




$=\overline{n+1}^{\frac{1}{n+1}}\times a$; puisqu'on vient de trouver en ce point $C$, $\overline{n+1}\times a^{n+1}=c^{n+1}$, qui donne $c\ (FC)=\overline{n+1}^{\frac{1}{n+1}}\times a$; ainsi que dans le Corol. 2. du Prob. 6. On voit aussi que cette parabole $ARC$ aura son parametre $=\overline{n+1}\times a^{n}$ en $C$, de même que dans ce Corol. 1, du Prob. 6. elle l'a en $A$, qui là en est le sommet.

## COROLLAIRE II.

On voit de plus que l'extinction des vîtesses $RV$ $(u)$ se fera au sommet $C$ de cette parabole, & qu'elles seront par tout entr'elles comme les grandeurs $\overline{c-t}^{\,n+1}$ $(\overline{VC}^{\,n+1})$ correspondantes.

## COROLLAIRE III.

Donc les résistances totales $TR$ $(a-u)$, ou les vîtesses perdues, seront aussi par tout ici comme

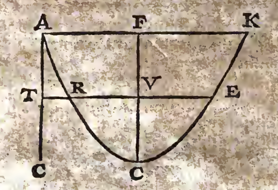
me les fractions $\frac{c^{n+1} - \overline{c-t}^{\,n+1}}{\overline{n+1} \times a^n}$, ou comme les grandeurs $c^{n+1} - \overline{c-t}^{\,n+1}$ pareillement correſpondantes.

COROLLAIRE IV.

Suivant le Corol. 3. de la Prop. génér. les eſpaces parcourus pendant les temps *AT* ou *FV*, ſeront ici comme les aires paraboliques *ARVF*, leſquelles ſont aiſées à trouver.

COROLLAIRE V.

Si $n = o$, la parabole générale *ARC* dégénérera en une ligne droite inclinée en *C* & en *A*, de 45. deg. ſur les paralleles *FVC*, *ATC*, la précédente équation générale ſe réduiſant ici $n$ (*RV*)




$= \overline{c-t}$ (*VC*). De ſorte que les décroiſſemens de vîteſſes ſeront ici tous égaux dans des inſtans

égaux ; & (*Corol.* 4. *Prop. génér.*) l'espace parcouru jusqu'à l'entiére extinction de ces vîtesses, moitié de ce que le mobile en auroit parcouru en même temps d'une vîtesse uniforme égale à la premiére de celles-là, ainsi que dans le Corol. 4. du Prob. 6.

## COROLLAIRE VI.

Si $n = -1$, l'équation générale du present Prob. 7. se réduira à $o \times \frac{u}{a} = \overline{c-t}^{\,o}$, c'est-à-dire, à $o = a$; ce qui est contradictoire, & rend cette hypothêse impossible de même que dans le Corol. 5. du Prob. 6. Sa différentielle ne feroit pas mieux.

## COROLLAIRE VII.

Et si $n$ étoit négative plus grande que l'unité, l'équation générale $\overline{n+1}\, a^n u = \overline{c-t}^{\,n+1}$ de la Solution, réduisant ici à $\overline{1-n} \times a^{-n} u = \overline{c-t}^{\,1-n}$, c'est-à-dire, à $u \times \overline{c-t}^{\,n-1} = \frac{an}{1-n}$, dont $n$ plus grande (*hyp.*) que l'unité, exprime presentement un nombre positif par le changement de signes qu'on y vient de faire; cette hypothêse seroit encore impossible, puisqu'en ce cas les vîtesses *RV* ($u$), bien loin de diminuer par les résistances supposées jusqu'à devenir nulles en *C*, augmenteroient au contraire avec les temps *FV* ($t$) jusqu'à devenir infinies en ce point *C*, cette équation étant à une hyperbole dont le centre seroit *C*, & *FC* une des asymptotes orthonogales.

Co-

COROLLAIRE VIII.

Donc (*Cor.* 1. 5. 6. & 7.) la Courbe *ARC* de ce Problême-ci, doit toûjours être une parabole de quelque degré que ce soit, ou une ligne droite qui divise l'angle *FAC* en deux parties égales, ainsi que dans le Corol. 7. du Prob. 6.

COROLLAIRE IX.

Cette impossibilité (*Cor.* 6. & 7.) de *n* négative égale ou plus grande que l'unité, fait voir que la Courbe *KEC*, exprimée par l'équation supposée $z = \frac{\overline{c-t}^{\,n}}{a^{n-1}}$, ne peut jamais être ici qu'une parabole de quelque degré que ce soit, moindre d'une unité que celui de la précédente *ARC*, ayant le même sommet qu'elle; ou une hyperbole dont ce sommet *C* soit le centre, & *FC* une des asymptotes orthogonales; ou enfin une ligne droite parallele à *FVC*, & distante d'elle du côté de *K* de la valeur de *AF*(*a*): une parabole lorsque *n* est d'une valeur positive quelconque; une hyperbole lorsque *n* est négative moindre que l'unité; & enfin une ligne droite parallele à *FVC*, lorsque $n = o$. Tout cela s'accorde encore avec le Cor. 8. du Prob. 6.

*Cet accord joint à ce qu'on en a déja vû dans les Corol.* 1. 5. 6. 7. & 8. *de ce Prob.* 7. *entre lui & le Probl.* 6. *fait voir que ces deux Problêmes, quoique d'hypothêses tout à fait différentes, conviennent tellement entr'eux que les mêmes valeurs de* n *les rendent également possibles ou impossibles.*

PRO-

## PROBLÊME VIII.

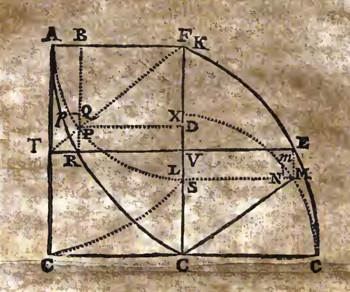
*Trouver la Courbe* ARC, &c. *dans l'hypothêse des résistances instantanées en raison des espaces parcourus par des corps mûs de vîtesses primitivement uniformes.*

### SOLUTION.

Suivant le Cor. 3. de la Prop. gen. les espaces parcourus pendant les temps *AT* ($t$) sont toûjours comme les aires *ARVF* ($\int udt$) correspondantes. Donc l'hypothêse de ce Problême-ci donnera $z = \frac{\int udt}{a}$; & par conséquent l'équation $\frac{dr}{z} = \frac{dt}{a}$ de la Solut. de la Propos. géner. & de son Corol. 7. se changera ici en $\frac{dt}{aa} = \frac{dr}{\int udt} = \frac{dr}{\int \overline{a-r} \times dt^2}$ ou en $dr = \frac{dt \times \int \overline{a-r} \times dt}{aa}$; ce qui (en différentiant, & en faisant toûjours $dt$ constante) donnera $ddr = \frac{\overline{a-r} \times dt^2}{aa}$, ou $drddr = \frac{\overline{a-r} \times drdt^2}{aa}$. Donc (en intégrant) l'on aura pareillement ici $\frac{1}{2} dr^2 = \frac{\overline{ar - \frac{1}{2} rr} \times dt}{aa}$, ou $dt = \frac{adr}{\sqrt{2ar - rr}}$ pour l'équation cherchée de la Courbe *ARC*.

Pour

Pour construire cette Courbe, soit le quart de cercle *APS* du centre *F* & du rayon *FA* (*a*). Ensuite après avoir pris *AB* pour une résistance totale quelconque (*r*), c'est-à-dire, pour celle




qu'on voudra des résistances totales de ce Problême-ci, soit faite *BP* parallele à la droite *ATC*, & qui rencontre le quart de cercle au point *P*, qui par le dévelopement de l'arc *AP*, décrive la dévelopée *PT*, & fasse ainsi *AT*=*AP*. Soit de plus *TV* parallele à *AF*, & qui soit rencontrée en *R* par *BP* prolongée de ce côté-là.

Je dis que le point *R* ainsi trouvé, sera un de ceux de la Courbe cherchée *ARC*; & que la dévelopée *SC* décrite par le dernier point *S* du quart de cercle *APS* dévelopé jusqu'en *ATC* de la maniére qu'on vient de supposer que son arc *AP* l'est en *AT*, donne un point *C* tel sur *AC*, que si l'on fait *CC* parallele à *AF*, & qui rencontre aussi *FC* en *C*, ce dernier point *C* sera

ra celui où la Courbe *ARC* rencontrera *FC*, & où se fera l'entiére extinction des vîtesses *RV* $(u)$.

La démonstration en est aisée: Car si après avoir fait le rayon *FP*, on prend *Pp* pour un des élémens du quart de cercle *APS*, & qu'on fasse *pQ* parallele à *AF*, & qui rencontre *BP* en *Q*; les triangles semblables *FBP*, & *PQp*, donneront $BP\ (\sqrt{2ar-rr}).\ FP\ (a) :: Qp\ (dr).\ Pp = \frac{adr}{\sqrt{2ar-rr}}$. Donc (en intégrant) $\int\frac{adr}{\sqrt{2ar-rr}} = AP = AT = t$. Donc (en différentiant) l'on aura aussi $\frac{adr}{\sqrt{2ar-rr}} = dt$ pour l'équation de la Courbe *ARC* décrite comme l'on vient de faire. Donc enfin cette équation étant celle-là même qui vient de résulter des conditions du Problême, la Courbe *ARC* ainsi décrite, doit être aussi la Courbe requise, laquelle on voit être celle des sinus *PD* ou *RV*.

## AUTRE SOLUTION.

La même Courbe *ARC* se trouvera encore en se servant de l'autre équation $\frac{-du}{z} = \frac{dt}{a}$ du Cor. 7. de la Prop. génér. comme l'on vient de faire de la premiére $\frac{dr}{z} = \frac{dt}{a}$. Car la supposition qu'on fait ici de $z = \int\frac{udt}{a}$, changeant cette au-

autre équation en $\frac{-du}{\int u dt} = \frac{dt}{aa}$, l'on aura ici $-du = \frac{dt \times \int u dt}{aa}$; ce qui (en différentiant, & en faisant toûjours $dt$ constante) donnera $-ddu = \frac{udt^2}{aa}$, ou $-duddu = \frac{ududt^2}{aa}$, dont l'intégrale est $du^2 = -\frac{uudt^2}{aa} + q$. Mais le cas de $RV$ ($u$) en $AF$ ($a$), ou de $u=a$, rendant l'aire $ARVF$ ($\int u dt$) $=o$, & conséquemment aussi $-du=o$, ou nulle par raport à $dt$, comme $\int u dt$ le seroit alors par raport à $aa$ dans l'équation $\frac{-du}{\int u dt} = \frac{dt}{aa}$ : la précédente intégrale se changera ici en $o = -dt^2 + q$; ce qui donne $q = dt^2$. Donc cette intégrale complette sera $du^2 = -\frac{uudt^2}{aa} + dt^2 = \frac{aa-uu}{aa} \times dt^2$, ou $dt = \frac{-adu}{\sqrt{aa-uu}}$, laquelle sera aussi l'équation de la Courbe $ARC$, & qui se trouvera encore être ici la même Courbe des sinus $PD$ ou $RV$, que dans la premiére Solution.

En effet la ressemblance des triangles $FBP$, $PQp$, donnant encore $BP$ ($\sqrt{aa-uu}$). $FP$ ($a$) :: $Qp$ ($-du$). $Pp = \frac{-adu}{\sqrt{aa-uu}}$; l'on aura encore ici $Pp = dt$, ou $AP = t = AP = FV$. Donc en prenant $VR = DP$, le point $R$ sera encore un de ceux de la Courbe cherchée $ARC$, laquelle se trouvera encore ici être la même Courbe des sinus $PD$ ou $RV$, que dans la premiére Solution, & rencontrera encore son axe

FC

*FC* en un point *C* tel que *FC* sera encore égale au quart de cercle *APS*.

REMARQUE.

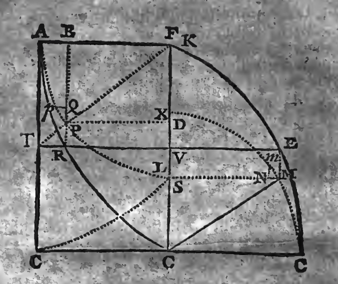
L'accord ou la conformité de ces deux Solutions se verra encore tout d'un coup en substituant seulement une des deux grandeurs (*hyp.*) égales $a-u$, $r$, ou $a-r$, $u$, à la place de l'autre dans celle des deux équations précédentes qui la contient. Par exemple,

1°. Si l'on substitue $a-u$ à la place de $r$, & $-du$ à la place de $dr$, dans l'équation $dt = \frac{adr}{\sqrt{2ar-rr}}$ de la premiére Solution, cette équation se changera en $dt = \frac{-adu}{\sqrt{2aa-2au-aa+2au-uu}}$ $= \frac{-adu}{\sqrt{aa-uu}}$, qui est celle de la seconde Solution.

2°. Réciproquement si l'on substitue $a-r$ à la place de $u$, & $dr$ à la place de $-du$, dans cette derniére équation $dt = \frac{-adu}{\sqrt{aa-uu}}$, elle se changera de même en $dt = \frac{adr}{\sqrt{aa-aa+2ar-rr}}$ $= \frac{adr}{\sqrt{2ar-rr}}$, qui sera celle de la premiére Solution. D'où l'on voit encore que les deux Solutions précédentes ne donnent que la même Courbe *ARC*. Delà voici le reste.

## COROLLAIRE I.

Il suit de chacune de ces deux Solutions que les temps écoulez *AT* ou *FV* ($t$) sont ici com-




me les arcs circulaires *AP* correſpondans, & que ce qu'il en reſte (*VC*) à écouler juſqu'à l'entiére extinction des vîteſſes, eſt toûjours comme l'arc *PS* reſtant du quart de cercle *APS*, l'extinction des vîteſſes ſe devant faire au point *C* de la droite $FC = APS$.

## COROLLAIRE II.

Que les vîteſſes *VR* ($u$) reſtantes, ſont toûjours comme les ſinus droits *DP* de ces arcs *PS* de reſte ; & les vîteſſes perdues ou les réſiſtances totales *TR* ($r$), comme les différences *AB* de ces ſinus au ſinus total *AF*.

C o-

COROLLAIRE III.

Que (*Corol.* 3. *Prop. génér.*) les eſpaces parcourus pendant les temps $AT$ ou $FV$ ($t$), doivent être comme les aires $ARVF$ correſpondantes. Mais l'équation $dt = \frac{-adu}{\sqrt{aa-uu}}$ trouvée dans la Solut. 2. donne $ARVF$ ($\int udt$) $= \int \frac{-audu}{\sqrt{aa-uu}} = a\sqrt{aa-uu}$. Donc les eſpaces parcourus pendant les temps $AT$ ou $FV$, doivent être ici entr'eux comme les grandeurs $BP$ ($\sqrt{aa-uu}$) correſpondantes, c'eſt-à-dire, comme les ſinus des arcs $AP$ qui expriment ces temps $AT$ ($t$); & à tout l'eſpace parcouru juſqu'à l'entiére extinction des vîteſſes $RV$ ($u$) :: $ARVF$. $ARCF$ :: $\sqrt{aa-uu}$. $a$ :: $BP$. $PF$. c'eſt-à-dire, comme les ſinus des arcs $AP$ qui expriment les temps écoulez ($t$), ſont au ſinus total.

COROLLAIRE IV.

Les eſpaces qui reſtent à parcourir juſqu'à l'entiére extinction des vîteſſes, ſeront donc auſſi comme les grandeurs $a - \sqrt{aa-uu}$ correſpondantes, c'eſt-à-dire, comme les différences du ſinus total aux ſinus droits des arcs $AP$ qui expriment les temps écoulez ($t$), ou comme les ſinus verſes $DS$ des arcs $PS$ qui expriment les temps qui reſtent à écouler juſqu'à l'entiére extinction des vîteſſes.

C o-

## COROLLAIRE V.

De ce que (*Corol.* 3.) $\int u\,dt = a\sqrt{aa-uu}$, l'on aura $\frac{-du}{\int u\,dt} = \frac{-du}{a\sqrt{aa-uu}} = \frac{-a\,du}{aa\sqrt{aa-uu}}$ (à cause de l'équation $dt = \frac{-a\,du}{\sqrt{aa-uu}}$ trouvée dans la Solut. 2.) $= \frac{dt}{aa}$, c'est à dire $\frac{-du}{\int u\,dt} = \frac{dt}{aa}$, qui est l'équation elle-même, donnée pour condition de ce Problême-ci. D'où l'on voit encore que la Courbe *ARC* des sinus *DP*, trouvée dans les Solut. 1. & 2. a effectivement la proprieté qu'on y souhaitoit, qui étoit d'avoir par tout $-du$, ou les résistances instantanées $dr$ ($Qp$) en raison des aires $\int u\,dt$ (*ARVF*) correspondantes, ou (*Cor.* 3. *Prop. génér.*) en raison des espaces parcourus pendant les temps *AF* ou *AT* ($t$) correspondans.

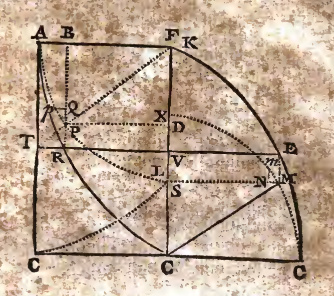
## SCHOLIE.

Suivant l'équation donnée $z = \int \frac{u\,dt}{a}$, l'on aura $u\,dt = a\,dz$, ou $u = \frac{a\,dz}{dt}$; & (en faisant toûjours $dt$ constantes) l'on aura aussi $du = \frac{a\,ddz}{dt}$ positive, les constantes $a$ & $dt$ faisant voir que $u$ & $dz$ croissent & décroissent ici ensemble. Donc en substituant ces valeurs de $u$, $du$, dans l'équation $dt = \frac{-a\,du}{\sqrt{aa-uu}}$ trouvée dans la

la Solut. 2. l'on aura pareillement $dt = \frac{-aaddz}{dt\sqrt{aa - \frac{aadz^2}{dt^2}}} = \frac{-addz}{\sqrt{dt^2 - dz^2}}$, ou $dtdz = \frac{-adzddz}{\sqrt{dt^2 - dz^2}}$, dont l'intégrale est $zdt = a\sqrt{dt^2 - dz^2} + q$. Mais le cas de $z\left(\int\frac{udt}{a}\right) = o$, rendant $u = a$, rend aussi $dz = dt$; ce qui réduit alors l'intégrale précédente à $o = o + q$. Donc elle sera ici $zdt = a\sqrt{dt^2 - dz^2}$, ou $zzdt^2 = aadt^2 - aadz^2$; ce qui donne $aadz^2 = aadt^2 - zzdt^2$, ou $dt = \frac{adz}{\sqrt{aa - zz}}$, pour l'équation de la Courbe *KEC*. D'où l'on voit que cette Courbe en est encore une des sinus *LM* ou *VE* du quart de cercle *CMX* décrit du centre *C* du milieu, & du rayon $CX = FS = a$; & précisément la même que la précédente *ARC*, ayant seulement des positions différentes, & leurs origines *C*, *K*, à des extrémitez différentes de leur axe commun $FC = APS = XMC$.

Pour le voir, soit pris l'arc $XM = FV = AT = t$, dont *ML* soit le sinus, & *Mm* ($dt$) un de ses élémens. Cela fait, je dis que si l'on tire *ME* parallele à *CF*, & qui rencontre *TV* prolongée en *E*; ce point *E* sera un de ceux de la Courbe cherchée *KEC*.

Car appellant encore $a$, le rayon *CM*; & *VE* ou *LM*, $z$; la ressemblance des triangles *CLM*, *MNm*, donnera *CL* ($\sqrt{aa - zz}$). *CM* ($a$) : : *MN* ($dz$). *Mm* ($dt$). D'où résulte $dt = \frac{adz}{\sqrt{aa - zz}}$ pour




pour l'équation de la Courbe *KEC* qui passera par les points *E* qu'on vient de trouver. Donc cette équation étant celle qu'il falloit construire, cette Courbe *KEC* sera aussi celle qu'il falloit trouver. Par conséquent celle-ci sera encore une Courbe de sinus *LM*, & précisément la même que la précédente *ARC*, n'y ayant de différence qu'en ce que ces deux Courbes ont des positions différentes, & leurs origines *C*, *K*, à des extrémitez différentes de leur axe commun *FC*. *Ce qu'il falloit encore trouver.*

## PROBLÊME IX.

*Trouver la Courbe* ARC, *&c. dans l'hypothése des résistances instantanées en raison des espaces qui restent à parcourir jusqu'à l'entiére extinction des vitesses restantes de primitivement uniformes.*

SOLUTION.

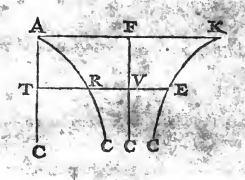
Soit $e$ l'espace entier & constant à parcourir depuis le commencement du mouvement jusqu'à l'entiére extinction des vîtesses: l'on aura $e - \int \frac{udt}{a}$ pour ce qu'il en reste à parcourir après quelque temps écoulé ($t$) que ce soit jusqu'à cette entiére extinction des vîtesses. Donc suivant la presente hypothêse, l'on aura ici $z = e - \int \frac{udt}{a}$; ce qui changera ici l'équation $\frac{dr}{z} = \frac{dt}{a}$ de la Solut. de la Prop. génér. & de son Corol. 7. en $\frac{dr}{ae - \int udt} = \frac{dt}{aa}$ ou en $dr = \frac{\overline{ae - \int udt} \times dt}{aa}$; & (en différentiant) $ddr = \frac{-udt^2}{aa}$ à cause de $a$, $e$, $dt$, constantes. Donc $drddr = -\frac{udrdt^2}{aa}$ (à cause de $a - r = u$) $= \frac{rdr - adr}{aa} \times dt^2$; & (en intégrant) $\frac{1}{2}dr^2 = \frac{\frac{1}{2}rr - ar}{aa} \times dt^2 + q$. Mais le cas de $r = a$ lorsqu'il ne reste plus du tout de vîtesse, rendant $\int \frac{udt}{a} = e$, ou $ae - \int udt = 0$, & l'hypothêse de $\frac{dr}{ae - \int udt} = \frac{dt}{aa}$ donnant aussi pour lors $dr = 0$; l'intégrale précédente se réduit pour lors à $0 = \frac{\frac{1}{2}aa - aa}{aa} \times dt^2 + q = -\frac{1}{2}$

$dt^2$

$dt^2 + q$; c'est à dire, à $q = \frac{1}{2} dt^2$. Donc cette intégrale complette sera ici $\frac{1}{2} dr^2 = \frac{\frac{1}{2} rr - ar}{aa} \times dt^2 + \frac{1}{2} dt^2$, ou $aadr^2 = \overline{rr - 2ar + aa} \times dt^2$: D'où résulte $adr = \overline{a - r} \times dt$, ou (à cause de $a - r = u$, & de $dr = - du$) $- adu = udt$, ou bien aussi $\frac{-du}{u} = \frac{dt}{a}$ pour l'équation de la Courbe cherchée $ARC$. Ce qui fait voir que cette Courbe doit être ici la même logarithmique que dans le Probl. 1. & que tout le reste y doit être aussi comme dans ce Problême.

AUTRE SOLUTION.

Si l'on veut se servir de l'autre équation $\frac{-du}{u} = \frac{dt}{a}$ du Corol. 7. de la Prop. génér. la presen-




te hypothêse la changera pareillement en $\frac{-du}{at - \int udt}$

$= \frac{dt}{aa}$, ou en $-du = \frac{ae - \int udt}{aa} \times dt$; & (en différentiant) l'on aura $-ddu = -\frac{udt^2}{aa}$ à cause que $a$, $e$, $dt$, sont (*hyp.*) constantes. Donc $duddu = \frac{ududt^2}{aa}$; & (en intégrant) $du^2 = \frac{uudt^2}{aa} + q$. Mais le cas de $u = o$ à la fin de tout le mouvement, rendant $e = \int \frac{udt}{a}$, ou $ae - \int udt = o$, la presente hypothêse de $\frac{-du}{ae - \int udt} = \frac{dt}{aa}$, donne aussi pour lors $-du = o$; ce qui réduit alors la précédente intégrale à $o = o + q$. Donc cette integrale complette sera encore seulement ici $du^2 = \frac{uudt^2}{aa}$, ou $-du = \frac{udt}{a}$, c'est-à-dire, la même $\frac{-du}{u} = \frac{dt}{a}$ que dans la premiére Solution, & que dans le Prob. 1. dont les Corollaires convenant à celui-ci, on ne s'arrêrera point à en rien détailler.

SCHOLIE.

Pour faire voir que la Courbe *KEC* est pareillement ici la même que dans ce Probl. 1. il faut considérer que le Corol. 2. de ce Problême, donnant ici $\int udt = aa - au$; & par conséquent l'espace entier $e = a$, cet espace entier ($e$) ayant $u = o$; l'équation donnée $z = e - \int \frac{udt}{a} = \frac{ae - \int udt}{a}$, se réduira ici à $z = \frac{aa - aa + au}{u}$ $= u$. Donc la Courbe *KEC* exprimée par cette équation, sera encore ici la même logarithmique que dans le Scholie de ce Probl. 1.

On

*On voit delà, du Probl. 1. & de son Corol. 11. qu'en fait de mouvemens primitivement uniformes, ces trois hypothêses:* Les résistances instantanées en raison des vîtesses restantes; ces résistances en raison des accroissemens instantanées correspondans des espaces parcourus; & ces mêmes résistances en raison des espaces qui restent à parcourir jusqu'à l'entiére extinction des vîtesses; *reviennent à la même; & que de faire une de ces trois hypothêses, c'est conséquemment faire aussi les deux autres.*

## PROBLEME X.

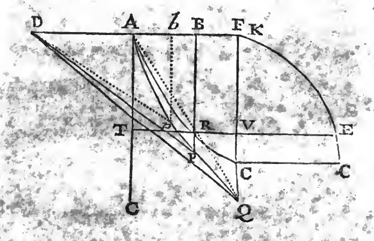
*Trouver la Courbe* ARC, *&c. dans l'hypothêse des résistances instantanées en raison des longueurs correspondantes* AR *de cette Courbe des vîtesses restantes de primitivement uniformes ainsi retardées.*

### SOLUTION.

Soit $s$ la longueur de cet arc $AR$, la presente hypothêse donnera $z=s$, & l'équation $\frac{dr}{z}=\frac{dt}{a}$ de la Solution de la Prop. génér. & de son Corol. 7. se changera ici en $\frac{dr}{s}=\frac{dt}{a}$, ou en $adr=sdt$: de sorte qu'en différentiant ($dt$ demeurant toûjours constante) l'on aura ici $addr=dsdt=dt\sqrt{dr^2+dt^2}$, ou $\frac{addr}{\sqrt{dr^2+ds^2}}=$

 $dt$,

$dt$, ou bien auſſi $\frac{adrddr}{\sqrt{dr^2+dt^2}} = drdt$, dont l'intégrale eſt $a\sqrt{dr^2+dt^2} = rdt+q$. Mais le cas de $r(TR)=o$, rendant $s(AR)=o$, & conſéquemment auſſi (ſuivant l'équation donnée $\frac{dr}{s}=\frac{dt}{a}$) $dr=o$; cette intégrale ſe réduira pour lors ici à $a\sqrt{o+dt^2}=o+q$, c'eſt à dire à $adt=q$. Donc cette intégrale complette ſera $a\sqrt{dr^2+dt^2} = rdt+adt$; & par conſéquent $aadr^2+aadt^2 = \overline{r+a}^2 \times dt^2 = \overline{aa+2ar+rr} \times dt^2$, ou $aadr^2 = \overline{2ar+rr} \times dt^2$; ce qui donne $= \frac{adr}{\sqrt{2ar+rr}} = dt$ pour l'équation de la Courbe cherchée $ARC$.




Pour conſtruire cette Courbe, ſoit l'hyperbole équilatere $APQ$ ſur l'axe $AF$, dont le centre

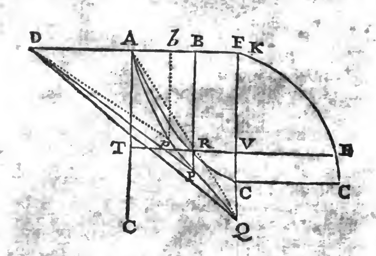
tre ſoit $D$, le ſommet $A$, & le demi-axe tranſverſe $DA = AF = a$; ſoit priſe $AB$ pour une réſiſtance totale quelconque $TR\,(r)$; ſoient de plus les deux ordonnées $BP$, $bp$, infiniment proches l'une de l'autre, leſquelles rencontrent l'hyperbole $APQ$ en $P$, $p$. Soient enfin les droites $DP$, $Dp$.

Cela fait, on aura $BP = \sqrt{2ar + rr}$; & par conſéquent le triangle rectangle $DBP = \frac{a+r}{2}\sqrt{2ar+rr}$; dont la différentielle ſera

$$PDp + BPpb = \tfrac{1}{2}dr\sqrt{2ar+rr} + \frac{\overline{a+r}^2}{2\sqrt{2ar+rr}}$$

$\times dr$. Mais $BPpb = dr\sqrt{2ar+rr}$. Donc on aura $PDp = \frac{\overline{a+r}^2}{2\sqrt{2ar+rr}} \times dr - \tfrac{1}{2}dr\sqrt{2ar+rr}$ $= \frac{\overline{a+r}^2 - 2ar - rr}{2\sqrt{2ar+rr}} \times dr = \frac{aadr}{2\sqrt{2ar+rr}}$, ou $\frac{adr}{\sqrt{2ar+rr}}$ $= \frac{2}{a} \times PDp = 2 \times \frac{PDp}{DA} = 2 \times \frac{PDp}{AF}$. Mais on vient de trouver $dt = \frac{adr}{\sqrt{2ar+rr}}$. Donc on aura pareillement ici $dt = 2 \times \frac{PDp}{AF}$; & en intégrant, $t\,(AT) = 2 \times \frac{APD}{AF}$. Donc ſi l'on prend $AT = \times \frac{APD}{AF}$, & que du point $T$ on faſſe $TV$ pa-

parallele à *AF*, le point *R* où cette parallele rencontrera *BP*, sera un de ceux de la Courbe cherchée *ARC*, dont on voit que la construction dépend de la quadrature de l'hyperbole.




## COROLLAIRE I.

Il suit de cette construction que les temps écoulez *AT* ou *FV* ($t$) sont ici par tout comme les aires hyperboliques *APD* correspondantes ; & que ce qu'il en reste (*VC*) à écouler jusqu'à l'entiére extinction des vîtesses, est toûjours comme l'aire hyperbolique restante *DFQ*, l'extinction des vîtesses se devant faire au point *C* de $FC = 2 \times \frac{APQD}{AF}$, sur l'ordonnée $FQ = a\sqrt{3} = AF \times \sqrt{3}$.

## COROLLAIRE II.

Que (*Cor.* 3. *Prop. génér.*) les espaces parcourus pendant les temps *AT*, sont comme les aires correspondantes *ARVF*. Mais l'équation

*adr*

$\frac{adr}{\sqrt{2ar+rr}} = dt$ qu'on vient de trouver pour la Courbe *ARC*, donne ces aires *ARVF* $(\int \overline{a - r} \times dt) = \int \frac{aadr - ardr}{\sqrt{2ar+rr}} = \int \frac{2aadr}{\sqrt{2ar+rr}} - \int \frac{aadr + ardr}{\sqrt{2ar+rr}}$ (ayant déja trouvé $\frac{aadr}{2\sqrt{2ar+rr}} = PDp$) $= 4 \times APD - a\sqrt{2ar+rr} + q = 4 \times APD - AF \times BP + q$. Mais le cas de *R* en *A*, réduisant cette intégrale à $o = o - o + q$, fait voir que $ARVF = 4 \times APD - AF \times BP$ seulement. Donc les espaces parcourus pendant les temps *AT* (*t*) doivent être ici entr'eux comme les grandeurs $4 \times APD - AF \times BP$ correspondantes; & à tout l'espace parcouru jusqu'à l'entiére extinction des vîtesses : : *ARVF*. *ARCF* : : $4 \times APD - AF \times BP$. $4 \times APQD - AF \times FQ$ (à cause que $BP = \sqrt{2ar+rr}$, devient $FQ = \sqrt{3aa} = a\sqrt{3} = AF \times \sqrt{3}$ en *F*) : : $4 \times APD - AF \times BP$. $4 \times APQD - AF \times AF \times \sqrt{3}$.

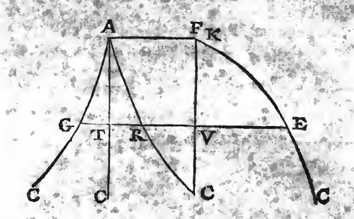
On voit aussi delà que l'aire entiére *ARCF* $= 4\,APQD - AF \times FQ$ (en tirant la corde *AQ*) $= 4\,APQD - 2$ triang. *AFQ* (à cause de $AD = AF$) $4\,APQD - 2$ triang. $ADQ = 2$ seg. $APQD - 2$ seg. *APQA*.

AUTRE SOLUTION.

On vient de trouver $dt = \frac{adr}{\sqrt{2ar + rr}}$ pour l'équation de la Courbe *ARC*. Soit presentement $r = \frac{xx - 2ax + aa}{2x}$ : l'on aura $dr = \frac{2xxdx - 2axdx - xxdx + 2axdx - aadx}{2xx} = \frac{xx - aa}{2xx} \times dx$. Donc $\frac{adr}{\sqrt{2ar + rr}}(dt) = \frac{xx - aa}{2xx\sqrt{\frac{2axx - 4aax + 2a^3}{2x} + \overline{\frac{xx - 2ax + aa}{4xx}}^2}} \times adx = \frac{xx - aa}{x\sqrt{4ax^3 - 8aaxx + 4a^3x + x^4 - 4ax^3 + 4aaxx + 2aaxx - 4a^3x + a^4}} \times adx = \frac{xx - aa}{x\sqrt{x^4 - 2aaxx + a^4}} \times adx = \frac{xx - aa}{x \times xx - aa} \times adx = \frac{adx}{x}$. Donc on aura ici l'équation logarithmique $dt = \frac{adx}{x}$, ou $\frac{dt}{a} = \frac{dx}{a}$, au lieu de la précédente hyperbolique $dt = \frac{adr}{\sqrt{2ar + rr}}$.

Pour construire la Courbe cherchée *ARC* par le moyen de cette équation logarithmique, soit par le point *A* sur l'asymptote *FC*, une logarithmique *AGC* qui s'en écarte du côté de *C*, & qui ait sa soûtangente $= AF(a)$. Il est manifeste qu'en appellant ses ordonnées *VG*, $x$; & ses abscisses

*FV*




*FV* ou *AT*, $t$; son équation sera la même $\frac{dt}{a} = \frac{dx}{x}$ que la précédente; que *AC* parallele à *AF*, coupera toutes les *VG* en *T* au dessus de *AF* du côté de *C*, de maniére qu'elle y donnera par tout, non seulement $VG = x$, mais aussi $GT = x - a$. De sorte que suivant la supposition précédente de $r = \frac{xx - 2ax + aa}{2x}$, l'on aura ici $2 \times (2 \times VG) x - a (GT) :: x - a (GT) . r (TR) = \frac{GT \times GT}{2 \times VG}$. D'où l'on voit que si l'on prend *TR* ($r$) de cette valeur, c'est à dire, troisiéme proportionnelle à $2 \times VG, GT$, ensorte que *GT* soit par tout moyenne proportionelle entre $2 \times VG$ & *TR*, le point *R* ainsi trouvé, sera un de ceux de la Courbe cherchée *ARC*, & ainsi des autres à l'infini. *Ce qu'il falloit encore trouver.*

COROLLAIRE III.

Il suit de cette Solut. 2. que lorsque *GT* sera moyenne proportionelle entre $2 \times VG$ & *AF*,

 l'or-

l'ordonnée $TR$ se trouvant alors égale à $AF$, la Courbe $ARC$ rencontrera $FC$ à l'extrémité de cette ordonnée. D'où l'on voit aussi que les vîtesses $RV$ s'y doivent enfin éteindre, & que l'ordonnée $VC$ qui passera par-là, sera $= 2a + a\sqrt{3}$.

## SCHOLIE.

1°. Suivant l'équation donnée $z = s$, l'on aura $dz = ds = \sqrt{dr^2 + dt^2}$, ou $dz^2 = dr^2 + dt^2$ (à cause de l'équation $dt = \frac{adr}{\sqrt{2ar + rr}}$ trouvée dans la Solut. 1.) $= dr^2 + \frac{aadr^2}{2ar + rr} = \frac{2ra + rr + aa}{2ar + rr} \times dr^2$; & par conséquent aussi $dz = \frac{adr + rdr}{\sqrt{2ar + rr}}$; dont l'intégrale est $z = \sqrt{2ar + rr} = BP$ dans la Figure* de la Solut. 1. Ainsi si l'on prend $VE$ $(z) = BP$ sur $TV$ prolongée dans cette Figure, le point $E$ sera un de ceux de la Courbe $KEC$, qu'on voit devoir ainsi passer par $F$, & avoir son ordonnée $CG = PQ = a\sqrt{3}$.

2°. Delà il suit dans la même Figure de la Solut. 1. que chaque arc $AR = BP$ correspondante, & la Courbe entiére $ARC = FQ$; puisque (*hyp.*) $AR = s = z$ (*nomb.* 1.) $= BP$.

3°. Puisque (*nombr.* 1.) $z = \sqrt{2ar + rr}$, l'équation $\frac{adr}{\sqrt{2ar + rr}} = dt$ trouvée dans la Solut. 1. pour la Courbe $ARC$, rendra $\frac{adr}{z} = dt$, ou

dr

* *Voyez la figure de la Solution 1. page 598 & 600.*

$\frac{dr}{a} = \frac{dt}{a}$ qui est l'équation donnée dans ce Problême-ci. D'où l'on voit encore que la Courbe *ARC* trouvée ci-dessus, est effectivement celle de cette hypothêse.

4°. La supposition de $r = \frac{xx - 2ax + aa}{2x}$ dans la Solution 2. devant donner $x = 2a + a\sqrt{3}$ dans le cas de $r$ (*TR*) $= a$ (*AF*) ainsi qu'il arrive au point *C* de concours de la Courbe *ARC* avec son axe *FC*; il suit manifestement que lorsque *VG* ($x$) est de cette valeur dans la Figure * de la Solut. 2. le point *C*, où elle coupe alors *FC*, est le terme de la durée du mouvement, & celui où les vîtesses *RV* ($u$) s'éteignent tout à fait conformément au Corol. 3.

5°. Puisque (*nomb.* 1.) $z = \sqrt{2ar + rr}$, & (*nomb.* 4.) $r = \frac{xx - 2ax + aa}{2x}$, on trouvera par tout $z$ (*VE*) $= \frac{xx - aa}{2x}$: de sorte que le point *C* où la Courbe *ARC* rencontre son axe *FC*, rendant (*num.* 4.) $x = 2a + a\sqrt{3}$, l'on y aura aussi $z = \frac{4aa + 4aa\sqrt{3} + 2aa}{4a + 2a\sqrt{3}} = a\sqrt{3}$ conformément au nomb. 1.

## PROBLEME XI.

*Trouver la Courbe* ARC *des vîtesses restantes, &c. dans l'hypothêse des résistances instantanées en raison des longueurs des complémens correspondans de cette Courbe, c'est-à-dire, en raison*

Cc 7

* *Voyez la Figure de la Solution 2. page 603.*

*son des arcs* RC *pris depuis quelque vitesse* RV *que ce soit jusqu'à son entiere extinction, ou en raison des arcs* CR *pris depuis la fin* C *de la Courbe* ARC *jusqu'au point* R *correspondant à quelque vitesse* RV *que ce soit, restante d'une primitivement uniforme quelconque* AF.

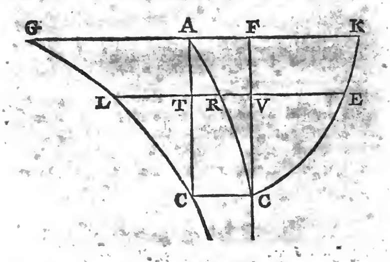
## SOLUTION.

Soit $c$ la longueur entiére de la Courbe cherchée $ARC$, & son arc $AR = s$. La presente hypothêse donnera $z = c - s = CR$; ce qui changera l'équation $\frac{-du}{z} = \frac{dt}{a}$ de la Solution de la Prop. géner. & de son Corol. 7. en $\frac{-du}{c-s} = \frac{dt}{a}$, ou en $-du = \frac{c-s}{a} \times dt$; ce qui différentié (en faisant toûjours $dt$ constante) donnera aussi $-ddu = \frac{-dsdt}{a} = -\frac{dt\sqrt{du^2+dt^2}}{a}$, ou $\frac{duddu}{\sqrt{du^2+dt^2}} = \frac{dudt}{a}$. Donc (en intégrant) l'on aura $\sqrt{du^2+dt^2} = \frac{udt}{a} + q$. Mais le cas de $u\,(RV) = o$ en $C$, rendant $s = c$, & $c - s = o$, l'équation donnée $\frac{-du}{c-s} = \frac{dt}{a}$ doit aussi donner ici $-du = o$; ainsi l'intégrale précédente s'y doit réduire à $\sqrt{o + dt^2} = o + q$, c'est-à-dire, à $dt = q$. Donc cette intégrale complette sera $\sqrt{du^2+dt^2} = \frac{udt}{a} + dt = \frac{a+u}{a} \times dt$; d'où ré-

sul-

sulte $aadu^2 + aadt^2 = aadt^2 + 2audt^2 + uudt^2$, c'est-à-dire $aadu^2 = 2audt^2 + uudt^2$; ce qui donne $dt = \frac{-adu}{\sqrt{2au + uu}}$ pour l'équation de la Courbe *ARC*.

Soit presentement $\frac{xx - 2ax + aa}{2x} = u$: l'on aura $du = \frac{2xx - 2ax - xx + 2ax - aa}{2xx} \times dx = \frac{xx - aa}{2xx} \times dx$, & $2au + uu = \frac{2axx - 4aax + 2a^3}{2x} + \frac{\overline{xx - 2ax + aa}^2}{4xx} = \frac{4ax^3 - 8aaxx + 4a^3x + x^4}{4xx}$




$\frac{-4ax^3 + 4aaxx + 2aaxx - 4a^3x + a^4}{4xx} = \frac{x^4 - 2aaxx + a^4}{4xx}$, ou $\sqrt{2au + uu} = \frac{xx - aa}{2x}$. Donc $\frac{-du}{\sqrt{2au + uu}} =$

$dx$

$-\frac{dx}{x}$. Mais on vient de trouver $dt = \frac{-adu}{\sqrt{2au+uu}}$, ou $\frac{dt}{a} = \frac{-du}{\sqrt{2au+uu}}$. Donc $\frac{dt}{a} = -\frac{dx}{x}$, qui eſt une équation à une logarithmique *GLC*, dont l'aſymptote doit être *FC*, la ſoûtangente $= a$ (*AF*) & les ordonnées $LV = x$, entre leſquelles la plus grande des neceſſaires ici, doit être $GF = 2a + a\sqrt{3}$, ainſi qu'il réſulte de l'équation ſuppoſée $u = \frac{xx - 2ax + aa}{2x}$ dans le cas de *RV* ($u$) en *AF* ($a$).

Cette logarithmique ainſi poſée, la conſtruction de la Courbe cherchée *ARC* eſt facile. Car la précédente équation $u = \frac{xx - 2ax + aa}{2x}$ donnant $2x$ ($2LV$). $x - a$ (*LT*) :: $x - a$ (*LT*). $u$ (*RV*). il n'y a qu'à prendre par tout $RV = \frac{LT \times LT}{2LV}$ ſur la correſpondante *LV*, c'eſt-à-dire *RV* par tout troiſiéme proportionelle à $2LV$, *LT*; & la ligne *ARC* qui paſſera par tous les points *R* ainſi trouvez, ſera la Courbe cherchée des vîteſſes reſtantes *RV* ($u$) par raport à l'axe *FC*, & des réſiſtances totales *TR* ($r$) par raport à l'axe *AC*.

## COROLLAIRE I.

Il ſuit de cette conſtruction non-ſeulement que *LT* ($x - a$) en *GA* ($a + a\sqrt{3}$), y rend

$$RV\left(\frac{LT \times LT}{2LV}\right) = \frac{\overline{a + a\sqrt{3}}^2}{4a + 2a\sqrt{3}} = \frac{aa + 2aa\sqrt{3} + 3aa}{4a + 2a\sqrt{3}}$$

$=$

$= \frac{4aa -+ 2aa\sqrt{3}}{4a -+ 2a\sqrt{3}} = a = AF$, ainsi que le Problême l'exige ; mais aussi que l'anéantissement de $LT$ au point $C$ où la logarithmique $GLC$ rencontre $AC$, rendant $RV \left(\frac{LT \times LT}{2LV}\right) = \frac{0}{2a}$, les vitesses $RV$ $(u)$ doivent s'éteindre ici tout à fait à la fin $C$ du temps exprimé par $FC$ comprise entre $AF$ & sa parallele $CC$ : de sorte que la Courbe $ARC$ doit aller rencontrer son axe $FC$ en ce point $C$, en le touchant seulement en ce point, puisque son équation $dt = \frac{-du}{\sqrt{2au -+ uu}}$ s'y réduit à $dt = \frac{-adu}{0}$ ; au lieu que la logarithmique $GLC$ doit rencontrer $AC$ en $C$ sous un

un angle de 45. deg. son équation $\frac{dt}{a} = \frac{-dx}{x}$ s'y réduisant à $\frac{dt}{a} = \frac{-dx}{a}$.

COROLLAIRE II.

Il suit encore de la construction précédente que si l'on prend ici *GF* pour l'unité, c'est-à-dire (*Sol.*) $2a + a\sqrt{3} = 1$, ou $a\,(AF) = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$, les abscisses *FV*, *FC*, seront les logarithmes des ordonnées correspondantes *LV*, *CC*. Donc les temps écoulez *AT* ou *FV* (*t*) seront ici entr'eux comme les logarithmes des ordonnées *LV* (*x*) correspondantes; les temps *VC* à écouler (*Cor.* 1.) jusqu'à l'entiére extinction des vîtesses, aussi entr'eux comme les différences correspondantes dont ces logarithmes sont surpassez par le logarithme de *CC* (*a*); & au temps total requis depuis le commencement du mouvement jusqu'à la fin, comme ces logarithmes, ou leurs différences à celui de *CC*, sont à celui-ci.

COROLLAIRE III.

Pour trouver les espaces parcourus pendant les temps *AT* ou *FV* (*t*), il faut considérer que puisque la Solution donne $\frac{dt}{a} = \frac{-du}{\sqrt{2au+uu}}$ pour l'équation de la Courbe *ARC*, l'on aura ici $\int udt\,(ARVF) = \int \frac{-audu}{\sqrt{2au+uu}} = \int \frac{-aadu - audu}{\sqrt{2au+uu}}$

+

$+\int\frac{aadu}{\sqrt{2au+uu}} = -a\sqrt{2au+uu}+$ $+\int\frac{aadu}{\sqrt{2au+uu}}$ (*Solut.*) $= \frac{-axx+a^3}{2x} + \int\frac{aadx}{x} =$ $= \frac{-ax}{2} + \frac{a^3}{2x} + aa \times lx + q$. Mais le cas de $LV(x)$ en $GF(2a+a\sqrt{3})$ rendant $ARVF$ $=0$, & $x = 2a + a\sqrt{3}$, il réduit cette intégrale à $o = \frac{-2aa - aa\sqrt{3}}{2} + \frac{a^3}{4a+2a\sqrt{3}} + q$ $= \frac{-2aa - aa\sqrt{3} \times 2a + a\sqrt{3} + a^3}{4a+2a\sqrt{3}} + q =$ $\frac{-4a^3 - 4a^3\sqrt{3} - 3a^3 + a^3}{4a+2a\sqrt{3}} + q = \frac{-3aa - 2aa\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} +$ $q$; ce qui donne $q = \frac{3+2\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} \times aa$. Donc $ARVF$ $= -\frac{ax}{2} + \frac{a^3}{2x} + aa \times lx + \frac{3+2\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} \times aa =$ $= \frac{3+2\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} \times aa + \frac{a^3 - axx}{2x} + aa \times lx$. Mais (*Cor.* 3. *Prop. génér.*) les eſpaces parcourus pendant les temps $AT$ ou $FV$ $(t)$, ſont entr'eux comme les aires $ARVF$ correſpondantes. Donc ces mêmes eſpaces ſont auſſi entr'eux comme les grandeurs correſpondantes $\frac{3+2\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} \times aa +$ $\frac{a^3 - axx}{2x} + aa \times lx$, ou $\frac{3+2\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} \times a + \frac{aa - xx}{2x}$ $+ a \times lx$; & à l'eſpace total à parcourir pendant tous les temps $FC$ (*Corol.* 1.) à écouler juſqu'à l'entiére extinction des viteſſes, comme ces mê-

mêmes grandeurs correſpondantes ſont à $\frac{3+2\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}aa+aa\times la$, ou à $\frac{3+2\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}a+ax la$, puiſque $LV(x)$ en $CC(a)$, réduit ces grandeurs-là à celles-ci.

La même choſe ſe peut encore trouver en conſidérant ſeulement que puiſque la Solution donne $u=\frac{xx-2ax+aa}{2x}$, & $\frac{dt}{a}=-\frac{dx}{x}$, ou $dt=-\frac{adx}{x}$, l'on aura auſſi $udt=\frac{-axx+2aax-a^3}{2xx}\times dx=\frac{-adx}{2}+\frac{aadx}{x}-\frac{a^3dx}{2xx}$. Donc (en intégrant) l'on aura encore ici $\int udt\ (ARVF)=$ $=-\frac{ax}{2}+aa\times lx+\frac{a^3}{2x}+q$, comme ci-deſſus: le reſte ſe trouvera de même ici que là.

SCHOLIE I.

Puiſque la ſuppoſition de $x=\frac{xx-2ax+aa}{2x}$ faite dans la Solution précédente, donne $-aa=xx-2ax-2ux$, l'on aura $xx-2ax-2ux+\overline{a+u}^2=-aa+\overline{a+u}^2=2au+uu$, ou $x=a+u+\sqrt{2au+uu}$, & $dx=du+\frac{adu+udu}{\sqrt{2au+uu}}=\frac{a+u+\sqrt{2au+uu}}{\sqrt{2au+uu}}\times du$. Donc $\frac{du}{\sqrt{2au+uu}}=\frac{dx}{x}(Sol.)=-\frac{dt}{a}$; ce qui eſt déja l'équation tirée d'abord de la ſuppoſition préſente de $z=c-s$, ou de $\frac{-du}{c-s}=\frac{dt}{a}$. Voici pre-

presentement comment la premiére $\frac{-du}{\sqrt{2au+uu}} = \frac{dt}{a}$ des deux équations trouvées ci-dessus, & conséquemment aussi la seconde $\frac{-dx}{x} = \frac{dt}{a}$, rendront cette supposition.

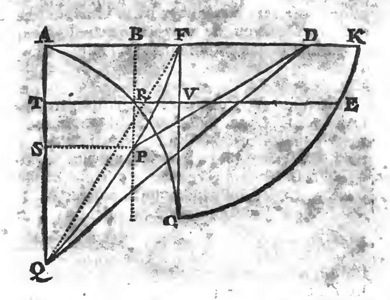
Cette premiére équation $\frac{-du}{\sqrt{2au+uu}} = \frac{dt}{a}$ donnera $du^2 = \frac{2au+uu}{aa} \times dt^2$; & $du^2 + dt^2 = \frac{2au+uu+aa}{aa} \times dt^2$: d'où résulte $\sqrt{du^2+dt^2} = \frac{a+u}{a} \times dt = dt + \frac{udt}{a}$, ou (en supposant toûjours $dt$ constante) $\frac{duddu}{\sqrt{dt^2+du^2}} = \frac{dudt}{a}$, ou bien aussi $ddu = \frac{dt}{a} \times \sqrt{du^2+dt^2} = \frac{dsdt}{a}$; & (en intégrant) $du = \frac{sdt}{a} + q$. Mais le cas de $RV(u)$ en $C$, qui rend $u=o$, rendant aussi $du$ nulle par raport à $dt$, & $s=c$; cette intégrale s'y réduira à $o = \frac{cdt}{a} + q$; ce qui donne $q = -\frac{cdt}{a}$. Donc cette intégrale complette sera $du = \frac{s-c}{a} \times dt$, ou $\frac{dt}{a} = \frac{-du}{c-s}$ (*hyp.*) $= \frac{-du}{x}$; ce qui est la supposition qu'il falloit ici retrouver.

Delà & de la premiére $\frac{-du}{\sqrt{2au+uu}} = \frac{dt}{a}$ des deux

deux équations trouvées dans la Solution précédente, on voit que $\sqrt{2au+uu}=z=c-s$, & que d'avoir supposé ici les résistances instantanées en raison des complémens $c-s$ ($RG$) de la Courbe $ARC$ des vîtesses restantes, c'est la même chose que si l'on eût supposé ces résistances en raison des racines quarrées $\sqrt{2au+uu}$ des sommes faites de ces mêmes vîtesses ($u$) & de leurs quarrez ($uu$); ce qui auroit fait encore un nouveau Problême qui d'abord auroit paru fort différent de celui-ci.

## AUTRE SOLUTION.

La construction de la Courbe $ARC$ trouvée dans la Solution précédente en transformant l'équation $dt=\frac{-adu}{\sqrt{2au+uu}}$ de cette Courbe en une équation logarithmique, peut aussi se tirer immédiatement de cette premiére équation; voici comment. Soit l'hyperbole équilatere $FPQ$, dont le centre soit $D$, le sommet $F$, & le demi axe transverse $FD=FA=a$; soit prise $FB$ pour une vîtesse restante quelconque $RV$ ($u$); soit de plus l'ordonnée $BP$ de cette hyperbole avec la droite $DP$. On trouvera ici (comme dans la Solution 1. du précédent Probl. 10.) $\int\frac{-adu}{\sqrt{2au+uu}}=-2\times\frac{FPD}{AF}+q$. Mais on vient de trouver $dt=\frac{-adu}{\sqrt{2au+uu}}$; & par conséquent aussi




aussi $t = \int \frac{-adu}{\sqrt{2au - uu}}$. Donc on aura ici $t = -2 \times \frac{FPD}{AF} + q$. Mais le cas de $RV\ (u) = AF\ (a)$, c'est-à-dire de $RV$ en $AF$, & de $BP$ en $AQ$, rendant $t\ (AT) = o$, & $FPD = FPQD$, cette intégrale s'y réduiroit à $o = -2 \times \frac{FPQD}{AF} + q$, d'où résulte $q = 2 \times \frac{FPQD}{AF}$. Donc on aura ici $t = -2 \times \frac{FPD}{AF} + 2 \times \frac{FPQD}{AF} = 2 \times \frac{DPQ}{AF}$ pour cette intégrale complete. Donc aussi en prenant $AT\ (t) = 2 \times \frac{DPQ}{AF}$, & en faisant $TV$ parallele à $AF$, le point $R$ où cette parallele rencontrera $BP$ prolongée juf-

jusqu'à elle, sera un de ceux de la Courbe cherchée *ARC*, dont on voit que la construction dépend de la quadrature de l'hyperbole.

## COROLLAIRE IV.

Il suit de cette construction que les temps écoulez *AT* ($t$) ou *FV*, sont par tout ici comme les aires hyperboliques *DPQ* correspondantes ; & que ce qu'il en reste (*VC*) à écouler jusqu'à l'entiére extinction des vîtesses, est toûjours comme l'aire hyperbolique restante *DPF*, l'extinction des vîtesses se devant faire au point *C* de $FC = 2 \times \frac{FPQD}{AF}$, que la Courbe *ARC* doit toucher en ce point, ainsi qu'on l'a vû dans le Corol. 1.

## COROLLAIRE V.

Pour trouver encore ici les espaces déja trouvez dans le Corol. 3. il faut considérer que ces espaces parcourus pendant les temps *AT* ou *FV* ($t$), sont (*Cor. 3. Prop. génér.*) comme les aires correspondantes *ARVF*. Mais l'équation $dt = \frac{-adu}{\sqrt{2au+uu}}$ qu'on vient de trouver (*Sol. 1.*) de la Courbe *ARC*, donne ces aires *ARVF* ($\int u\,dt$) $\int -\frac{audu}{\sqrt{2au+uu}} = -\int \frac{aadu+audu}{\sqrt{2au+uu}} + \int \frac{aadu}{\sqrt{2au+uu}}$ $= -a\sqrt{2au+uu} + \int \frac{aadu}{\sqrt{2au+uu}} + q$ (l'hyperbole *FPQ* donnant $BP = \sqrt{2au+uu}$, & $\int \frac{aadu}{\sqrt{2au+uu}}$

$\int \frac{aadu}{\sqrt{2au+uu}} = 2a \times \frac{FPD}{AF}) = -a \times BP + 2a \times \frac{FPD}{AF} + q = 2 \times FPD - AF \times BP + q.$ Mais le cas de *R* en *A* réduisant cette équation à $o = 2 \times FPQD - AF \times AQ + q$, donne $q = AF \times AQ - 2 \times FPQD$. Donc l'aire complette $ARVF = AF \times AQ - AF \times BP + 2 \times FPD - 2 \times FPQD$ (soit *PS* parallele à *FA*) $= AF \times SQ - 2 \times DPQ$. Donc aussi les espaces parcourus pendant les temps *AT* (*t*) doivent être ici entr'eux comme les grandeurs $AF \times SQ - 2 \times DPQ$ correspondantes; & à tout l'espace parcouru jusqu'à l'entiére extinction des vîtesses :: *ARVF*. *ARCF* :: $AF \times SQ - 2 \times DPQ$. $AF \times AQ - 2 \times FPQD$ (à cause que $AD = 2AF$ rend $AF \times AQ =$ triangle $AQD = 2 \times$ triangles *FQD* en tirant la corde *FQ*) :: $AF \times SQ - 2 \times DPQ$. 2 triangles $FQD - 2$ secteurs *FPQD* :: $AF \times SQ - 2$ secteurs *DPQ*. 1 segments *FPQF*.

On voit aussi delà que l'aire entiére *ARCF* de la Courbe *ARC*, est ici double du segment hyperbolique *FPQF*.

## SCHOLIE II.

Suivant l'équation donnée $z = c - s$, l'on aura ici $dz = -ds = -\sqrt{du^2 + dt^2}$, ou $dz^2 = du^2 + dt^2$ (à cause de l'équation $dt = \frac{-adu}{\sqrt{2au+uu}}$ trouvée dans la Solution premiére) $= du^2 + \frac{aadu^2}{2au+uu} = \frac{2au+uu+aa}{2au+uu} \times du^2$, c'est-à-di-

à-dire, $dz = \frac{a+u}{\sqrt{2au+uu}} \times du$ positive, à cause que $z$ & $u$ croissant alternativement chacune avec $s$ ($AR$), croissent ou décroissent toûjours ensemble. Donc (en intégrant) $z = \sqrt{2au+uu} + q$. Mais le cas de $R$ en $C$, rendant $RV$ ($u$) $= o$, $AR$ ($s$) $= ARC$ ($c$), & conséquemment aussi $z$ ($c - s$) $= c - c = o$; cette intégrale $z = \sqrt{2au+uu} + q$ s'y réduit à $o = o + q$. Donc on aura seulement ici $z$ ($VE$) $= \sqrt{2au+uu} = BP$, ainsi qu'on l'a déja trouvé dans le Scholie 1. Donc aussi en prenant par tout $VE = BP$ correspondante, la Courbe $KEC$ passera par tous les points $E$ ainsi trouvez. D'où l'on voit,

2°. Que $VE$ en $C$, rendant $BP = o$, l'on y aura aussi $VE = o$. Ainsi la Courbe $KEC$ doit passer par le point $C$ de $FC$ (*Corol.* 4.) $= 2 \times \frac{FPQD}{AF}$.

3°. $R$ en $A$, rendant $BP = AQ$, & $V$ en $F$, l'on y aura aussi l'ordonnée $FK = AQ = a\sqrt{3}$ $= AF \times \sqrt{3}$.

3°. Puisque $c - s = z = \sqrt{2au+uu} = BP$, l'on aura aussi $s = c - BP$, c'est-à-dire $AR = ARC - BP = AR + RC - BP$; ce qui donne l'arc $RC = BP$ correspondante; & par conséquent la Courbe entiére $ARC = AQ = AF \times \sqrt{3}$.

Cela se peut encore démontrer autrement. Car puisque $ds^2 = du^2 + dt^2$ (à cause de $dt = -adu$

$\frac{-adu}{\sqrt{2au+uu}}$ trouvée dans la Sol. 1.) $=du^2+\frac{aadu^2}{2au+uu}=\frac{aa+2au+uu}{2au+uu}\times du^2$, l'on aura auſſi $ds=\frac{a+u}{\sqrt{2au+uu}}\times -du$. Donc (en intégrant) $s=-\sqrt{2au+uu}+q$. Mais le cas de $R$ en $C$, donnant $RV$ $(u)=o$, & $AR$ $(s)=ARC$ $(c)$, réduit cette intégrale à $c=o+q$. Donc cette intégrale complette ſera $s(AR)=c-\sqrt{2au+uu}$ $=ARC-BP$, comme ci-deſſus.

4°. Puiſque $z=\sqrt{2au+uu}$, l'équation $dt=\frac{-adu}{\sqrt{2au+uu}}$ trouvée dans la Solution premiére pour la Courbe $ARC$, rendra $dt=\frac{-adu}{z}$, ou $\frac{-du}{z}=\frac{dt}{a}$, qui eſt l'équation générale qui a donné celle-là dans la preſente hypothêſe de $z=c-s$ déja retrouvée par ſon moyen dans la Scholie 1. D'où l'on voit encore que la Courbe $ARC$ trouvée ci-deſſus, eſt effectivement celle de cette hypothêſe.

## PROBLÊME XII.

*Trouver la Courbe* ARC, *&c. dans l'hypothêſe des réſiſtances inſtantanées en raiſon composée des vîteſſes reſtantes de primitivement uniformes, & des élémens correſpondans de cette Courbe.*

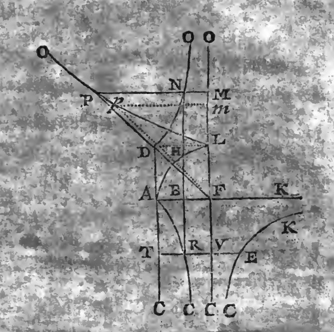
SOLUTION.

Soit encore ſon arc $AR = s$. Cette hypothèſe des réſiſtances donnera $z = \frac{uds}{dt}$, en faiſant toûjours $dt$ conſtante, & changera l'équation $\frac{-du}{z} = \frac{dt}{a}$ du Corol. 7. de la Prop. génér. en $\frac{-du}{uds} = \frac{1}{a}$ ; ce qui donne $-adu = uds = u \sqrt{du^2 + dt^2}$, ou $aadu^2 = uudu^2 + uudt^2$ ; d'où réſulte $dt = \frac{-du}{u} \times \sqrt{aa - uu}$ pour l'équation cherchée de la Courbe $ARC$.

Cela étant, l'on aura auſſi $dt = \frac{-aadu + uudu}{a\sqrt{aa - uu}}$ $= \frac{-aadu}{u\sqrt{aa - uu}} + \frac{udu}{\sqrt{aa - uu}}$. Soit preſentement $\frac{aa}{x} = u$, & par conſéquent $\frac{aadx}{xx} = -du$. L'on aura $\frac{-aadu}{u\sqrt{aa - uu}} = \frac{aadx}{x\sqrt{aa - \frac{a^4}{xx}}} = \frac{adx}{\sqrt{xx - aa}}$.

Donc $dt = \frac{udu}{\sqrt{aa - uu}} + \frac{adx}{\sqrt{xx - aa}}$ ; & (en intégrant) $t = \sqrt{aa - uu} + \int \frac{adx}{\sqrt{xx - aa}} + q$.

Pour




Pour trouver l'intégrale $\int \frac{adx}{\sqrt{xx - aa}}$, soit par l'angle $D$ du quarré $AFLD$, entre les asymptotes orthogonales $FA$, $FO$, l'hyperbole équilatere $DNO$, que $BN$ parallele à $FO$, rencontre en $N$. Ensuite du centre $F$ par $L$ sur l'axe $FO$, soit encore l'hyperbole équilatere $LPO$, que $MP$ tirée par $N$ parallelement à $FA$, rencontre en $P$. Enfin du centre $F$ par les extrémitez $P$, $p$, de l'élément $Pp$ de cette hyperbole, soient les droites $FP$*, $Fp$, avec l'ordonnée $pm$ parallele à $PM$.

Cela fait, l'hyperbole $DNO$ donnera $BN =$ $AF$



* *C'est un hazard que* FP *passe ici par* D, *cela n'étant point necessaire.*

$\frac{AF \times AD}{BF}$ (en prenant $BF$ pour $u$, & toûjours $AF=a$) $=\frac{aa}{u}$. Mais la précédente hypothêse de $\frac{aa}{x}=u$, donne auffi $x=\frac{aa}{u}$. Donc $BN=x$. Par conféquent ayant (*hyp.*) $LF=FA=a$, l'hyperbole $LPO$ donnera $MP=\sqrt{xx-aa}$. Donc le triangle rectiligne rectangle $FMP=\frac{x}{2}\sqrt{xx-aa}$. Par conféquent fa différence $MPpm+PFp=\frac{dx}{2}\sqrt{xx-aa}+\frac{xxdx}{2\sqrt{xx-aa}}$ $=dx\sqrt{xx-aa}+\frac{xxdx}{2\sqrt{xx-aa}}-\frac{dx}{2}\sqrt{xx-aa}$. Mais $MPpm=dx\sqrt{xx-aa}$. Donc $PFp$ $=\frac{xxdx}{2\sqrt{xx-aa}}-\frac{dx}{2}\times\sqrt{xx-aa}=\frac{aadx}{2\sqrt{xx-aa}}$, ou $\frac{adx}{\sqrt{xx-aa}}=\frac{2}{a}\times PFp$. Ainfi en intégrant l'on aura $\int\frac{adx}{\sqrt{xx-aa}}=\frac{2}{a}\times PLF=2\times\frac{PLF}{AF}$.

Mais nous avions ci-deffus $t=\sqrt{aa-uu}+\int\frac{adx}{\sqrt{xx-aa}}+q$. Donc on aura ici $t=$

$\sqrt{aa-uu}$

$\sqrt{aa - uu} + 2 \times \frac{PLF}{AF} + q$. De ſorte que ſi du centre $F$, & du rayon $FA$, on fait le quart de cercle $AHL$ qui rencontre $BN$ en $H$, cette conſtruction donnant $BH = \sqrt{aa - uu}$, l'on aura auſſi $t = BH + 2 \times \frac{PLF}{AF} + q$. Mais le cas de $RV(u)$ en $AF(a)$, qui rendant $AT$ ou $FV$ $(t) = o$, & $BH = o = 2 \times \frac{PLF}{AF}$, réduit cette intégrale à $o = o + o + q$. Donc cette intégrale complette ſera $t = BH + 2 \times \frac{PLF}{AF}$. D'où l'on voit que ſi l'on prend par tout $AT$ ou $FV(t)$ de cette valeur, ayant déja (*hyp.*) $BF = u$, l'angle $R$ du rectangle $BV$, ſera un des points de la Courbe cherchée $ARC$; & ainſi de ſes autres points à l'infini. D'où l'on voit auſſi,

COROLLAIRE I.

Que le ſecteur hyperbolique $PLF$ augmentant à l'infini avec $BN$, le temps $AT$ ou $FV$ $(t)$ doit auſſi augmenter ſans fin, & l'aſymptote $OFC$ de l'hyperbole $DNO$, en être auſſi une de la Courbe $ARC$. D'où il ſuit que les vîteſſes $RV(u)$ ne s'éteindroient jamais ici.

COROLLAIRE II.

Pour ce qui eſt des eſpaces parcourus pendant les temps $AT$ ou $FV(t)$, on voit auſſi (*Cor. 3. Prop. génér.*) qu'ils devroient être ici

 com-

comme les aires correſpondantes *ARVF* ($\int udt$). Mais l'équation $dt = \frac{-du}{u}\sqrt{aa-uu}$ trouvée ci-deſſus pour la Courbe *ARC*, donne $\int udt$ $(ARVF) = \int -du\sqrt{aa-uu} = -LHBF + q$; & le cas de *RV* en *AF*, qui rend $ARVF = 0$, & $LHBF = LHAF$, réduiſant cette intégrale à $0 = -LHAF + q$, & rendant par-là $q = LHAF$, donne $ARVF = LHAF - LHBF = ABH$ pour cette intégrale complette. Donc les eſpaces parcourus pendant les temps *AT* ou *FV* ($t$) ſeront ici entr'eux comme les aires circulaires *ABH* correſpondantes ; & à tout ce qui s'en pourroit ici parcourir pendant un temps infini *AC* ou *FC*, comme ces aires correſpondantes *ABH* ſont à l'aire totale du quart de cercle *AHLF*. D'où l'on voit que cet eſpace total ne pourroit jamais être que fini, quoiqu'il fallût un temps infini pour le parcourir.

## AUTRE SOLUTION.

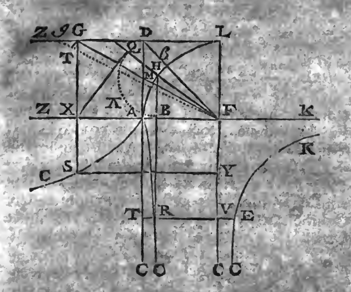
Pour ſe paſſer preſentement des hyperboles *LPO*, *DNO*, ſoit $u = \frac{2aay}{yy+aa}$ : l'on aura $aa - uu = aa - \frac{4a^4yy}{\overline{yy+aa}^2} = \frac{aay^4 + 2a^4yy + a^6 - 4a^4yy}{\overline{yy+aa}^2} = \frac{aay^4 - 2a^4yy + a^6}{\overline{yy+aa}^2}$, ou $\sqrt{aa-uu} = \frac{ayy - a^3}{yy+aa}$;

& $du = \frac{\overline{yy+aa} \times 2aady - 4aayydy}{\overline{yy+aa}^2} = \frac{2a^4 - 2aayy}{\overline{yy+aa}^2} \times dy$.

Donc

Donc $\frac{-aadu}{u\sqrt{aa-uu}} = \frac{aa}{2aay} \times \frac{-2a^4+2aayy}{ayy-a^3} \times dy = \frac{ady}{y}$. Mais (*Sol.* 1.) $dt = \frac{udu}{\sqrt{aa-uu}} - \frac{aadu}{u\sqrt{aa-uu}}$.

Donc $dt = \frac{udu}{\sqrt{aa-uu}} + \frac{ady}{y}$. Donc auſſi en prenant $a=1$, $t=\sqrt{aa-uu}+a\times ly$. Mais la ſuppoſition précédente de $u = \frac{2aay}{yy+aa}$ donne $y = \frac{aa+a\sqrt{aa-uu}}{u}$ : De ſorte que ſi par le point *H*, dans lequel *RH* parallele à *VL*, rencontre le quart de cercle *AHL* décrit du centre *F* par *A*, on mene la droite *FQ* rencontrée en *Q* par un arc de cercle *BπQ* décrit du centre *H* par le point *B* dans lequel *RH* rencontre *AF* ; que du point *Q* l'on tire *QX* perpendiculaire ſur *FQ*, & qui rencontre en *X* la droite *FA* indéfiniment prolongée du côté de *Z* : l'on aura non-ſeulement $HB = \sqrt{aa-uu}$ en prenant *FB* pour $u$; mais encore $FB\ (u).\ FH\ (a) :: FQ\ (a+\sqrt{aa-uu}).\ FX = \frac{aa+a\sqrt{aa-uu}}{u} = y$. Donc $t = HB + a \times lFX$. Mais ſi par le point *A* l'on imagine une logarithmique *ASC*, dont l'aſymptote ſoit *FC*, de laquelle elle s'écarte du côté de *C*, & dont l'ordonnée *AF* ($a$) ſoit priſe pour l'unité; ſon ordonnée *SY* ($y$) tirée du point *S* où cette logarithmique eſt rencontrée par *XS* parallele à *FC*, aura *FY* pour ſon logarithme : de ſorte que ſi l'on prend $YV = HB$, l'on aura $FV = HB + lFX$




$=t$. Donc ayant déja (*hyp.*) $FB = u$, si l'on fait le rectangle *VFBR*, son angle *R* sera un des points de la Courbe cherchée *ARC* des vîtesses restantes ($u$); & ainsi de ses autres points à l'infini.

COROLLAIRE III.

Puisque $u$ ($RV$) $= \frac{2aay}{yy + aa}$ il est manifeste que lorsque $SY$ ($y$) sera en $AF$ ($a$), l'on aura $RV$ ($u$) $= \frac{2a^3}{aa + aa} = a$, ainsi que l'exige le Problême.

C c-

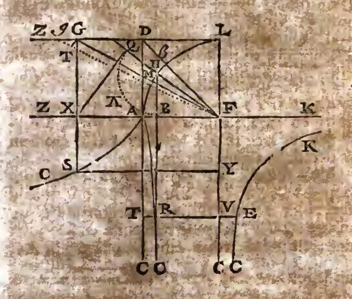
## COROLLAIRE IV.

Et lorſque *SY* ($y$) ſera infinie, l'on aura *RV* ($u$) $= \frac{2aay}{yy} = \frac{2aa}{y} = o$, la grandeur finie $a$ étant alors nulle par rapport à $y$. D'où l'on voit que *FY* logarithme de *SY*, & par conſéquent le temps *FV*($t$) $=$ *HB* $+$ *FY*, étant auſſi pour lors infini, il faudra ici un temps infini pour l'entiére extinction des vîteſſes *RV* ($u$) : de ſorte que l'on aura encore ici *FC* pour une aſymptote de leur Courbe *ARC*, ainſi qu'on l'a déja vû dans le Corol. 1.

## COROLLAIRE V.

Pour avoir préſentement ici les eſpaces déja trouvez dans le Corol. 2. c'eſt-à-dire, les eſpaces parcourus pendant les temps *AT* ou *FV* ($t$), il faut conſidérer que puiſque la précédeute Solut. 2. donne $u = \frac{2aay}{yy + aa}$, & $dt = \frac{udu}{\sqrt{aa - uu}} + \frac{ady}{y}$, l'on aura ici $udt = \frac{uudu}{\sqrt{aa - uu}} + \frac{2a^3dy}{yy + aa}$. Mais $\frac{uudu}{\sqrt{aa - uu}} = \frac{u^3du}{\sqrt{aauu - u^4}} = \frac{1}{2} \times \frac{-aaudu + 2u^3du}{\sqrt{aauu - u^4}} + \frac{1}{2} \times \frac{aadu}{\sqrt{aa - uu}}$. Donc $udt = \frac{1}{2} \times \frac{-aaddu + 2u^3du}{\sqrt{aauu - u^4}} + \frac{1}{2} \times \frac{aadu}{\sqrt{aa - uu}} + \frac{2a^3dy}{yy + aa}$. Mais (*Solut.* 2.) $du = \frac{aa^4 - 2aayy}{\overline{yy + aa}^2} \times dy$, & $\sqrt{aa - uu} = \frac{ayy - a^3}{yy + aa}$;

ce qui donne $\frac{1}{2} \times \frac{aadu}{\sqrt{aa - uu}} = \frac{aa}{2} \times \frac{2a^4 - 2aayy}{\overline{yy + aa} \times \overline{ayy - a^3}}$ $\times dy = \frac{a^3dy}{yy + aa} \times \frac{aa - yy}{yy - aa} = - \frac{a^3dy}{yy + aa}$. Donc $udt$ $= \frac{1}{2} \times \frac{- aaudu + 2u^3du}{\sqrt{aauu - u^4}} + \frac{a^3dy}{yy + aa}$.




Mais si l'on fait $LZ$ parallele à $FZ$, & qui soit rencontrée en $G$ par $SX$ prolongée de ce côté-là ; qu'on mene les droites $FG$, $Fg$, infiniment proches l'une de l'autre, lesquelles rencontrent $LZ$ en $G$, $g$, & le quart de cercle $AHL$ en $M$, $m$ ; & que du centre $F$ par $G$, l'on fasse l'arc de cercle $GI$, lequel rencontre $Fg$ en $I$ : les triangles semblables $GLF$, $gIG$, donneront $FG$ $(\sqrt{aa + yy})$. $FL$ $(a)$ :: $Gg$ $(dy)$. $GI$ =

$= \frac{ady}{\sqrt{aa+yy}}$. Et les secteurs semblables *GFI*, *MFm*, donneront pareillement $FG (\sqrt{aa+yy})$. $FM (a) :: GI \left(\frac{ady}{\sqrt{aa+yy}}\right)$. $Mm = \frac{aady}{aa+yy}$. D'où résulte $\frac{a^3dy}{yy+aa} = a \times Mm$. Donc $udt = \frac{1}{2} \times \frac{-aaudu + 2u^3du}{\sqrt{aauu-u^4}} + a \times Mm$, de qui l'intégrale est $\int udt\ (ARVF) = -\frac{1}{2} \times \sqrt{aauu-u^4} - a \times AM + q$, en faisant aussi $a \times AM$ négative, à cause que les arcs *AM* & les aires *ARVF* croissent & décroissent alternativement.

Mais le cas de *RV* (*u*) en *AF* (*a*), qui confond les points *R*, *T*, *B*, *H*, *Q*, *X*, *S*, dans le seul point *A*, & *FG* avec la diagonale *FD* du quarré *ADLF*, laquelle rencontre en β le quart de cercle *AHL* inscrit dans ce quarré ; ce cas, dis-je, rendant $ARVF = o$, $\sqrt{aauu-u^4} = o$, & $AM = A\beta$, réduira la précédente intégrale à $o = o - a \times A\beta + q$ ; ce qui donne $q = a \times A\beta$. Donc cette intégrale complette sera $ARVF = -\frac{1}{2} \sqrt{aauu-u^4} - a \times AM + a \times A\beta = -\frac{u}{2} \sqrt{aa-uu} + a \times \beta M = -$ triang. $HBF + 2$. sect. $\beta FM$. Donc aussi (*Corol.* 3. *Prop. génér.*) les espaces parcourus pendant les temps *AT* ou *FV* (*t*), doivent être ici entr'eux comme les grandeurs correspondantes $2 \times \beta FM - HBF$ ; & à tout ce qui s'en pourroit parcourir ici pendant un

 temps

temps infini $AC$ ou $FC$, comme ces grandeurs correſpondantes ſont à $2 \times \beta\, FA$, c'eſt-à-dire, à l'aire entiére du quart de cercle $FAHL$. D'où l'on voit que tout ce qui ſe pourroit ici parcourir d'eſpace, même pendant un temps infini, ne feroit encore que fini, ainſi qu'on l'a déja vû dans le Cor. 2.

### COROLLAIRE VI.

Il ſuit de ce Corol. 2. & du précédent Corol. 5. que les aires circulaires $ABH$ doivent toûjours être ici égales aux grandeurs $2\beta\, FMHBF$ correſpondantes.

### SCHOLIE.

La preſente hypothêſe des réſiſtances donnant $z = \frac{uds}{dt} = \frac{u}{dt}\sqrt{du^2 + dt^2}$, ou $uudu^2 + uudt^2 = zzdt^2$, l'on aura ici $-udu = dt\sqrt{zz - uu}$. Mais l'équation $dt = \frac{-du}{u}\sqrt{aa - uu}$ trouvée ci-deſſus (*Solut.* 1.) pour celle de la Courbe $ARC$, donne auſſi $-udu = \frac{uudt}{\sqrt{aa - uu}}$. Donc $\frac{uudt}{\sqrt{aa - uu}} = dt\sqrt{zz - uu}$, ou $uu = \sqrt{aa - uu} \times \sqrt{zz - uu} = \sqrt{aazz - aauu - zzuu + u^4}$ ou bien auſſi $u^4 = auzz - aauu - zzuu + u^4$; d'où réſulte $uu = \frac{aazz}{aa + zz}$, $udu =$

=

$$= \frac{\overline{aa+zz} \times aazdz - aaz^3dz}{\overline{aa+zz}^2} = \frac{a^4z + aaz^3 - aaz^3}{\overline{aa+zz}^2}$$

$\times dz = \frac{a^4zdz}{\overline{aa+zz}^2}$. Donc en substituant ces valeurs de $uu$, $udu$, dans la précédente équation $-udu = dt\sqrt{zz-uu}$, elle se changera en $\frac{-a^4zdz}{\overline{aa+zz}^2} = dt\sqrt{zz - \frac{aazz}{aa+zz}} = \frac{dt\sqrt{aazz+z^4-aazz}}{\sqrt{aa+zz}}$ $= \frac{zzdt}{\sqrt{aa+zz}}$, ou en $dt = \frac{-a^4dz\sqrt{aa+zz}}{z \times \overline{aa+zz}^2}$ $= \frac{-a^4dz}{z\sqrt{\overline{aa+zz}^3}}$, qui sera celle de la Courbe *KEC*. Delà,

1°. L'équation $uu = \frac{aazz}{aa+zz}$ qu'on vient de trouver, fait voir que lorsque *RV* ($u$) en *AF* ($a$), rendra $u = a$, $z$ (*VE*) sera infinie, & que cette $z$ (*VE*) ne sera zero que lorsque *RV* ($u$) sera nulle, c'est-à-dire seulement (*Corol.* 1.) à une distance infinie de *AF* du côté de *C*. D'où il suit que la Courbe *KEC* aura *FC*, & *AF* prolongée du côté de *K*, pour asymptotes.

2°. La même équation $uu = \frac{aazz}{aa+zz}$ donnant $\frac{au}{\sqrt{aa-uu}} = z$ (*hyp.*) $= \frac{uds}{dt}$, on voit aussi que d'avoir supposé ci-dessus les resistances instantanées en raison composée des vîtesses restantes ($u$) & des élémens correspondans ($ds$) de

de la Courbe *ARC*, c'eſt la même choſe que ſi l'on eût ſuppoſé ces réſiſtances en raiſon des quotiens réſultans chacun du produit correſpondant ($au$) de la vîteſſe primitive ($a$) par chaque reſtante ($u$) diviſé par la racine quarrée de la différence ($\sqrt{aa-uu}$) des quarrez de ces vîteſſes, c'eſt-à-dire en raiſon des rapports correſpondans des vîteſſes reſtantes à ces racines quarrées; ce qui d'abord auroit encore paru un Problême tout différent de celui-ci.

3°. De ce que (*nomb.* 2.) $\frac{au}{\sqrt{aa-uu}} = \frac{uds}{dt}$, il eſt manifeſte que les élémens ($ds$) de la Courbe *ARC* des vîteſſes reſtantes, doivent être par tout ici en raiſon réciproque des racines quarrées ($\sqrt{aa-uu}$) des différences dont le quarré de chacune de ces vîteſſes reſtantes ($u$) eſt ſurpaſſé par le quarré de la primitive ($a$), $dt$ étant conſtante.

4°. Puiſque (*nomb.* 2.) $z = \frac{au}{\sqrt{aa-uu}}$, l'on aura auſſi $\frac{\sqrt{aa-uu}}{u} = \frac{a}{z}$ (*hyp.*) $= \frac{adt}{uds}$. Donc l'équation $dt = \frac{-du}{u} \times \sqrt{aa-uu}$ trouvée dans la Solution 1. pour celle de la Courbe *ARC*, rendra ici $dt = \frac{-adu}{z} = \frac{-adtdu}{uds}$, ou $\frac{dt}{a} = \frac{-du}{z} = \frac{-dtdu}{uds}$, ou bien auſſi $\frac{1}{a} \frac{-du}{uds}$ qui eſt l'hypothêſe elle-même qui avoit donné cette équation-là.

*Tous ces Problêmes fourniſſent, ce me ſemble, aſſez*

*assez d'exemples de la Proposition générale pour en faire voir l'étendue & l'usage dans la recherche des mouvemens primitivement uniformes, retardez par des résistances quelconques des milieux où ils se font. Ainsi il ne reste plus qu'à en faire voir aussi l'usage dans la recherche des mouvemens primitivement variez, & retardez par de pareilles résistances. Mais ce Mémoire n'étant déja que trop long, ce sera pour un autre dans lequel on verra contre le sentiment de quelques Philosophes, que les mouvemens primitivement accélérez à la maniére de* Galilée, *desquels il est parlé au commencement de ce Mémoire-ci, ne sauroient jamais être réduits à d'uniformes par les résistances qu'on y a marquées, c'est-à-dire, à ne plus s'accélérer du tout dans les hypothéses qu'on fait d'ordinaire de ces résistances, quelque vrai-semblables que soient ces hypothéses.*

## REMARQUE.

Si l'on prend $p$ pour la pesanteur du corps mû, $q$ pour celle d'un pareil volume du fluide ou milieu dans lequel il est mû, & le reste comme dans la précédente Proposition générale; l'équation $\frac{pdr \mp qdv}{pz} = \frac{dt}{a}$ sera encore une Regle générale des résistances des fluides ou milieux à traverser, laquelle se démontrera à peu près de même que celle de cette Proposition: Les suites en paroîtront aussi à leur tour.

DES

# DES FORCES CENTRIPETES ET CENTRIFUGES,

*Considerées en général dans toutes sortes de Courbes, & en particulier dans le Cercle.*

PAR M. BOMIE.

* MR. HUYGENS est le premier, que je sache, qui nous ait donné l'idée des Forces Centripetes ou Centrifuges, dans son excellent Livre de *Horologio oscillatorio.* M. *Newton* après lui a traité de ces Forces plus à fond. Après eux M. *Varignon* a donné des Methodes infiniment générales sur cette matiere dans différentes Pieces répandues dans les Mémoires de cette Academie.

Le nouveau Systême, ou la nouvelle Explication du mouvement des Planetes est entierement fondée sur cette idée, & c'est la considération de ces sortes de Forces, qui donne occasion à l'Auteur de ce Livre, d'expliquer les mouvemens des corps celestes d'une maniere fort ingenieuse.

M. *Newton* dans son Livre de *Principiis Mathematicis Philosophiæ naturalis* Livre 1. Section 2. Theorême 4. démontre le raport des Forces Centripetes dans deux cercles differens. Comme il m'a paru que cette démonstration avoit beau-

* 3. Août 1707.

beaucoup de raport avec le principe fondamental du nouveau Syſtême dont je viens de parler, & que d'ailleurs le Theorême de M. *Newton* & le principe fondamental de M. *Villemot* ſont d'une grande conſéquence & dans la Phyſique & dans l'Aſtronomie, j'ai cru qu'on verroit avec plaiſir ces deux Propoſitions déduites fort naturellement d'une Propoſition beaucoup plus génerale, & beaucoup plus ſimple.

Comme tout ce que je dois démontrer roule ſur les Forces Centripetes ou Centrifuges, il ne ſera pas inutile d'en donner une notion diſtincte.

Si l'on ſuppoſe qu'un corps ſe meut ſur la circonference d'un cercle, c'eſt-à-dire ſur un polygone d'une infinité de côtez: Il eſt évident que ce corps décrira à chaque inſtant un de ces petits côtez, & que par conſéquent ce corps tendra dans tous les inſtans à s'échaper ſuivant la direction de ces petits côtez; de cet effort il en réſulte neceſſairement un autre qui eſt celui de s'éloigner du centre, & c'eſt cet effort réſultant qu'on appelle Force Centrifuge.

Si l'on conçoit à preſent une force continuellement appliquée à ce corps qui à chaque inſtant l'oblige à ſe détourner, & à parcourir par ces détours infinis la circonference du cercle, cette force ainſi appliquée continuellement s'appelle Force Centripete.

Il ſuit de ces deux notions, qu'on peut prendre indifferemment de la Force Centripete pour la Force Centrifuge, & réciproquement; puiſque ces deux forces ſont toûjours égales entr'elles.

La notion que je viens de donner de ces ſortes de forces ſe peut entendre des Forces Centri-

tripetes, ou Centrifuges considerées dans toutes sortes de lignes courbes; & je ne l'ai expliquée dans le cercle, que parce qu'étant plus connu, il m'a paru le plus propre à fixer l'imagination dans cette sorte de matiere.

Ayant ainsi défini les Forces Centripetes ou Centrifuges, je démontre cette Proposition générale.

## PROPOSITION GENERALE.

Si un corps roule sur une ligne courbe quelconque *APG* *, ensorte que cherchant continuellement à s'échaper par la tangente infiniment petite *PQ*, il soit obligé de décrire la portion infiniment petite *PG* de la ligne courbe par une force quelconque tendante au centre *C* pris à volonté; je dis que la Force Centripete que j'appelle (*f*) sera toûjours à une quantité constante (*a*), comme la petite ligne *GQ* au quarré du temps.

### REMARQUE.

Les temps peuvent toûjours être exprimez par les secteurs infiniment petits *PCG*, c'est-à-dire par $PC \times GH$, ou bien ayant continué la tangente infiniment petite *PQ*, & abaissé du centre *C* la perpendiculaire *CS* par $PQ \times CS = PG \times CS$.

### SUPPOSITION PREMIERE.

Je suppose pour cette démonstration que les effets sont proportionnez à leurs causes, c'est-à dire que si une certaine force cause un mouvement

* FIG. II.

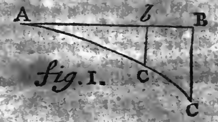
ment comme ($m$), le double de cette force causera ($2m$), le triple ($3m$) &c. & cela ſuivant la direction de cette force.

SUPPOSITION SECONDE.

Je ſuppoſe en ſecond lieu que les eſpaces infiniment petits parcourus par une force conſtante & conſtamment appliquée, ſont entr'eux comme les quarrez des temps.

DÉMONSTRATION.

Si un corps ſe meut ſuivant la ligne $AB$, & qu'une force conſtante & conſtamment appli-

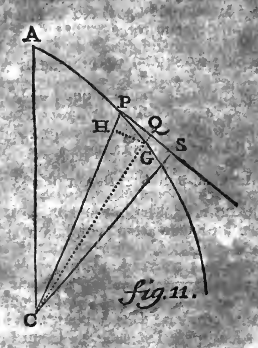



quée oblige ce corps à parcourir les eſpaces infiniment petits $Abc$, $ABC$, dans des temps exprimez par les lignes $Ab$, $AB$; ces petits eſpaces $Abc$, $ABC$ pouvant paſſer pour des triangles rectilignes & ſemblables, ſeront entr'eux comme $Ab^2$ à $AB^2$. *Ce qu'il falloit trouver.*

Ceci étant ſuppoſé, je démontre la Propoſition générale.

DÉMONSTRATION.

Il eſt clair que la petite ligne $GQ$ dans un temps déterminé, eſt comme la force Centripete




pete ($f$) (par la premiere Suppoſition). Mais ($f$) étant déterminée, la même ligne eſt comme le quarré du temps (par la ſeconde Suppoſition); c'eſt-à-dire, ſi on appelle le temps ($t$) & ($dt$) un inſtant comme ($dt^2$); donc ſi la force & le temps ſont indéterminées, $QG$ ſera comme le produit de la force par le quarré du temps, c'eſt-à-dire comme $fdt^2$. donc $GQ : fdt^2$ donc $\frac{GQ}{f} : dt^2$. donc $\frac{a}{f} : \frac{dt^2}{GQ}$. donc $f : a :: GQ : dt^2$. Mais $dt^2 = CP^2 \times GH^2 = PG^2 \times CS^2$. donc $f : a :: GQ : CP^2 \times GH^2$, ou $PG \times CS^2$. *Ce qu'il falloit démontrer.*

C o-

COROLLAIRE.

Il ſuit des deux Suppoſitions que les eſpaces parcourus avec des forces conſtantes & continuellement appliquées, ſont comme le produit de ces forces & des quarrez des temps.

Cette Propoſition eſt générale, & peut s'étendre à toutes les Courbes, en connoiſſant le raport de tous leurs points au centre *C*.

Il eſt clair que ſi on ſuppoſe la Courbe toûjours concave du même côté, & le point *C* hors de cette Courbe, la Force Centripete ſe changera en Centrifuge.

Donc dans les Courbes qui ſont tantôt concaves & tantôt convexes du même côté, la petite ligne *GQ* où la Force centripete devient égale à zero ou à l'infini dans le point d'inflexion, c'eſt-à-dire dans le point dans lequel la Force Centripete ſe change en Centrifuge, & réciproquement.

Si *C* eſt un foyer de quelque Section Conique, comme le raport de tous les points de la Section au foyer *C* eſt aiſé à connoître, il ſera auſſi facile de déterminer dans tous les points la Force Centripete qui tend à ce foyer.

Mais comme mon but principal eſt de parler de ces ſortes de forces conſiderées dans le cercle, je me contenterai d'y appliquer la Propoſition générale après que je l'aurai déterminée d'une maniere plus ſimple par raport à cette Courbe.

Pour la démonſtration des Forces Centripetes & Centrifuges conſidérées particulierement dans le cercle, j'ai beſoin d'un Lemme, & d'une Définition connue de tout le monde.

LEM-

## LEMME.

Soit un cercle $AFM$ son diametre quelconque $AD$, si l'on prend l'arc $AF$ infiniment petit, & que l'on mene par l'extrémité du diametre $D$ & par le point $F$ la ligne $DFH$ terminée en $H$ à la tangente menée par le point $A$; je dis que le petit arc $AF$ sera toûjours moyen proportionel entre le diametre $DA$, & la partie $PH$ de la ligne $DH$ comprise entre le cercle & la tangente.

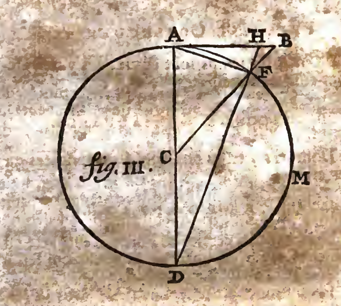


*fig.* III.

La Démonstration en est évidente, puisque $DF$ ou $DA : AF :: AF$ est à $FH$.

Les mêmes choses étant posées, si l'on mene du centre C la secante $CFB$, il est évident que l'angle $HFB$ étant infiniment petit, $FH$ sera $=$ $FB$; donc on aura $DA : AF :: AF : FH$ ou $FB$;

donc

donc $FB$ sera $= \frac{AF^2}{DA}$, & sera toûjours comme $\frac{AF^2}{CA}$.

DEFINITION.

La vîteſſe eſt toûjours exprimée par l'eſpace diviſé par le temps ; ainſi ſuppoſant l'eſpace ($s$) le temps ($t$) la vîteſſe ($v$), on aura toûjours $\frac{s}{t} = v$.

PREMIERE CONSEQUENCE.

Donc ſi les temps ſont égaux, les vîteſſes seront comme les eſpaces.

SECONDE CONSEQUENCE.

Donc ces vîteſſes pourront être exprimées par ces eſpaces.

PROPOSITION.

Dans tout le cercle la Force Centripete eſt toûjours égale au quart de la vîteſſe qui ſert à le décrire, diviſé par le rayon.

Je conſidere la Force Centripete dans le cercle comme tendante continuellement au centre du cercle, quoiqu'on la puiſſe conſiderer comme tendante à tout autre point : Mais dans le cas du Theorême de M. *Newton*, on ne la doit conſiderer que par rapport au centre.

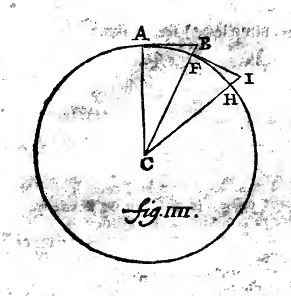
Je ſuppoſe que le corps qu'on conçoit ſe mouvoir ſur la circonference d'un cercle, ſe meut uni-

uniformément ; ou, ce qui eſt la même choſe, qu'il parcourt des eſpaces proportionnels aux temps.

Ceci ſuppoſé, je démontre ainſi la Propoſition.

DÉMONSTRATION.

Puiſque la Force Centripete tend à chaque inſtant vers le centre du cercle, il eſt clair qu'elle eſt exprimée à chaque inſtant par les excès des ſecantes *FB* & *HI* &c. Mais *FB* eſt $= \frac{AF^2}{AC}$ par le Lemme précédent ; donc la Force Centripete ſera dans tous les points du cercle com-




me les quarrez des arcs infiniment petits *AF*, *FH*, &c. diviſez par le rayon *AC*. Mais parce-qu'on a ſuppoſé le mouvement uniforme, ces petits arcs égaux ſont décrits en temps égaux ; donc

donc par la premiere Conséquence de la Définition, ils seront comme les vîtesses; donc par la seconde Conséquence, ils peuvent exprimer ces vîtesses; donc la Force Centripete ou Centrifuge est dans tous les points du Cercle comme le quarré de la vîtesse divisé par le rayon. *Ce qu'il falloit démontrer.*

## AUTRE DÉMONSTRATION.

Il est aisé de démontrer la même chose de la Proposition générale. Car $FB$ ou $HI$ par cette Proposition est toûjours comme $fdt^2$; mais par le Lemme précédent $FB$ est comme $\frac{AF^2}{AC}$; donc $\frac{AF^2}{AC}$ sera comme $fdt^2$; donc en général dans toute sorte de cercle $(f)$ sera comme $\frac{AF^2}{AC \times dt^2}$, soit que les temps soient égaux ou inégaux. Mais en supposant le mouvement uniforme $\frac{AF^2}{dt^2}$ sera $=$ $vv$; donc on aura comme dans la Proposition précédente $\frac{vv}{AC} = \frac{AF^2}{AC} = f$. *Ce qu'il falloit démontrer.*

## PREMIER COROLLAIRE.

Il est évident que la Force Centripete ou Centrifuge dans un cercle quelconque est par tout la même, puisque $\frac{AF^2}{AC} = \frac{FH^2}{AC}$. En un mot puisque les petits excès des secantes $FB$ & $HI$ &c. sont égaux.

SECOND COROLLAIRE.

Donc dans deux cercles differens les Forces Centripetes seront entr'elles comme les quarrez des arcs parcourus en même temps, ou comme les quarrez des vîtesses divisez chacun par le rayon de leur cercle ; ou, ce qui est la même chose, en raison réciproque des rayons ou des circonferences.

Ce Corollaire est la même chose que le Theorême 4. de la Section 2. du premier Livre *de Principiis Mathematicis Philosophiæ Naturalis* de M. *Newton*.

TROISIE'ME COROLLAIRE.

Donc si les Forces Centripetes dans deux cercles differens sont supposées égales, le rayon de l'un des cercles sera au rayon de l'autre, comme le quarré de la vîtesse dans le premier est au quarré de la vîtesse dans le second ; & c'est-là le principe fondamental du nouveau Systême des Planetes.

Quoique ces deux Corollaires soient évidens par la Proposition que j'ai démontrée ; il ne sera pas inutile de les expliquer par le calcul ; ce qui servira à leur donner un nouveau jour.

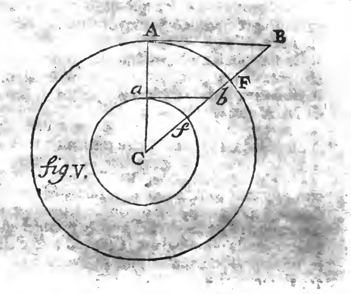
Soient deux cercles differens, un grand & un petit.

*On appellera.*

| | |
|---|---|
| La Force Centripete dans le grand. | *F.* |
| La même dans le petit. | *f.* |
| La circonference du grand. | *C.* |
| La même du petit. | *c.* |
| Le rayon du grand. | *R.* |
| Le rayon du petit. | *r.* |

La

La vîteſſe dans le grand. $V$.
Dans le petit. $v$.
Le temps d'une révolution entiere dans le grand. $T$.
Le même dans le petit. $t$.




On aura dans le grand $F = \frac{AF^2}{AC} = \frac{V^2}{AC}$, & dans le petit $f = \frac{af^2}{aC} = \frac{v^2}{aC}$. Donc $F : f :: \frac{AF^2}{AC} : \frac{af^2}{aC} :: \frac{V^2}{C} : \frac{v^2}{c} :: cV^2 : Cv^2$. C'eſt la démonſtration du quatriéme Theorême de M. *Newton*. Donc ſi $F = f$, on aura $\frac{V^2}{C} = \frac{v^2}{c}$, ou $\frac{V^2}{R} = \frac{v^2}{r}$. Donc $C : c :: V^2 : v^2$ & c'eſt le troiſiéme Corollaire que j'ai tiré de ma Propoſition, & le Principe fondamental du nouveau Syſtême.

On voit clairement que ce principe ſe peut tirer aſſez naturellement du Theorême de M. *Newton*, & que ce Theorême même n'eſt qu'une conſéquence de la Propoſition que j'ai démontrée.

Comme l'Auteur du nouveau Syſtême ne ſuppoſe point que *F* ſoit $=f$, mais qu'il entreprend de démontrer cette égalité, j'ai cru que je pouvois ici propoſer le doute qui m'eſt venu touchant ſa démonſtration.

Cet Auteur imagine un fluide homogene, c'eſt-à-dire d'une égale réſiſtance par tout. Il ſuppoſe que toutes les parties de ce fluide ſont en repos; & prenant deux points à diſcretion, l'un plus éloigné, & l'autre plus proche du centre, il les fait circuler autour de ce centre. En ce cas il démontre que les Forces Centrifuges ſont égales, & voici le Lemme dont il ſe ſert pour le démontrer.

LEMME page 14. *.

*Les Forces Centrifuges de pluſieurs mobiles, qui dans un fluide homogene font des circulations premieres chacun avec differens degrez de vîteſſe, ſont toutes égales entr'elles. Cela eſt évident*, dit l'Auteur *puis qu'elles ſont toutes égales à la réſiſtance du fluide, laquelle eſt par tout la même dans un fluide homogene*. Ce ſont ſes propres termes.

Voici ma difficulté.

Ces corps en circulant cherchent à s'échaper par les tangentes de leurs cercles; donc le fluide ne réſiſte à ces corps que ſuivant la direction de ces tangentes: mais la réſiſtance en ce ſens ne contribuë en rien à la Force Centripete, de quel-

* *Du nouveau Syſtême des Planetes par M.* Villemot.

quelque densité que l'on suppose le fluide ; donc l'homogeneïté du fluide ne contribue en rien pour approcher ou pour écarter ces corps du centre.

QUATRIÉME COROLLAIRE.

Nous avons pris pour temps des révolutions entiéres $T$ dans le grand cercle, & $(t)$ dans le petit : mais le temps est toûjours comme l'espace divisé par la vîtesse ; donc on aura $T = \frac{C}{V}$ dans le grand cercle, & $t = \frac{c}{v}$ dans le petit ; donc aussi $V = \frac{C}{T}$ dans le grand, & $v = \frac{c}{t}$ dans le petit : mais (par le second Corollaire) $F:f::\frac{VV}{C}:\frac{vv}{c}$ ; donc en mettant $\frac{CC}{TT}$ pour $V^2$, & $\frac{cc}{tt}$ pour $v^2$, on aura $F:f::\frac{C}{TT}:\frac{c}{tt}::ctt:CTT$ ; c'est à dire que les Forces Centripetes sont encore entr'elles en raison directe des circonferences, & en raison réciproque des quarrez des temps des révolutions entieres.

CINQUIÉME COROLLAIRE.

Donc si les révolutions entieres se font en temps égaux, c'est-à-dire, si $T = t$, on aura $F:f::C:c::R:r::V:v$. Car $\frac{C}{V}$ sera $= \frac{c}{v}$, c'est à dire, qu'en ce cas les Forces Centripetes sont entr'elles en raison directe des rayons ou des vîtesses.

## SIXIE'ME COROLLAIRE.

Si les quarrez des temps des révolutions entieres sont en raison directe des rayons ou des circonferences, les Forces Centripetes sont égales.

Si $T^2::t^2:R:r::C:c$; donc $T^2c=t^2C$; donc (par le quatriéme Corollaire) puisque $F:f::t^2C:T^2c$, $F$ sera $=f$; donc dans le cas du principe fondamental du nouveau Systême les quarrez des temps periodiques sont entr'eux comme les circonferences ou comme les rayons.

## SEPTIE'ME COROLLAIRE.

Si $T:t::R:r$, on aura (par le quatriéme Corollaire) $F:f::\frac{1}{R}:\frac{1}{r}::r:R$, c'est-à-dire, que les Forces Centripetes seront entr'elles en raison réciproque des distances : mais (par le second Corollaire) $F:f:\frac{V^2}{R}:\frac{v^2}{r}$; donc $\frac{V^2}{R}:\frac{v^2}{r}::r:R$; donc en multipliant les extrêmes & les moyens $V^2=v^2$; donc $V=v$, c'est-à dire, qu'en ce cas les vîtesses des corps seront égales.

## HUITIE'ME COROLLAIRE.

Si $T^2:t^2::R^3:r^3$, on aura $F:f::\frac{1}{R^2}:\frac{1}{r^2}$.

Car (par le quatriéme Corollaire) $F:f::\frac{R}{T^2}:\frac{r}{t^2}$, ou $\frac{R}{R^3}:\frac{r}{r^3}$; donc $F:f::\frac{1}{R^2}:\frac{1}{r^2}::r^2:R^2$,

c'est-

c'eſt-à-dire que les Forces Centripetes ſeront en raiſon réciproque des quarrez des diſtances. Mais (par le ſecond Corollaire) $F:f::\frac{V^2}{R}:\frac{V^2}{r}$; donc en ce cas $\frac{V^2}{R}:\frac{v^2}{r}::r^2:R^2$; donc en multipliant les extrêmes & les moyens, on aura $V^2 R=v^2 r$; donc $V^2:v^2::r:R$, c'eſt à dire les quarrez des vîteſſes en raiſon réciproque des diſtances ou des rayons; donc $V:v::\sqrt{r}:\sqrt{R}$, c'eſt-à-dire les vîteſſes en raiſon réciproque des racines des rayons ou des diſtances.

## NEUVIÉME COROLLAIRE.

Donc ſi par hypothêſe ou autrement l'on fait que les vîteſſes des Planetes ſont en raiſon réciproque des racines de leurs diſtances au centre, on démontrera que leurs temps periodiques ſeront entr'eux comme les cubes des diſtances ou des rayons. Car ſi $V:v::\sqrt{r}:\sqrt{R}$, on aura $V^2:v^2::r:R$; donc $V^6:v^6::r^3:R^3::t^2::T^2$, ce qui donneroit en ce cas-là la ſolution du Problême de *Kepler*.

Les Corollaires 4, 5, 6, 7, 8, ſont de M. *Newton* : mais outre que j'y joins la démonſtration qui ne s'y trouve point, j'ai été bien aiſe de faire voir qu'ils renferment la démonſtration du Problême de *Kepler*.

J'eſpere joindre à ce Mémoire bien des choſes qui m'ont paru pouvoir être de quelque utilité par raport à l'Aſtronomie.

# DISSERTATION
## SUR UNE
## ROSE MONSTRUEUSE.

Par M. Marchant.

* Les monstres sont plus ordinaires & plus bizarres dans les Plantes que dans les Animaux, parceque les différens sucs s'y dérangent & s'y confondent plus aisément. Cependant on y fait peu d'attention : mais un Physicien ne doit rien negliger, surtout lorsqu'il peut trouver dans les choses ordinaires dequoi rendre raison des effets surprenans que les combinaisons differentes produisent dans la nature. C'est ce qui m'a déterminé à rapporter la conformation d'une Rose qui m'a paru singuliere, & digne des reflexions de ceux qui étudient la nature.

Le treiziéme du mois de Juillet, je remarquai qu'au bas d'une des tiges d'un Rosier taillé en buisson, il sortoit une fleur *A* portée par un pedicule long de sept à huit pouces, gros d'une ligne dans toute sa longueur, qui au lieu de se terminer par un bouton qu'on appelle vulgairement le cul de la Rose, produisoit une fleur, soûtenue par cinq feuilles vertes en côte *B*, longues de plus d'un pouce, qui chacunes portoient trois feuilles dentelées en dents de scie. La feuille qui terminoit chaque côte étoit de figure ovale, longue d'un pouce : les deux feuilles

* 17. Août 1707.

les inferieures qui étoient directement opposées l'une à l'autre, n'avoient que le tiers de la grandeur de la première, & toutes ensemble ressembloient assez aux autres feuilles du même Rosier.

Sur ces feuilles étoit immédiatement posé une Rose sans calice *C*, composée de quatorze feuilles, bien rangées les unes près les autres, de la figure, de la couleur & de l'odeur des Roses; & du centre de ces feuilles, au lieu des filets qui occupent ordinairement le milieu de cette fleur, s'élevoit une branche de Rosier *D*, longue de deux à trois pouces, grosse d'une ligne par sa base, de couleur verd rougeâtre & lisse jusques vers son milieu, mais verte & épineuse dans le reste de sa longueur, alternativement garnie par le bas de sept feuilles, d'un rouge plus vif que celles de dessous qui composoient la fleur, toutefois plus petites & un peu recoquillées par les bords.

Le haut de cette branche étoit garni de quatre feuilles en côte *E*, aussi alternativement situées autour de la branche, portant chacunes cinq feuilles, d'un verd rougeâtre, rangées à la manière des feuilles de Rosier, mais plus petites, & demi pliées, ainsi qu'on les voit dans les nouvelles pousses ou bourgeons des Rosiers.

La monstruosité de cette fleur consiste, 1°. En ce que, au lieu du bouton ou pericarpe, qui ordinairement termine le pedicule de la Rose, & où les graines sont contenues, il y avoit cinq feuilles en côte, qui soûtenoient la fleur, & qui en cet endroit tenoient lieu de ce calice. 2°. Qu'à la place des filets, des sommets, & des autres petits corps charnus, qui dans l'état na-

turel occupent le milieu de la Rose, on remarquoit un bourgeon qui s'élevoit, & commençoit à former une branche, qui vrai-semblablement feroit devenue par la suite, une branche ligneuse, d'une grosseur, & d'une longueur considérable, ainsi que les Rosiers de cette espece en produisent.

Ce phenomene me parut d'autant plus curieux qu'il est fort différent d'une Rose monstrueuse, dont il est fait mention dans les Journaux des Savans pour l'année 1679, & que c'est pour la seconde fois en des années differentes, que je fais une semblable remarque sur le même Rosier; ce que j'ai vû arriver toutes les deux fois, après que le temps des Roses est passé, & après qu'on a tondu les Rosiers en buisson, ainsi qu'on le doit faire, à la fin du mois de Juin, quand on veut que les Rosiers se regarnissent du pied, & qu'ils poussent abondamment des fleurs l'année suivante. Car par cette tonture on arrête les jets gourmands, ainsi que les nomment les Jardiniers, ce qui fait que les bourgeons du bas de l'arbrisseau se fortifient, & c'est de ces bourgeons que sortent ordinairement les fleurs, qui paroissent l'année suivante; au lieu qui si on laissoit la liberté à ces grands brins de pousser & de se fortifier, ils ne produiroient que beaucoup de bois, & fort peu de fleurs.

Il n'y a guere d'apparence que la graine qui dès le commencement du monde (suivant l'opinion de quelques Savans) étoit, dis je, destinée à produire ce Rosier, eut des vaisseaux tissus de telle maniere, qu'ils dussent faire sortir une branche du milieu d'une fleur, autrement ce Rosier auroit toûjours produit de semblables Roses depuis qu'il est en nature; & en ce cas il au-

auroit fait une espece particuliere de Rosier, comme nous voyons plusieurs especes de Plantes, qui portent regulierement des fleurs qui sortent les unes de dedans les autres.

Il semble au contraire, par ce qui a été dit ci-devant, que la taille qu'on fait à ces arbrisseaux, pourroit fort bien avoir contribué à la production de cette fleur monstrueuse, en interceptant la circulation de la seve ; car les sucs qui étoient destinez à la nourriture des branches qu'on a coupées, ayant été arrêtez ont abondamment reflué dans les bourgeons, & dans les petites branches qui sont au bas des tiges, & y ont forcé & déchiré quelques organes, d'où il est arrivé une extravasion qui a confondu les sucs, & par ce mélange a formé cette monstruosité, jusqu'à ce que la seve étant peu à peu rentrée dans ses conduits ordinaires, & ayant rencontré des vaisseaux bien organisez, ou les sucs retenus, y ont recommencé une vegetation reglée, pour la production des parties de la plante ausquelles ils étoient destinez.

On objectera peut être que par la même raison, tous les Rosiers tondus en buisson, ou que d'autres arbrisseaux étant ainsi taillez, devroient produire des fleurs monstrueuses; mais à cela on peut dire que les Animaux portent des monstres, & qu'il ne s'ensuit pas pour cela qu'ils en doivent tous porter, non plus que les Plantes, d'autant que ces sortes de choses sont contre nature ; d'où il résulte que toutes les productions extraordinaires qui se trouvent dans les Animaux & dans les Plantes, n'arrivent que par quelque dérangement des sucs & même des parties, lesquelles par l'analogie qu'elles ont entr'elles, & par le principe de totalité des par-

ties qui les composent, suppléent souvent les unes aux autres, ainsi que je l'ai déja remarqué, dans quelques productions beaucoup plus extraordinaires que celle-ci, dont il est parlé dans les Memoires de l'Academie pour les années 1693 touchant le Chêne, & concernant la Plante appellée Fraxinelle.

# QUESTION DE CHIRURGIE, SAVOIR:

*Si le Glaucoma & la Cataracte sont deux differentes, ou une seule & même maladie.*

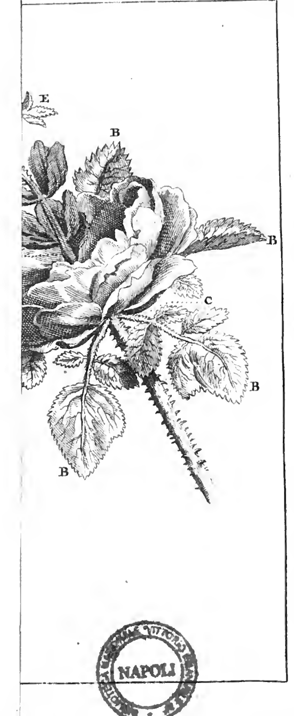
PAR M. MERY.

* LES anciens Operateurs pour ces sortes de maladies ont tous été convaincus que le Glaucoma & la Cataracte sont deux maladies essentiellement differentes l'une de l'autre. L'experience leur avoit appris que le Glaucoma est une alteration du crystalin qui lui ôte sa transparence, & que la Cataracte n'est qu'une taye ou pellicule qui se forme dans l'humeur aqueuse, & qui se plaçant au devant du crystalin, bouche le trou de la prunelle, & empêche de voir.

Cette opinion a regné depuis *Galien* jusqu'au milieu du dernier Siecle ou environ. Ce ne fut que dans ce temps-là que quelques Operateurs Oculistes de *Paris* commencerent à l'abandonner, & crurent que le Glaucoma & la Cataracte ne sont qu'une seule & même maladie.

Cet-

* 23. Août 1707.


E
B
B
C
B
B

Cette opinion trouva dans sa nouveauté des partisans fameux entre les Chirurgiens Oculistes, & même parmi les Philosophes de cette grande Ville. L'illustre *Rohault* qui y brilloit alors par les savantes Conferences qu'il y faisoit, & qui a rendu son nom recommandable à la posterité par l'excellent Ouvrage qu'il a donné au public, embrassa ce sentiment, comme on le peut voir dans le premier Tome de sa Physique pag. 416. 3 Edit. où il dit: *Que la Cataracte n'est pas une taye qui se forme au devant de l'humeur crystaline, comme on l'a cru fort long-temps; mais bien une alteration de cette humeur même, qui a entierement perdu sa transparence.*

Cependant ni la nouveauté d'abord séduisante, ni le suffrage de ce grand Philosophe ne furent pas assez puissans pour donner un long cours à cette opinion naissante. Elle fut peu suivie. Elle tomba même si fort dans l'oubli, que deux Auteurs du Siecle present n'en ayant rien appris, mais à qui la même pensée est venue dans l'esprit presqu'en même temps, se disputent aujourd'hui l'un à l'autre cette découverte, que le Glaucoma & la Cataracte ne sont qu'une seule & même maladie. Delà vient que tous deux soûtiennent que c'est toûjours le crystalin qu'on abat en abattant la Cataracte; d'où ils tirent cette conséquence, que puisque les malades voient après le déplacement du crystalin, ce corps n'est pas absolument necessaire à la vision.

Pour décider qui des anciens ou de ces modernes se trompe, il ne faut que s'assurer, si certainement la Cataracte prise pour une taye ou petite peau, peut ou non se former dans l'œil sans l'obscurcissement du crystalin qu'on appelle Glaucoma, & celui-ci sans l'autre, & si

le

le cryſtalin étant abattu les malades perdent la vûe pour toûjours, ou la recouvrent. Car de ces deux faits averez vrais ou faux, dépend tout le dénouement de la queſtion propoſée.

Pour faire cette recherche je me ſervirai ſeulement de quelques Obſervations que je vais rapporter, ſans y mêler aucuns raiſonnemens d'Optique; parce qu'ils ne ſont que trop ſouvent ſujets à des contradictions qui tiennent l'eſprit ſuſpendu & l'empêchent de prendre parti *; au lieu qu'on ne peut, ſans une prévention invincible, s'empêcher de ſe rendre d'abord à l'évidence des faits qui tombent ſous les yeux, & de recevoir les conſéquences qui en ſont directement tirées.

*Premiere Obſervation.* Un homme de *Sedan* âgé de quarante ans ou environ, après avoir perdu la vûe de l'œil gauche par l'obſcurciſſement de tout le cryſtalin devenu plâtreux, & auſſi blanc & opaque que le peut être celui d'un poiſſon bouilli, fut enſuite attaqué d'une ophthalmie fort conſiderable & très-douloureuſe à l'occaſion de ce cryſtalin glaucomatique ſorti par le trou de la prunelle, & placé vis à vis d'elle entre l'iris & la cornée tranſparente.

Ce pauvre homme n'ayant pû trouver en ſon pays de remedes contre cette maladie qui l'affligeoit cruellement, prit la réſolution de venir chercher du ſecours à *Paris*. Pour cet effet il s'addreſſa au Frere *Charles de S. Yves* Chirurgien & Apoticaire des Reverends Peres de S. *Lazare*, homme très-éclairé dans les maladies des yeux, &

* *Meſſieurs* Rohault, Briſſeau, Antoine, *ſoutiennent qu'on peut voir ſans cryſtalin. D'autres Philoſophes & d'autres Operateurs ſoûtiennent le contraire.*

& grand abatteur de Cataractes, mais zelé sectateur des Anciens. Le jour pris avec le malade pour l'operation qu'il lui devoit faire, ce Frere m'en avertit, & je m'y trouvai.

Etant assemblez, le malade nous dit que son crystalin glaucomatique, qui s'étoit détaché du corps vitré, avoit plusieurs fois passé & repassé par le trou de la prunelle; que toutes les fois qu'il se plaçoit au devant de l'iris, il survenoit à la conjonctive une inflammation & une douleur qui lui étoient insupportables; mais que quand ce corps se replaçoit derriere cette membrane, ces violens accidens cessoient aussi-tôt, ce qui lui rendoit la tranquilité.

Enfin il nous dit que ce glaucoma se plongeoit tantôt dans le bas de l'humeur aqueuse, & que tantôt il venoit, en se relevant, en occuper le milieu, qu'en cette derniere situation il ne pouvoit avoir de son œil malade aucun sentiment de lumiere: mais que quand il abandonnoit ce milieu, en se replongeant, son œil étoit frapé d'une sombre lueur sans pourtant appercevoir les objets qui lui étoient presentez, de même qu'il arrive à ceux, qui ayant l'œil sain, en tiennent les paupieres fermées à la lumiere.

Pour guerir à fond l'ophthalmie douloureuse dont ce pauvre homme étoit affligé, nous jugeâmes à propos de lui ôter ce glaucoma placé alors entre l'iris & la cornée transparente, afin d'empêcher les recidives de cette fâcheuse inflammation qui le tourmentoit.

Pour le tirer sans peine, Frere *Charles de S. Yves* fit d'abord une incision à la cornée qui traversoit presqu'entierement cette membrane; il se servit ensuite de l'éguille pour tirer ce glaucoma en dehors par l'ouverture qu'il avoit faite: mais

mais comme ce corps ne pût soûtenir l'effort de cet instrument, & qu'il se brisa en plusieurs fragmens, parceque ses parties avoient peu de liaison les unes avec les autres, il fut obligé d'emploier une petite curette pour l'enlever, & ce moien lui réussit fort heureusement. Ce fut le 20 Fevrier 1707 qu'il fit cette operation, pendant laquelle trois choses arriverent.

1°. L'humeur aqueuse s'écoula toute par l'ouverture faite à la cornée transparente. 2°. Cette membrane devint concave en dehors & convexe en dedans de l'œil, ce qu'on ne peut attribuer qu'à la sortie du glaucoma & à l'écoulement de l'humeur aqueuse ; mais la cornée reprenoit sa figure ordinaire quand on pressoit le globe de l'œil par les côtez, & elle la perdoit si-tôt qu'on cessoit de le comprimer. 3°. Le corps vitré se presenta au trou de la prunelle.

L'operation étant faite, on appliqua seulement sur l'œil malade une compresse trempée dans deux parties d'eau pure, & une partie d'eau de vie mêlées ensemble, ce qu'on continua de faire jusqu'à parfaite guerison.

Le second Mars, qui fut l'onziéme jour d'après l'operation, je revis le malade, & je trouvai que la cornée qui avoit été divisée par la lancette, s'étoit déja réunie, qu'elle avoit repris sa convexité ordinaire, parceque l'humeur aqueuse s'étoit renouvellée ; ce qu'on m'assura être arrivé deux jours après l'incision qui y fut faite, & le dixseptiéme du même mois de Mars le malade vint me voir, étant prêt de s'en retourner à *Sedan* où il avoit son établissement.

J'examinai alors avec plus d'attention que je n'avois fait auparavant l'œil d'où le glaucoma avoit été tiré, & je vis qu'à la division de la cor-

née

née transparente avoit succedé une petite cicatrice blanche & opaque qui n'avoit pas un quart de ligne de large, mais dont la longueur occupoit presque tout le diametre de cette membrane. La rougeur de la conjonctive ne s'étoit point encore dissipée entierement, quoique la douleur eut cessé tout-à-fait bien-tôt après l'operation.

Enfin comparant son œil malade avec le sain, je trouvai celui-ci un peu plus gros que l'autre, & sa cornée transparente moins relevée en dehors que celle de l'œil malade; mais je ne remarquai aucune difference entre les prunelles de ces deux yeux. La couleur qui paroissoit audelà de ces deux trous, étoit la même dans l'un & dans l'autre, le malade ne voyoit cependant que de son œil sain les objets qui lui étoient presentez; & n'en pouvoit distinguer aucun de l'œil d'où on lui avoit tiré le glaucoma; ce qui donne lieu de croire que le crystalin est absolument necessaire à la vision, & que ce n'est pas ce corps qu'on a abattu, mais une cataracte quand les malades recouvrent la vûe. Le glaucoma & la cataracte sont donc deux maladies essentiellement differentes. C'est ce que je vais démontrer par la seconde Observation.

*Seconde Observation.* Le 28 Mai 1707. M. *Littre* apporta à l'Academie la portion de la cornée opaque jointe à toute sa partie transparente, & fit voir à l'Assemblée le trou de la prunelle fermé par une cataracte ou pellicule unie à toute la circonference interne du cercle de l'iris qui est opaque; & assura la Compagnie que le crystalin de l'œil de la personne d'où il avoit separé ces membranes, avoit conservé même jusqu'après la mort toute sa transparence. Il est donc indubitable que le glaucoma, qui n'est qu'un obs-

obſcurciſſement du cryſtalin, eſt une maladie eſſentiellement differente de la cataracte. C'eſt ce que confirme encore cette troiſiéme obſervation.

*Troiſiéme Obſervation.* Il y a quelque temps qu'un Prêtre m'étant venu conſulter pour une inflammation de l'œil, j'y remarquai une cataracte membraneuſe de trois lignes de diametre ou environ, exactement ronde, mais platte, placée entre l'iris & la cornée tranſparente. Cette cataracte flotoit au moindre mouvement de l'œil, dans l'humeur aqueuſe au-deſſous de la prunelle qu'elle bouchoit en partie, & cauſoit à la conjonctive une ophthalmie douloureuſe, comme faiſoit le glaucoma de l'homme de *Sedan* dont j'ai parlé dans la premiere Obſervation.

D'ailleurs j'appris de ce Prêtre que ſa cataracte avoit été ſituée autrefois derriere l'iris, qu'elle lui a été abatue, & a demeuré cachée pendant une eſpace de temps conſiderable; & qu'elle n'eſt remontée, n'a reparu, & n'a paſſé par le trou de la prunelle que deux ans après l'operation. Cette troiſiéme Obſervation, de même que la ſeconde, ſont donc deux preuves de fait qui montrent évidemment que le glaucoma eſt une maladie eſſentiellement differente de la cataracte, puiſque celle-ci eſt une pellicule ou taye qui ſe forme dans l'humeur aqueuſe, & ſe place ordinairement au derriere de la prunelle. Auſſi voit-on ſouvent la cataracte ſe rouler pendant l'operation autour de l'éguille qui l'abat, & ſe déveloper enſuite; ce qui ne peut jamais arriver au glaucoma à cauſe de ſa ſolidité qu'on trouve toûjours plus grande que celle du cryſtalin dans ſon état naturel.

L'opinion des anciens eſt donc vraie, & leur me-

methode d'autant plus sûre qu'on rendra la vûe aux aveugles toutes les fois que sans blesser les membranes de l'œil, on ôtera de devant la prunelle la cataracte seule sans toucher au crystalin, pourvû que les humeurs conservent leur transparence.

L'opinion des modernes est donc fausse, & leur methode d'autant plus dangereuse qu'en la suivant, on ne peut pas manquer de rendre aveugles pour toûjours, tous ceux à qui on déplacera le crystalin; d'où je tire cette consequence, que si la cataracte n'étoit autre chose que le crystalin même obscurci, il seroit inutile de l'abatre, puisqu'étant abbatu, les malades restent privez de la vûë comme auparavant.

Quoique cette consequence soit conforme au sentiment des plus savans Opticiens & des plus habiles Operateurs, je n'oserois pas cependant assûrer que le déplacement du crystalin cause toûjours la perte de la vûë, comme ils se l'imaginent.

M. *Antoine*, homme trop sincere pour en imposer au public, & trop habile Anatomiste pour se tromper dans une dissection d'œil qu'il a faite, où il ne s'agissoit que d'examiner quelle place occupoit le glaucoma qu'il avoit abbatu, nous rapporte dans le troisiéme Chap. de son *Traité des maladies de l'œil*, cinq operations, par lesquelles il démontre effectivement que le crystalin n'est pas absolument necessaire à la vision; puisqu'après l'avoir abbatu, tous ces malades ont recouvert la vûë. Et pour prévenir l'objection qu'on auroit pû lui faire, qu'il se seroit mépris en prenant une taye pour un glaucoma, il assûre dans le rapport qu'il fait de la quatriéme & cinquiéme operation, avoir trou-

trouvé après la mort d'une pauvre femme, deux cryſtalins glaucomatiques qu'il lui avoit abbatus deux mois auparavant, hors de leur place naturelle, & ſituez en deſſous entre le corps vitré & l'uvée, où il les avoit rangez avec l'éguille. Or comme cette femme a toûjours vû depuis l'operation juſqu'à ſa mort, on ne peut donc pas douter d'un fait ſi circonſtantié, ni dire, ſans ſoupçonner M. *Antoine* de mauvaiſe foi, qu'il eſt impoſſible: d'autant moins qu'il prétend même en avoir démontré la poſſibilité par les regles de l'Optique.

Mais de ce que les malades à qui il a abattu le cryſtalin ont vû après l'avoir déplacé, il ne s'enſuit nullement que le glaucoma & la cataracte ne ſoient qu'une ſeule & même maladie, comme il le prétend, puiſque M. *Littre* a fait voir à l'Academie une cataracte fermant le trou de la prunelle, ſans aucun obſcurciſſement du cryſtalin. A ces trois Obſervations que je viens de rapporter, j'en ajoûterai une quatriéme, qui me paroît curieuſe par des circonſtances particulieres dont on peut tirer quelque lumiere pour ſe conduire dans la cure de ces ſortes de maladies.

*Quatriéme Obſervation.* Sur la fin du mois d'Avril, une pauvre femme vint à l'Hôtel-Dieu affligée d'un bubonocelle; on en fit l'operation, ce qui ne l'empêcha pas de mourir quelques jours après, quoique l'operation eût été parfaitement bien faite. Elle avoit d'ailleurs un glaucoma à l'œil gauche. Après ſa mort je lui enlevai cet œil, pour examiner plus particulierement cette maladie que je n'avois fait la premiere fois. Voici le procedé que j'ai tenu dans cette recherche & mes Obſervations.

J'en-

J'enlevai d'abord toute la cornée tranſparente par une incifion circulaire, & je fus ſurpris de ne point voir l'humeur aqueuſe s'écouler comme dans l'operation que fit Frere *Charles de S. Yves* à l'homme de *Sedan*, dont il a été parlé, qui avoit une ſemblable maladie. Mais ma ſurpriſe ceſſa, quand ayant fait enſuite une pareille coupe à la cornée opaque, à la coroïde & à la retine, je vis cette humeur ſe répandre en abondance, & la partie anterieure de l'iris ſi intimement unie à la ſurface poſterieure de ce glaucoma, qu'ayant voulu le tirer de ſa place, l'iris ſe ſepara tout entier de la coroïde, & le ſuivit.

Je reconnus auſſi-tôt que l'union de l'iris avec ce glaucoma qui bouchoit entierement le trou de la prunelle, étoit l'unique cauſe qui empêchoit l'humeur aqueuſe de paſſer du derriere au devant de l'iris, pour remplir la place de celle qui s'étoit diſſipée par inſenſible tranſpiration depuis leur adherence; au lieu que dans l'œil de l'homme de *Sedan* le cryſtalin n'étant point adherant à l'iris, mais flottant dans l'humeur aqueuſe, cette liqueur pouvoit paſſer librement par le trou de la prunelle; delà vint que pendant l'operation elle s'écoula toute par l'ouverture qui fut faite à la cornée tranſparente.

Après avoir enlevé le cryſtalin glaucomatique de l'œil de cette femme, je remarquai que ſa partie poſterieure n'étoit découverte que de la grandeur de la prunelle. Ce trou n'avoit tout au plus qu'une ligne & demie de diametre; de ſorte que l'iris qui étoit unie au glaucoma en couvroit la plus grande partie. Par devant ce corps étoit tout à nud, ce qui me fit connoître qu'il

qu'il avoit passé par le trou de la prunelle avant de se joindre à l'iris. Le volume de ce crystalin glaucomatique s'étoit diminué de plus de moitié en se dessechant; sa surface étoit devenue toute raboteuse, sa consistance approchoit de celle de la pierre, & il n'avoit rien conservé de sa premiere transparence, elle avoit toute dégeneré en un blanc tout-à-fait opaque.

Cet examen fini, faisant ensuite reflexion sur ce qu'il ne se trouva point d'humeur aqueuse entre la cornée transparente & le devant de l'*iris*, je conjecturai que la source en devoit être au-delà de l'*iris*. Cette conjecture excita ma curiosité, & je me mis à en rechercher l'origine.

Pour la découvrir je parcourus dans un autre sujet toutes les membranes propres de l'œil; mais je n'y trouvai rien qui pût me satisfaire. A la fin je remarquai autour du crystalin, par derriere, un grand nombre de très-petites glandes jointes aux fibres cilieres; mais toutes détachées du crystalin autour duquel elles forment une espece de couronne. Ces petites glandes sont de couleur blanche, elles ont toutes une ligne de long ou environ sur un quart de large.

La découverte de ces petites glandes que j'avois toûjours confondues jusqu'ici, avec les fibres cilieres, me donna cette idée qu'elles pouvoient bien être la source d'où coule l'humeur aqueuse. Si cela est, comme il y a bien de l'apparence, il faut supposer que leurs petits vaisseaux excretoires percent l'uvée dans l'endroit où cette membrane paroît s'unir avec les fibres cilieres au crystalin, sans quoi ils ne peuvent décharger cette liqueur entre le crystalin & la cornée transparente, où se rencontre l'espace qui lui sert de réservoir.

Mais

Mais comme dans la recherche que j'ai faite de ces petits tuyaux qui ne peuvent avoir de long que l'épaiſſeur de l'uvée, qui eſt extrémement mince, je n'ai pû les découvrir; je ne donne cette idée que comme une conjecture fort problable, & non-pas pour une verité démontrée.

Tâchons maintenant de tirer de ces Obſervations quelque lumiere qui puiſſe ſervir à nous conduire avec ſûreté dans l'operation qu'il faut faire pour ôter le glaucoma & abattre la cataracte. Le détachement de l'un & de l'autre d'avec l'iris, qu'on reconnoît par la dilatation & le retreciſſement de la prunelle, nous indique la poſſibilité de l'operation; leur adherence à cette membrane qui nous eſt marquée par ſon immobilité, nous preſcrit de ne la point entreprendre. C'eſt ce que je vais mieux faire remarquer par un détail un peu plus long.

J'ai fait voir dans la premiere Obſervation un glaucoma flottant dans la partie de l'humeur aqueuſe contenue entre l'iris & la cornée tranſparente. Ce cryſtalin obſcurci a été tiré en dehors par une ouverture faite à la cornée, ſans qu'il ſoit arrivé à l'œil aucun accident. On peut donc faire cette operation toutes les fois que le glaucoma ſe trouvera libre & en pareille ſituation, puiſque l'humeur aqueuſe ſe renouvelle aiſément la playe étant réunie, & que la difformité que laiſſe à l'œil la cicatrice qui lui ſuccede, eſt beaucoup moins conſidérable que celle qu'y cauſe le glaucoma. On pourroit auſſi tenter la même operation lorſque le glaucoma eſt placé derriere l'iris ſans y être adherant, quand même ſon diametre ſeroit plus grand que celui de la prunelle, parceque ce trou de l'iris s'élargit aiſément.

 Dans

Dans la quatriéme Obſervation j'ai montré encore un glaucoma dans la même ſituation que le premier; mais ſi fort adherant à l'iris, qu'en voulant le tirer, l'iris s'eſt détachée de l'uvée plûtôt que d'abandonner le cryſtalin. Il faut donc bien ſe donner de garde, en pareille circonſtance, de déplacer le glaucoma; parceque l'œil ſans l'iris ſeroit beaucoup plus difforme qu'avec le glaucoma.

Enfin dans la ſeconde Obſervation j'ai fait mention d'une cataracte unie à toute la circonference interne du cercle que forme l'iris. On doit dont auſſi en cette rencontre abandonner la cataracte, de crainte de ruiner l'iris. Mais ſi la cataracte ne lui eſt point unie, on peut l'abattre comme à l'ordinaire, ou la tirer en dehors par une ouverture faite au bas de la cornée tranſparente, pour éviter que la cicatrice ne ſe trouve vis à vis la prunelle.

Ce dernier moyen, bien qu'inuſité, mais que j'ai vû réuſſir en tirant hors de l'œil un glaucoma avec l'effuſion de toute l'humeur aqueuſe, me paroît du moins auſſi ſûr que le premier, dont on ſe ſert pour abattre la cataracte, puiſqu'on riſque moins à tirer la cataracte en dehors qu'à l'abattre au dedans de l'œil, où on ne peut la retenir ſûrement qu'en la pouſſant par bas au-delà de l'attache des fibres cilieres avec le cryſtalin, ce qui cauſe ordinairement des accidens fort fâcheux; au lieu qu'il ne paroît pas que l'inciſion de la cornée, ni la perte de l'humeur aqueuſe en puiſſe produire; parceque cette liqueur ſe répare aiſément, & que la membrane que l'on coupe n'ayant point de vaiſſeaux, elle n'eſt pas ſujette à l'inflammation comme les autres qui en ſont remplis. Auſſi ne voit-on point,

de

de la cornée transparente coupée, sortir aucune goutte de sang.

# OBSERVATION
## SUR UNE
## HYDROPISIE DE PERITOINE.

PAR M. LITTRE.

* UNE Dame morte le mois de Mars dernier à l'âge de 43 ans, qui étoit née avec une bonne constitution, & qui avoit toûjours eu de l'embonpoint, s'étant apperçûe 4 ans avant sa mort que son ventre grossissoit peu à peu, fit pendant 2 ans plusieurs sortes de remedes qu'on lui conseilla, sans pourtant connoître la nature de son mal : elle prit entr'autres les Eaux de *Forges*, & celles de *Vic-le Comte* sur les lieux.

Son ventre ayant beaucoup grossi pendant ces 2 années, & personne n'en démêlant encore la cause, elle fit appeller M. *Gelly* mon confrere, qui l'ayant examinée, reconnut que sa maladie étoit une hydropisie humorale de ventre, & jugea dès-lors que l'amas de l'humeur qui la formoit, se faisoit dans une poche particuliere, qu'il croyoit être le peritoine. Fondé sur ce que la malade avoit conservé presque tout son embonpoint, qu'elle avoit le teint fleuri & les yeux brillans, qu'elle n'étoit nullement alterée, qu'elle avoit bon appetit, digeroit bien ses alimens, al-



* 27. Août 1707.

alloit tous les jours à la garderobe, & rendoit des matieres louables, urinoit à l'ordinaire, & les urines étoient bien conditionnées: elle avoit aussi les regles & dans le temps & en la quantité & qualité requises; dormoit bien, ne sentoit aucune douleur, n'ayant en un mot d'autre incommodité que celle que lui pouvoient causer le poids & le volume extraordinaires de son ventre.

Cette Dame fut ensuite vûë par beaucoup d'autres Medecins, qui convenoient tous alors que sa maladie étoit à la verité une hydropisie de ventre; mais qui soûtenoient que l'humeur étoit contenue dans la capacité comme dans la vraye ascite.

Dans cette vûë ils lui ordonnerent plusieurs remedes & differens regimes, dont elle ne tira aucun avantage, son ventre grossissant toûjours de plus en plus; de sorte qu'étant parvenu à une grosseur démesurée, on fut obligé d'en venir à la ponction, qu'on reïtera jusqu'à 13 fois durant les 2 dernieres années de sa vie.

Dans la premiere ponction on lui tira 18 pintes de liqueur, qui avoit été plus de 2 ans à s'amasser: Elle étoit de la couleur d'un caphé fort leger & sans mauvaise odeur, sa consistance étoit tenue; mais elle devenoit épaisse comme de la gelée lorsqu'on en faisoit évaporer sur le feu.

Dans chacune des 8 ponctions suivantes on ne tira que 13 à 14 pintes de liqueur, qui ne differoit de celle de la premiére ponction, qu'en ce que la couleur alloit toûjours en s'éclaircissant; de maniere que dans la quatriéme elle ressembloit à du petit lait clarifié.

Les 4 dernieres ponctions ont été faites plus près les unes des autres, quoique la collection de

de la liqueur fut encore moindre de 2 à 3 pintes que dans les 8 précédentes, parceque la malade en étoit beaucoup incommodée. Cette liqueur étoit épaisse, puante & presque aussi blanche que du lait. L'épaisseur de la liqueur nous obligea à nous servir d'un troiquart fort gros, & sa puanteur à faire des injections vulneraires dans le ventre par la canule même, immédiatement après avoir vuidé la liqueur qui faisoit l'hydropisie.

Un peu avant la neuviéme ponction les regles manquerent à la malade pour la premiére fois, & ne revinrent plus. Elle commença à sentir de grandes douleurs dans le ventre & à avoir la fiévre, & ces deux accidens continuerent jusqu'à la mort.

Nous avons toûjours observé qu'avant chaque ponction la tension du ventre étoit uniforme dans toute son étendue, & qu'après les 4 dernieres principalement, on sentoit & on voyoit même qu'il y avoit au-dessous des tegumens, à la partie supérieure anterieure de la region umbilicale, une tumeur dure, grosse d'environ 2 pouces, de figure demi-circulaire, & qui s'étendoit en travers d'un côté du ventre à l'autre.

Lorsqu'avant la ponction on frappoit le ventre au-dessus de la tumeur demi-circulaire, on n'y sentoit point de contre-coup, & on en sentoit au-dessous. La liqueur qui faisoit l'hydropisie étant vuidée par la ponction, les tegumens & les muscles du ventre dans toute la region umbilicale & dans les parties superieure & moyenne de la region hypogastrique s'affaissoient & se ridoient beaucoup, & alors cette tumeur devenoit fort sensible.

 La

La Dame étant morte, on fit l'ouverture de ſon cadavre. Nous trouvâmes dans le ventre pluſieurs pintes de liqueur ſemblable à celle qu'on lui avoit tirée dans les dernieres ponctions: elle étoit contenue dans un ſac qui occupoit le devant du ventre depuis la partie inferieure juſqu'à 4 travers de doigt au-deſſus du nombril.

La partie du peritoine qui tapiſſe interieurement le ventre dans l'étendue ci-deſſus marquée, étoit divisée ſuivant ſon épaiſſeur en 2 membranes, & formoit par cette diviſion le ſac dont il s'agit. Ces 2 membranes étoient de couleur un peu livide. L'exterieure avoit une épaiſſeur uniforme, qui étoit d'environ une ligne, & étoit reſtée attachée à la ſurface interieure des muſcles tranſverſes. L'interieure étoit d'une épaiſſeur inégale; dans les endroits les plus minces, qui étoient les moins alterez, elle n'avoit qu'une demi-ligne; & dans les plus épais & les plus alterez, elle alloit juſqu'à une ligne & demie. Cette membrane étoit libre par tout, excepté à l'endroit de la trompe gauche de la matrice, au bout de laquelle elle étoit fortement attachée.

La ſurface exterieure du ſac, à la couleur près, étoit dans l'état naturel; & l'interieure étoit inégale & ulcerée en pluſieurs endroits, ſur tout dans la partie qui étoit du côté de la cavité du ventre.

A la ſurface interieure du ſac, 2 pouces au-deſſous du rein gauche, il y avoit une eſpece de tumeur, à peu près de la groſſeur & de la figure d'un œuf de poule, compoſée de veſicules de figure preſque ovale, groſſes de 4 à 5 lignes, & pleines d'une humeur glaireuſe & tranſparente.

Les

Les tegumens & les muſcles du ventre étoient flaſques, & beaucoup plus minces à l'endroit du ſac qu'ailleurs. La tumeur demi-circulaire, qui paroiſſoit ſi ſenſiblement avant l'ouverture du ventre, ne parut plus du tout après qu'elle eut été faite.

Ayant examiné le ſac, nous paſſâmes aux parties qui étoient connues dans la capacité du ventre. Nous les trouvâmes toutes dans leur état naturel, excepté que la trompe gauche de la matrice étoit fort attachée au ſac, & de la moitié plus longue que la droite; & que les parties des inteſtins ileon & colon, qui couvrent naturellement le corps des 3 vertebres inferieures des lombes & la partie ſuperieure de la cavité du baſſin de l'hypogaſtre, étoient déplacées, & pouſſées à droit & à gauche, & principalement vers le côté droit.

Il y a beaucoup d'apparence, que la maladie de cette Dame a commencé par la tumeur que nous avons remarquée dans le ſac, & qui étoit ſituée du côté du rein gauche. Cette tumeur vrai-ſemblablement n'étoit autre choſe, que quelques-unes des glandes contenues dans l'épaiſſeur du peritoine, qui ayant peu à peu groſſi à l'occaſion de quelque obſtruction, compreſſion, &c. avoient inſenſiblement écarté les plans des fibres du peritoine, entre leſquels elles étoient placées. D'où il eſt arrivé, que le conduit excretoire de pluſieurs glandes s'eſt apparemment rompu, le corps de ces glandes demeurant attaché avec une portion de leur conduit excretoire à la partie du peritoine, qui étoit adherante aux muſcles tranſverſes, pendant que l'extrémité des mêmes conduits étoit reſtée unie à l'autre partie du peritoine.

Cela étant ſuppoſé, il eſt aiſé de comprendre que la liqueur filtrée par les glandes du peritoine, ne tomboit plus dans la capacité du ventre, mais dans le vuide formé par la ſeparation des fibres du peritoine; qu'elle y tomboit dans une quantité d'autant plus grande, que ces glandes étoient tumefiées, & que la partie des conduits excretoires, qui étoit reſtée continue au corps des glandes, n'avoit point cette maniére de ſphincter qu'ils ont à leur extrémité pour en moderer l'écoulement. Ainſi la liqueur devoit s'échaper, à meſure qu'elle étoit filtrée, ce qui rendoit la filtration beaucoup plus abondante.

A proportion que cette liqueur s'épanchoit, elle écartoit par ſon volume les 2 plans des fibres, dont la ſeparation étoit déja commencée. A meſure que cette ſeparation augmentoit, il ſe rompit des conduits excretoires d'autres glandes; de ſorte que les 2 plans des fibres du peritoine s'écartoient à proportion qu'il s'épanchoit plus de liqueur, & qu'il s'épanchoit plus de liqueur à meſure que la ſeparation de ces fibres devenoit plus grande. Ainſi l'épanchement de liqueur entre les 2 plans des fibres du peritoine, faiſoit l'hydropiſie de cette Dame.

La collection de la liqueur dans le ſac du peritoine juſqu'à la premiére ponction, a été plus de 2 ans à ſe faire, parceque les conduits excretoires des glandes de cette membrane ne ſe ſont rompus que lentement & ſucceſſivement les uns aprés les autres, à cauſe que la réſiſtance que ces conduits faiſoient à leur rupture, étoit ſecondée par celle que les fibres du peritoine, entre leſquelles ils étoient placez, apportoient à leur diviſion.

Mais

Mais ces conduits excretoires ayant une fois été rompus dans l'étendue du peritoine, où les 2 plans des fibres avoient été divisez, la collection d'une pareille quantité de liqueur a dû pour lors se faire en beaucoup moins de temps; aussi a-t-on été obligé de faire les ponctions suivantes beaucoup plus près les unes des autres, puisqu'il y avoit plus de 2 ans que l'hydropisie avoit commencé lorsqu'on a fait la premiére ponction, & qu'on a fait les 12 suivantes dans l'espace de 2 autres années.

La liqueur qu'on a tirée par la premiére ponction étoit brune, apparemment à cause du long séjour qu'elle avoit fait dans le sac. Ce qui paroît confirmer cette conjecture est, que la liqueur tirée dans les 8 ponctions suivantes, qu'on faisoit toûjours de plus près en plus près, étoit toûjours de plus claire en plus claire.

Enfin la liqueur qu'on a tirée par les 4 dernieres ponctions, étoit blanche, épaisse & puante. Elle étoit blanche & épaisse, principalement à cause du pus & des glaires qu'elle contenoit en grande quantité. Elle étoit puante par l'exaltation de ses souffres salins, que le long séjour & la chaleur des parties voisines y avoient causée.

Les ulceres du sac du peritoine étoient la cause du pus contenu dans sa cavité, & ils étoient eux-mêmes l'effet des sels dissous & dégagez de la liqueur enfermée dans la même cavité. Ces sels irritant & rongeant les fibres du sac, étoient encore la cause de la doulcur que la malade sentoit dans le ventre; & une partie des mêmes sels refluant dans la masse du sang, y produisoit la fiévre, en y excitant une fermentation contre nature.

Tous ces accidens n'ont commencé qu'entre la neuviéme & la dixiéme ponction ; parceque les liqueurs qui se sont amassées dans le sac entre les 8 ponctions précédentes, ont eu besoin de tout ce temps-là pour acquerir une aigreur capable de les produire. Voici comme je conçois que la chose a pû arriver.

Quoique la liqueur qui s'est amassée dans le sac du peritoine avant la premiere ponction fut douce en y tombant, que d'abord elle n'y en ait point trouvé d'aigre, & que le sac ne fût pas non-plus empreint d'aucune aigreur, il n'est pas aisé de comprendre, que cette liqueur y ait séjourné pendant plus de 2 ans, sans que quelques-unes de ses parties salines se soient enfin dégagées des autres principes par la longueur de son séjour & par la chaleur des parties voisines, & que par-là elles lui ayent imprimé quelque aigreur.

D'ailleurs parce qu'après toutes les ponctions des hydropiques, il reste toûjours une portion de la liqueur, quelque soin qu'on prenne pour la vuider entierement ; & que celle qui resta après la premiere ponction de cette Dame étant aigre, elle a dû aigrir la liqueur qui s'est amassée dans le sac entre cette ponction & la seconde, à mesure qu'elle y est tombée. Par conséquent celle-ci a contracté en peu de temps plus d'aigreur que celles-là dans l'espace d'environ 2 années. D'autant plus que dans le temps qu'on vuidoit la liqueur du sac par la canule, il s'y est glissé de l'air, dont une partie s'étant trouvée mêlée avec la liqueur qui étoit restée dans le sac après la premiere ponction, l'a dû alterer, & en augmenter l'aigreur ; ce qui est sans doute arrivé aussi dans les ponctions suivantes.

Or

Or la liqueur de la seconde collection ayant plus d'aigreur que celle de la premiere, ce qui en est resté dans le sac après la seconde ponction, a dû avoir plus d'aigreur que le résidu de la premiere, & par consequent aigrir davantage la liqueur qui s'est amassée entre la seconde & la troisiéme ponction ; & les liqueurs qui se sont amassées entre les ponctions suivantes s'aigrissant ainsi de plus en plus, on ne doit pas être surpris si celle qui s'est amassée entre la neuviéme & la dixiéme ponction, étoit parvenue à un degré d'aigreur capable de causer les ulceres, la douleur, la fiévre, &c. de la malade.

Ce qu'on appelle le contre-coup, & qui est le principal signe de la vraye hydropisie ascite, étoit fort sensible dans les regions hypogastrique & umbilicale, & on ne le sentoit point du tout dans la region épigastrique ; parceque le sac qui contenoit la liqueur, & qui auroit dû transmettre le coup d'un côté à l'autre, se terminoit à la partie superieure de la region umbilicale.

A l'égard de la tumeur demi-circulaire, qui étoit si sensible immédiatement après chacune des 3 dernieres ponctions, ausquelles seulement j'ai assisté, & dont nous n'avons cependant observé aucun vestige après l'ouverture du ventre, elle étoit vrai-semblablement formée par le sac du peritoine, qui se fronçoit & se ramassoit en sa partie superieure, à mesure qu'on en vuidoit la liqueur.

Ce froncement pouvoit être causé par la contraction & l'affaissement des muscles & des tegumens du ventre, & par la résistance des parties enfermées au dedans de la region épigastri-

que, qui étant plus grande que celle des parties contenues dans les 2 autres regions, empêchoit la partie superieure du sac de s'applatir en s'étendant de ce côté-là ; ce qui donnoit occasion au sac de se ramasser, & de faire paroître la tumeur demi-circulaire.

D'ailleurs les tegumens & les muscles du ventre étant plus épais & plus fermes dans cette malade à l'endroit de la region épigastrique, que dans les deux autres regions devoient concourir à la production du même effet.

Pour ce qui est de l'adherance de la trompe gauche au sac du peritoine, elle pouvoit être l'effet d'une inflammation, que ce sac y avoit causée en la pressant à nud contre l'os sacrum ou l'os des iles du même côté. La même chose n'est point arrivée à la trompe droite, parceque les boyaux qui étoient rangez en plus grande quantité de ce côté-là, soûtenoient davantage le sac, & empêchoient qu'il ne pressât assez cette trompe pour y causer de même une inflammation, & conséquemment une adherance.

Le sac du peritoine continuant à s'accroître & trouvant plus de résistance du côté de l'hypogastre, s'étoit étendu davantage du côté des lombes, où elle étoit moindre, avoit entraîné avec lui la trompe qui y étoit attachée, & l'avoit forcée de s'allonger au point qu'elle l'étoit. D'où on pourroit inferer que la tumeur, qui s'est trouvée dans le sac, & le sac même, ont eu tous deux leur commencement dans l'hypogastre; & qu'à mesure que la tumeur a augmenté, elle s'est insensiblement avancée avec la partie du sac, où elle s'est d'abord formée, jusqu'au dessous du rein gauche, où nous l'avons trouvée.

Enfin

Enfin les autres parties contenues dans la capacité du ventre étoient saines, parceque la liqueur qui faisoit l'hydropisie étant toute renfermée dans le sac du peritoine, n'avoit pû leur donner aucune atteinte.

Après avoir fait l'histoire de la maladie de cette Dame, pour rendre l'observation plus utile, je vais rapporter les signes qui la peuvent faire connoître, & proposer les moyens qu'on peut employer pour la traiter.

Une personne sera censée atteinte d'une hydropisie de peritoine ; 1°. Si cette hydropisie a été plusieurs années à se former, & si son progrès a été très-lent, sur tout dans son commencement.

2°. Si le ventre garde toûjours à peu près la même figure, quoique le corps change de situation.

3°. Si la tumeur du ventre a une circonscription particuliére, c'est-à-dire differente de celle du ventre.

4°. S'il y a quelque endroit, où on ne sente ni contrecoup ni fluctuation.

5°. Si les extrémitez inferieures n'enflent point, ou que peu & fort tard.

6°. Si immédiatement après la ponction, ayant introduit par la canule une longue sonde dans le ventre avant que d'en vuider la liqueur, on ne peut la porter dans toute l'étendue de sa capacité.

7°. Si avec la même sonde on ne sent point dans le ventre les inégalitez que forment les intestins & les autres parties enfermées dans sa cavité.

8°. S'il reste fort peu de liqueur dans le ventre après la ponction.

9°. Si la liqueur étant vuidée, & le malade couché sur le dos, on injecte dans le ventre une mediocre quantité de quelque liqueur, & qu'elle se presente pour en sortir presqu'en même temps par la canule; parceque la capacité du ventre est capable d'en contenir une quantité fort considerable, avant qu'elle doive se presenter pour en sortir.

Enfin si le sujet s'est long-temps conservé sain, n'ayant presque d'autre incommodité, que celle qui lui vient du poids & du volume du ventre.

Lorsque cette espece d'hydropisie est recente ou peu inveterée: que le sujet est fort, qu'il fait bien encore ses principales fonctions, que la circonscription de la tumeur n'a pas beaucoup d'étendue, & que la liqueur qu'on tire par la ponction est tenue, d'une bonne couleur, & sans puanteur, on peut esperer de la guerir.

Au contraire le succès en est très-douteux, si elle est fort vieille, si le sujet est foible, si la circonscription de la tumeur est fort grande, si la liqueur tirée par les ponctions est épaisse, puante, de mauvaise couleur, &c. & si on sent quelque grosseur ou de la dureté en quelque endroit du sac du peritoine.

L'hydropisie du peritoine étant une fois bien connue par les signes qu'on vient de raporter, la principale indication, & pour ainsi dire la seule qui se presente à remplir, est celle de réunir les 2 portions divisées du peritoine.

Or pendant qu'il y aura quelque matiere contenue entre les 2 portions divisées du peritoine, soit liqueur, marc de liqueur, ou tumeur, la réunion en sera tout à fait impossible. C'est pourquoi il y a deux moyens, qui sont d'une nécef-

ceſſité abſolue pour ſatisfaire à cette indication.

Le premier eſt de faire, & d'entretenir à la partie la plus baſſe du ſac, une ouverture par où l'on vuide d'abord la liqueur qui y eſt contenue, & par où puiſſe s'écouler celle qui y tombera dans la ſuite. On entretiendra cette ouverture avec une tente, dont on attachera la tête avec un fil. On continuera l'uſage de la tente juſqu'à ce que la réunion des 2 portions diviſées du peritoine ſoit faite.

Le ſecond moyen eſt de faire tous les jours des injections vulneraires & déterſives dans le ſac par l'ouverture, dont on vient de parler, pour détremper & détacher le limon ou ſédiment, que la liqueur y peut avoir dépoſé pendant ſon ſéjour, & qui y eſt reſté après l'évacuation de la liqueur.

S'il y a des ulceres dans le ſac, ce qu'on connoîtra par le pus & la ſanie qui en ſortiront, on pourra aiguiſer les injections de quelque teinture de myrrhe, d'aloes, d'ariſtoloche, &c. pour les modifier & déterger.

Des compreſſes ſoûtenues par un bandage convenable, pourroient contribuer à la même réunion, en ſecondant l'action des muſcles du ventre; pourvû qu'on ne les mît en uſage, que lorſqu'on ne remarqueroit plus de pus ni de ſanie dans la liqueur qui s'écouleroit par l'ouverture du ſac.

Enfin s'il y avoit quelque tumeur formée par des glandes gonflées, des chairs fongueuſes, &c. que les injections n'euſſent pû fondre ni réſoudre; il faudroit alors faire une inciſion préciſément ſur la tumeur afin de la découvrir, de la faire ſuppurer, ou de la conſumer. Mais on doit bien

bien prendre garde à ne pas confondre ces sortes de tumeurs avec la tumeur demi-circulaire, dont nous avons parlé. Car alors l'on feroit une operation infructueuse, dangereuse & cruelle, ou peut-être l'on resteroit mal à propos dans l'inaction, croyant la maladie absolument incurable.

# EXPERIENCES

*Pour connoître la résistance des bois de Chêne & de Sapin.*

PAR M. PARENT.

## PREMIERE EXPERIENCE.

*Sur le Chêne tendre.*

*UN parallelepipede rectangle moyennement dur & sec, large de 5 lignes, épais de 6, & long de 5 pouces $\frac{1}{2}$, étant retenu par un de ses bouts, a soûtenu avant de se rompre à son autre extrémité 23 liv. étant posé sur le chan.

## SECONDE EXPERIENCE.

*Sur le Chêne tendre.*

Un autre tout pareil, mais double en longueur, posé sur le chan sur deux appuis, a soûtenu à son milieu 34 livres $\frac{1}{2}$ avant l'instant de sa rupture.

TROI-

* Septembre 1707.

## TROISIE'ME EXPERIENCE.

*Sur le Chêne tendre.*

Un troisiéme semblable au précédent, & égal, posé de même, mais serré par les deux bouts, a soûtenu dans son milieu 51 liv. avant sa rupture.

## QUATRIE'ME EXPERIENCE.

*Sur du Chêne plus dur.*

Un quatriéme tout égal au premier, posé & tiré de même, mais d'un Chêne plus dur, a soûtenu 52 liv.

## CINQUIE'ME EXPERIENCE.

*Sur un Chêne plus dur.*

Un cinquiéme tout égal au second, posé & tiré de même, mais de même bois que le précédent, a soûtenu 92 livres.

## SIXIE'ME EXPERIENCE.

*Sur le Sapin.*

Un sixiéme de Sapin moyennement dur, tout égal au premier, posé & soûtenu de même, a soûtenu 37 livres avant de se rompre, & après s'être beaucoup plus courbé que ceux de Chêne.

## SEPTIE'ME EXPERIENCE.

*Sur le Sapin.*

Un Septiéme de Sapin pareil au précédent, &

& égal en tout au ſecond, poſé & tiré de même, a ſoûtenu au milieu 68 liv. avant ſa rupture.

## HUITIE'ME EXPERIENCE.

*Sur le Sapin.*

Un huitiéme tout égal au troiſiéme, poſé & tiré de même, & de même bois que les deux précédens, a ſoûtenu dans ſon milieu avant ſa rupture 106 liv.

On peut de ces differentes Experiences tirer trois principes d'experience; ſavoir, que la force d'un ſolide retenu par un bout, & tiré par l'autre perpendiculairement à ſa longueur, eſt à la force d'un pareil ſolide double en longueur, poſé de même ſur deux appuis, & tiré par le milieu, environ ou moyennement comme 7 à 12.

Et que cette premiere force eſt à celle d'un autre ſolide égal en tout au ſecond, poſé & tiré de même, & de même matiere, moyennement comme 7 à 18.

D'où l'on conclud, auſſi que les réſiſtances des deux derniers ſont entr'elles (tout le reſte étant égal) environ comme 12 à 18, ou comme 2 à 3. Ce qu'on examinera dans quelqu'autre Memoire plus particulierement.

Dans les ſolides retenus par un bout, la courbure accourcit le levier environ de ſa 45ᵉ partie; & dans ceux qui ſont retenus par les deux bouts, elle l'accourcit d'$\frac{1}{60}$ environ.

NEU-

## NEUVIE'ME EXPERIENCE.

*Sur le Chêne dur.*

Un neuviéme solide parallelepipede de Chêne fort dur & sec, de 3 lignes $\frac{1}{3}$ d'épaisseur, sous 13 lignes $\frac{2}{3}$ de largeur, & 6 pouces $\frac{1}{2}$ de longueur, retenu par un bout sur le plat, étant tiré perpendiculairement, a soûtenu avant de se rompre 38 livres $\frac{1}{2}$.

## DIXIE'ME EXPERIENCE.

*Sur le Chêne tendre.*

Un dixiéme parallelepipede bien moins dur, de 4 lignes $\frac{1}{3}$ d'épaisseur, sur 5$\frac{2}{3}$ de largeur, & de 10 pouces de longueur, posé sur le plat, & tiré perpendiculairement par le milieu, a soûtenu 25 liv. étant posé sur ses deux bouts.

## ONZIE'ME EXPERIENCE.

*Sur le Chêne tendre.*

Un onziéme de même bois que le précédent, de 4 lignes $\frac{2}{3}$ d'épaisseur, de 5 lignes $\frac{2}{3}$ de largeur, sous 14 pouces en longueur, posé sur deux appuis à plat & horizontalement, a soûtenu à son milieu 28 liv. $\frac{1}{2}$.

## DOUZIE'ME EXPERIENCE.

*Sur le Chêne moyen.*

Un douziéme de même bois, large & épais d'un pouce, & long de 2 pieds, posé sur deux ap-

appuis de niveau, & tiré à plomb, a soûtenu 300 liv. juste avant de se rompre.

Cette Experience peut aisément servir de modele pour toutes les autres de même bois, à cause de sa simplicité.

## TREIZIE'ME EXPERIENCE.

*Sur le Chêne tendre.*

Un treiziéme de 14 pouces de longueur, de 5 lignes $\frac{2}{3}$ d'épaisseur, & de 4 lignes $\frac{1}{3}$ de largeur, soûtenu sur le chan, & posé sur deux appuis, a supporté avant de se rompre 25 liv. comme celui de la dixiéme Experience.

## QUATORZIE'ME EXPERIENCE.

*Sur le Chêne tendre.*

Un quatorziéme de Chêne tendre, de même longueur, soûtenu & tiré de même, ayant 6 lignes d'épaisseur, & 5 lignes de largeur, a soûtenu 37 livres $\frac{1}{2}$ étant posé sur le chan.

## QUINZIE'ME EXPERIENCE.

*Sur le Chêne tendre.*

Un quinziéme de même matiere & longueur, soûtenu & tiré de même que le précédent, de 4 lignes $\frac{1}{2}$ d'épaisseur, sous 5 lignes $\frac{1}{2}$ de largeur, posé sur le plat, a soûtenu 22 liv. en son milieu.

SEI-

## SEIZIE'ME EXPERIENCE.

*Sur le Chêne tendre.*

Un ſeiziéme de même matiere & longueur, de 5. lignes $\frac{2}{3}$ d'épaiſſeur, & de 4 lignes $\frac{3}{4}$ de largeur, ſoûtenu & tiré comme les précédens, a ſoûtenu 27 liv. $\frac{3}{4}$ dans ſon milieu avant de ſe rompre.

En comparant toutes les Experiences faites ſur differentes eſpeces de Chêne, & ſe ſouvenant que les réſiſtances proportionnelles ſont entr'elles comme les produits des quarrez de leurs hauteurs par leurs largeurs (comme je l'ai démontré à l'Academie dans un Memoire lû le 12 Avril 1704, & comme on peut le déduire auſſi du Memoire de M. *Varignon* donné à l'Academie en 1702), on trouve que le modele de Chêne de la douziéme Experience devoit ſoûtenir 296 liv. au lieu de 300 liv. ce qui confirme cette proportion.

Comparant de même les Experiences faites ſur le Sapin, on trouve qu'un pareil modele de ce bois devroit ſoûtenir 358 liv. & qu'ainſi la force moyenne du Sapin eſt à celle du Chêne environ comme 358 à 300, ou comme 119 à 100.

# OBSERVATIONS

*Sur les Huiles essentielles, avec quelques conjectures sur la cause des couleurs des feuilles & des fleurs des Plantes.*

PAR M. GEOFFROY le jeune.

ENTRE les differens projets que l'Academie a formez pour perfectionner la Botanique, elle a entrepris de faire une Analyse exacte des Plantes, qui pût servir à en faire connoître la nature, les proprietez & les usages. C'est ce qui a déja été executé sur plus de 1400 Plantes.

Il semble d'abord que les substances que l'on retire par l'analyse des differentes Plantes soient d'une même nature. Cependant il y en a plusieurs qui varient beaucoup entr'elles, selon la diversité des Plantes dont on les tire. Car quoi qu'à parler en général on retire de presque toutes les Plantes un phlegme, un esprit acide, un esprit alcali, du sel volatil de l'huile, du sel fixe, & de la terre, & que ces substances, malgré la varieté des Plantes, semblent être dans toutes à peu près les mêmes; il est pourtant certain qu'elles sont souvent aussi differentes entr'elles que le sont les Plantes dont on les a retirez. Ainsi il y a telle substance, qui tirée d'une certaine Plante, ne laisse pas de differer beaucoup d'une substance pareille tirée d'une autre Plante.

Pour

* 12. Novembre 1707.

Pour découvrir cette difference, on a mêlé des substances pareilles extraites de Plantes differentes avec d'autres matiéres moyennes, afin de connoître par les effets qui résulteroient de ces mêlanges, la nature particuliere des substances qu'on examinoit.

On est arrivé par ce moyen à la connoissance des differentes natures de sels tant volatils que fixes.

On découvre les sels acides & leurs differens degrez de force aux differens degrez de rougeur qu'ils donnent à la solution du Tournesol. Les sels alcalis fixes se font remarquer à ce qu'ils précipitent en jaune orangé la solution du Sublimé corrosif, & les sels alcalis volatils à ce qu'ils la précipitent en blanc. D'où il est aisé de connoître la difference sensible qui se trouve entre les matieres salines.

Il seroit à souhaiter que l'on eût autant avancé dans la connoissance des differentes substances huileuses qu'on retire des Plantes.

Ces huiles varient toutes entr'elles presqu'autant que les sujets qui les ont fournies, particuliérement celles que les Chimistes appellent *Huiles essentielles*. Ce sont des substances inflammables, que les Plantes odorantes nous fournissent en les distilant avec beaucoup d'eau. Ces huiles ont l'odeur, le goût & souvent les autres proprietez des Plantes dont elles sont tirées, ce qui leur a fait donner le nom d'*Huiles essentielles*.

On ne doit donc point regarder ces substances comme un seul principe homogene, mais comme des composez qui peuvent être encore analysez de nouveau.

On a travaillé à ces secondes analyses dans cet-

cette Academie, & on a ſeparé de ces huiles un phlegme chargé de ſel volatil urineux, & une aſſez grande quantité de terre. Mais la difficulté de retirer exactement ces principes dans leur juſte proportion, a fait croire que ce travail ne pouvoit pas être d'une grande utilité pour diſtinguer la differente nature de ces huiles; d'autant plus que cette difference ne paroît pas tant dépendre de la differente quantité des principes qui ſont mêlez enſemble, que de la maniére dont ils le ſont. Voici un exemple aſſez ſenſible de ce que j'avance. Le Mercure & le Souffre ſimplement unis, ne font qu'une poudre noire qu'on appelle *Æthiops mineralis*; & ſi on les ſublime enſemble, ils formeront une maſſe rouge compacte, & diſpoſée en aiguilles brillantes qu'on nomme *Cinabre*. On peut donc dire de même que dans les huiles eſſentielles le ſel volatil, le phlegme & la terre, quoiqu'en même proportion, peuvent former des compoſez de nature differente, ſelon la maniere dont ils ſont unis; auſſi voyons-nous que la ſubſtance huileuſe contenue dans la graine d'une Plante, étant traitée differemment, donne trois ſortes d'huiles differentes. L'anis, par exemple, qu'on échauffe & qu'on exprime enſuite, fournit une huile qu'on nomme *Huile par expreſſion*. Si on le fait macerer & diſtiler avec beaucoup d'eau, il donne une huile plus ſubtile qu'on nomme *Huile eſſentielle*; & quand on le diſtile par la Cornue à feu nud, il donne une *Huile fetide* ou *Empyreumatique*. Or ces trois huiles ſont toutes differentes; quoique ſelon toutes les apparences elles ſoient compoſées des mêmes principes.

Voyant donc que pour découvrir quelque cho-

chose sur la nature des huiles qu'on retire des Plantes, je ne devois rien attendre de l'analyse particuliere de ces huiles; je me suis proposé une autre methode, qui est de les mêler avec differentes matieres, de les faire digerer seules ou avec d'autres substances, & d'observer tout ce qui pourroit arriver de ces mélanges & de ces digestions pour en tirer, s'il étoit possible, quelques nouvelles connoissances. Ce travail peut conduire encore plus loin qu'à ce que je me propose ici pour but principal, comme on en verra un exemple dans la suite de ce Memoire.

Je vais donc exposer les experiences que j'ai faites à ce dessein sur quelques huiles, & particulierement sur l'huile essentielle de Thym, & je rapporterai les conjectures que j'en ai tirées touchant les causes des differentes couleurs qui se remarquent dans les Plantes.

J'ai pris une bonne quantité de Thym bien sec, que j'ai fait macerer & distiler ensuite avec sept ou huit fois autant d'eau dans des vaisseaux de grais à un feu moderé: il en est sorti beaucoup d'eau fort odorante, avec une huile jaune foncée, que j'ai distilé une seconde fois en grande eau; j'en ai retiré une huile citrine, dont je me suis servi pour faire les experiences suivantes.

1°. J'ai mêlé partie de cette huile avec du vinaigre distilé, & partie avec les esprits acides de nitre, de vitriol & de sel marin, que j'avois adoucis par l'eau & réduits environ à l'acidité du vinaigre ordinaire, qui est à peu près le point d'acidité qui se trouve dans les sucs acides des Plantes. J'ai fait digerer tous ces mélanges, l'huile est devenue par la digestion fort hau-

te en couleur tirant ſur l'orangé ou ſur le rouge de ſafran.

J'ai affoibli conſiderablement dans cette experience les eſprits acides mineraux ; parceque ſi on les employe trop vifs, ils brûlent l'huile ſur le champ ou en peu de temps, & la changent en une maſſe reſineuſe d'une couleur très-foncée : ſouvent même ils la réduiſent en une eſpece de charbon tout-à-fait noir.

2°. J'ai encore fait digerer une portion d'huile de Thym avec l'eſprit volatil de ſel ammoniac tiré par l'intermede de la chaux ; & j'ai obſervé que la couleur de l'huile ſe fonçoit d'abord un peu, puis tiroit ſur le rouge, paſſoit enſuite au couleur de feu, ſe tournoit peu à peu au pourpre, qui ſe fonçant de plus en plus approchoit enfin du violet.

3°. J'ai fait digerer enfin de même l'huile de Thym avec l'eſprit volatil de ſel ammoniac tiré par le moyen du ſel de Tartre, & j'en ai mis d'autres avec l'eſprit d'urine ; je n'ai trouvé entre ces deux mélanges d'autres differences que quelques nuances de couleurs que je ne puis pas même attribuer à la qualité différente des ſels, mais qui ſemblent plûtôt venir de leurs differens degrez de force.

4°. J'ai outre cela fait digerer une portion d'huile de Thym avec de l'huile de Tartre par défaillance, l'huile eſſentielle s'eſt un peu obſcurcie, & eſt devenue d'un gris brun fort foncé tirant ſur le feuille-morte.

5°. De cette huile de Thym qui par l'eſprit de ſel ammoniac étoit devenue d'une couleur de pourpre tirant ſur le violet, j'en ai fait digerer de nouveau une portion avec l'huile de Tartre, & elle a pris une belle couleur bleue.

6° Cet-

6°. Cette même huile de couleur de violet pourpre, digerée avec le vinaigre distilé, s'est fort foncée, & a paru tirer sur le noir.

7°. J'en ai mêlé aussi dans de l'esprit de vin, la couleur s'est étendue avec l'huile, & la liqueur a paru gris de lin. J'y ai jetté quelques goutes d'huile de Tartre, & la liqueur a verdi aussi-tôt, & a conservé sa couleur verte.

Je n'ai jamais pû verdir l'huile de Thym qu'après l'avoir fait passer au violet, & l'avoir étendue dans l'esprit de vin ; car cette huile digerée avec l'huile de Tartre sans esprit de vin ne verdit point ; mais prend une couleur de gris brun qui tire quelquefois sur le feuille morte.

8°. Sur cette liqueur verte j'ai versé du vinaigre distilé, il a effacé la couleur verte, & a rendu à la liqueur la couleur rouge qu'elle avoit auparavant.

9°. J'ai voulu voir s'il arriveroit quelques changemens à l'huile de Thym, qui a pris la couleur bleue sur l'huile de Tartre. Pour cela j'ai étendu un peu de cette huile dans l'esprit de vin, & la liqueur a paru gris de lin, j'y ai versé ensuite de l'huile de Tartre, la liqueur est devenue bleue, à la difference de celle dont on vient de parler, qui a pris la couleur verte. J'ai versé sur cette liqueur bleue du vinaigre distilé qui l'a rougie, & par un nouveau mélange d'huile de Tartre je lui ai rendu sa couleur bleue.

Il paroît par ces deux experiences que l'huile de Tartre agit differemment sur l'huile de Thym ; car selon que celle-ci a été ou concentrée ou rarefiée, elle la rend ou bleue ou verte.

On pourroit conjecturer aussi de la derniere

experience, que l'esprit de vin contient un acide caché, qui se fait appercevoir par la rougeur qu'il donne à l'huile de Thym de couleur bleue, d'autant qu'il ne lui donne point la couleur rouge pour peu qu'il soit mêlé avec l'huile de Tartre.

J'ai tenté toutes ces experiences sur differentes huiles essentielles de Plantes, comme celles de Lavande, de Sauge, de Genievre, de Menthe, de Terebentine; mais elles n'ont point produit les mêmes effets. Ce qui fait voir une difference considérable entre ces huiles & l'huile de Thym.

J'ai essayé de faire la même chose sur des huiles differentes de celles que fournit le regne vegetal, & je n'ai encore trouvé que l'huile d'Ambre jaune qui approchât des effets de l'huile de Thym.

J'ai distilé de l'Ambre jaune par la Cornue de grais, il m'a rendu du phlegme, de l'esprit, de l'huile jaune, du sel volatil, & une huile noire & épaisse. J'ai rectifié toute l'huile qui en est sortie, en la distilant plusieurs fois avec beaucoup d'eau, jusqu'à ce qu'elle soit devenue claire & belle.

Cette huile est grasse, & ne se mêle pas aisément avec l'esprit de vin, en quoi elle differe de l'huile de Thym qui paroît plus résineuse, & qui s'y mêle très-facilement.

10°. J'ai donc fait digerer une portion de cette huile de Succin avec l'esprit de sel ammoniac, & elle a pris après une longue digestion une couleur rouge tirant sur le pourpre.

11°. J'ai mêlé de cette huile de Succin pourprée avec de l'huile de Tartre, aucune de ces deux liqueurs n'a changé de couleur; mais

mais après avoir jetté de l'esprit de vin dessus, cet esprit uni à l'huile de Tartre a pris une couleur bleuatre, pendant que les goutes d'huile de Succin ont conservé leur couleur purpurine.

Si j'ose hazarder mes conjectures, pour rendre raison de ce que toutes les huiles ne produisent pas le même effet que l'huile de Thym & l'huile d'Ambre jaune, je dirai que je crois qu'il faut dans les parties d'un corps pour le colorer, certains degrez de densité ou de rarefaction hors desquels il n'y a plus de couleurs.

L'huile de Thym & l'huile d'Ambre jaune ont apparemment leurs molecules dans la latitude de ces degrez necessaires pour produire toutes ces couleurs, & ces molecules sont susceptibles d'une certaine condensation ou d'une certaine rarefaction, qui peut passer par degrez depuis la transparence jusqu'au noir. Ainsi si on étend l'huile de Thym dans l'esprit de vin, elle est sans couleur; & si on en condense très-considerablement les molecules comme dans la sixiéme experience que j'ai rapportée, elle devient d'une couleur violette si foncée qu'elle paroît noire; au lieu que les autres huiles, comme l'huile de Terebentine, ayant leurs molecules plus rarefiées paroissent fort claires, & ne peuvent prendre aucune couleur, parceque par leur composition particuliere elles ne s'unissent pas aisément avec les sels. Il n'y a que les acides violens, tel que l'huile de Vitriol, qui les peuvent condenser si fortement, qu'ils les changent en une raisine fort brune, & enfin en une masse noire comme du charbon.

Peut-être qu'à force d'experience nous trou-

verons le moyen de modifier ces molecules de maniere qu'elles puissent prendre les diverses couleurs que prend l'huile de Thym.

*Conjectures sur les couleurs des feuilles & des fleurs des Plantes.*

Les couleurs que donnent les experiences que je viens de rapporter étant les mêmes qui se rencontrent dans les Plantes, & les principes qui les fournissent étant les mêmes que l'on retire des vegetaux, j'ai crû que l'on pouvoit tirer delà quelques conjectures touchant la formation des couleurs que l'on remarque dans les Plantes.

L'on convient assez généralement parmi les Chimistes que les couleurs dépendent des souffres, & que c'est de leur different mélange avec les sels que résultent leurs differences.

L'on sait que les infusions des fleurs, ou de quelques parties des Plantes rougissent par des acides, verdissent par des alcalis: & l'on ne doute point que ce ne soient les parties sulphureuses dont les teintures ou les infusions sont chargées, qui par le mêlange des sels produisent ces differentes couleurs: mais quelque vrai-semblable que parût ce sentiment, il sembloit demander d'être confirmé par des experiences plus sensibles & plus simples. Celles que je viens de rapporter donnent le moyen de former differentes couleurs par le simple mêlange des huiles & des sels. Elles font voir outre cela quelles en sont les differentes combinaisons. D'où je conjecture que ces combinaisons peuvent être les mêmes dans les Plantes où l'on remarque les mêmes couleurs.

Les

Les principales couleurs qui s'observent dans les Plantes & dans les fleurs sont le verd, le jaune de citron, le jaune orangé, le rouge, le pourpre, le violet, le bleu, le noir & le transparent, ou le blanc : de ces couleurs diversement combinées sont composées toutes les autres.

Le verd qui est la couleur la plus ordinaire des feuilles, est vrai-semblablement l'effet d'une huile rarefiée dans les feuilles, & mêlée avec les sels volatils & fixes de la seve, lesquels restent engagez dans les parties terreuses, pendant que la plus grande partie de la portion aqueuse se dissipe. Une preuve de cela, c'est que si l'on couvre ces feuilles ensorte que la partie aqueuse de sa seve ne puisse se dissiper, & qu'elle reste au contraire avec les autres principes dans les canaux des feuilles, l'huile se trouve si fort étendue dans cette grande quantité de phlegme, qu'elle paroît transparente & sans couleur, c'est ce qui produit apparemment la blancheur de la Chicorée, du Selleri, &c. Car cette blancheur me paroît n'être dans ces Plantes & dans la plûpart des fleurs blanches, que l'effet d'un amas de plusieurs petites parties transparentes & sans couleur chacune en particulier, dont les surfaces inégales reflechissent en une infinité de points une fort grande quantité de rayons de lumiere.

Les feuilles deviennent rouges pour la plûpart sur la fin de l'Automne dans les premiers froids ; ce qui peut venir de ce que tous les canaux des Plantes étant resserrez par le froid, la seve est retenue dans les feuilles où la circulation est interrompue. Cette seve arrêtée dans les fibres & les cellules des feuilles, s'y aigrit

par ſon ſéjour ; & cet acide dévelopé détruiſant l'alcali fixe reſté dans ces fibres, en détruit auſſi l'effet qui eſt la couleur verte, & laiſſe par-là les ſouffres dans leur propre couleur qui eſt le rouge ; de même que nous avons vû dans la huitiéme Experience le vinaigre diſtilé effacer la couleur verte de l'huile de Thym, & rétablir la couleur rouge qu'elle avoit auparavant.

Quand les acides rendent aux infuſions des fleurs, & aux ſolutions de Tourneſol la couleur rouge ; il y a tout lieu de croire que ce n'eſt qu'en détruiſant l'alcali fixe, qui donnoit aux ſouffres dans ces teintures la couleur bleue ou brune.

Dans les fleurs toutes les nuances jaunes depuis le citron juſqu'à l'orangé ou rouge de ſafran, paroiſſent venir d'un mélange d'acides avec l'huile . comme nous avons vû que dans la premiere Experience l'huile de Thym digerée avec le vinaigre diſtilé produit le jaune orangé ou le rouge de ſafran.

Il paroît par la ſeconde Experience que toutes les nuances du rouge depuis le couleur de chair juſqu'au pourpre & au violet foncé, ſont les produits d'un ſel volatil urineux uni avec l'huile, puiſque nous avons vû que le mélange de l'huile de Thym avec l'eſprit volatil de ſel ammoniac a paſſé par toutes les nuances depuis le couleur de chair juſqu'au pourpre & au violet foncé.

Le noir qui dans les fleurs peut être regardé comme un violet très-foncé, me paroît être l'effet d'un mélange d'acide par deſſus le violet pourpre du ſel volatil urineux, comme il eſt arrivé dans la ſixiéme Experience, où l'huile de Thym devenue violette par l'eſprit volatil de ſel

sel ammoniac, a pris une couleur noirâtre par le mélange du vinaigre distilé.

Il paroît par la cinquiéme Experience que toutes les nuances du bleu proviennent du mélange des sels alcalis fixes avec les sels volatils urineux & les huiles concentrées, puisque l'huile de Thym devenue de couleur de pourpre par l'esprit volatil de sel ammoniac digerée avec l'huile de Tartre, a pris une belle couleur bleue.

Pour ce qui est du verd, il me paroît produit par les mêmes sels, & par des huiles beaucoup plus rarefiées, comme le prouve la septiéme Experience, où l'huile de Thym couleur de violet pourpre étendue dans l'esprit de vin rectifié & uni à l'huile de Tartre, nous a donné une couleur verte.

Je ne propose encore ceci que comme des conjectures qui me paroissent d'autant mieux fondées, qu'il ne semble pas probable que differentes causes puissent produire les mêmes couleurs dans la matiere dont il s'agit. Cependant je les verifierai encore avec toute l'attention possible, soit dans les autres huiles, soit dans les differentes fleurs, & j'aurai l'honneur d'en rendre compte à la Compagnie.

# DES EFFETS DE LA POUDRE A CANON, PRINCIPALEMENT DANS LES MINES.

PAR M. CHEVALIER.

*LES choses les plus merveilleuses & dont les causes sont les plus impénétrables à l'esprit humain, cessent de nous surprendre lorsqu'elles se presentent souvent à nos yeux. Les effets extraordinaires de la Poudre à Canon sont du nombre de ces choses, dont un frequent & funeste usage a fait cesser l'admiration.

Personne n'ignore que la Poudre est un composé de salpetre, de souffre & de charbon battus & mêlez ensemble, qu'il y a une certaine proportion à garder dans le mélange de ces matieres, des précautions à prendre pour leur choix, & pour la maniere de fabriquer la Poudre, qui contribuent à sa bonté. Mais ce n'est pas ce que nous voulons examiner ici. C'est des effets de la Poudre, surtout dans les Mines, dont je me suis proposé de parler.

Feu M. le Maréchal de *Vauban* m'a communiqué un grand nombre d'experiences sur cette matiere. Ce grand homme toûjours occupé de la gloire du Roi & de la grandeur de l'Etat, ayant observé dans plusieurs occasions que le succès des Mines ne répondoit pas toûjours à ce que l'on en attendoit, crut qu'il étoit necessaire

* 12 Novembre 1707.

faire de déterminer par des experiences exactes les differens effets des Mines dans toutes les diverses circonstances où elles peuvent être employées, pour en conclure des regles sûres que l'on observât dans des occasions importantes. Le succès a justifié ces regles; mais avant que de les proposer, je dois expliquer comment la Poudre allumée devient capable de faire de si grands efforts.

Premierement. Je considere que l'air est necessaire pour l'action de la Poudre, puisque par des experiences faites dans la Machine pneumatique, elle ne s'enflame point dans le vuide au feu d'une pierre à fusil; & si elle s'allume aux rayons du Soleil par le moyen d'une loupe, elle le fait presque sans détonation & sans effort.

Secondement. Les matieres qui entrent dans la composition de la Poudre n'ont pas une égale facilité à s'enflamer: le souffre s'enflame plus aisément que le charbon, & le charbon plus aisément que le salpetre, qui est la matiere qui domine dans la poudre; il y a ordinairement trois parties de salpetre contre une des deux autres prises ensemble. L'on doit encore supposer que chacune de ces matieres est composée de parties inégalement promptes à s'enflamer.

Troisiémement. Il faut que la Poudre soit bien seche, afin qu'elle prenne feu promptement, qu'elle soit grenée pour que la flame se communique tres-subitement par les intervalles que les grains laissent entr'eux, & que tous ses grains fassent leur effort presque en même temps.

I. Cela supposé, l'on peut concevoir, 1°. Que

Que les differentes matieres dont la Poudre est composée s'allumant successivement, le feu imprime d'abord son action sur la premiere ou la plus subtile, qui communique ensuite un certain degré de vitesse à la seconde, & la seconde à la troisiéme, & ainsi de suite, jusqu'à ce que toute la matiere allumée ait fait son effort.

2°. La plûpart des corps contre lesquels la Poudre agit, ont aussi des parties d'inégale solidité capables de se communiquer successivement le mouvement des parties de la Poudre; & l'effort des parties de la Poudre sera d'autant plus considérable, qu'il y aura un plus grand nombre de parties d'inégale solidité, tant dans les matieres de la Poudre, que dans les corps contre lesquels elle agit (toutes choses d'ailleurs étant égales) & que ces parties auront entr'elles des raports les plus approchans d'une progression geometrique, à commencer par la plus subtile jusqu'à la plus grosse; comme il a été démontré par le savant M. *Huygens* dans ses *Loix du mouvement*, & depuis lui par M. *Carré*.

L'on peut donc conclure que les seules matieres qui composent la Poudre, étant mises en mouvement par le feu, deviennent capables de contribuer par leur choc aux grands effets qu'elle produit: mais je ne crois pas qu'il soit possible de réduire au calcul la part qu'elles y ont, parceque l'on ne connoît point la proportion des diverses parties des matieres qui composent la Poudre, ni celles des corps sur lesquels elle agit.

II. Examinons maintenant l'effort que l'air enfermé dans les grains de Poudre, & celui qui remplit tous les petits intervalles que ces grains

grains laissent entr'eux, est capable de produire par son ressort lorsqu'il se dilate par l'action du feu. L'experience a fait connoître que le ressort de l'air devient capable par la chaleur de l'eau bouillante de soûtenir un poids d'un tiers plus grand que celui qu'il soûtient dans un degré de chaleur temperé.

Je suppose qu'un certain volume de Poudre renferme autant d'air tant dans ses pores que dans les intervalles de ses grains, qu'il contient de matieres propres de la Poudre; ainsi deux pieds cubes de Poudre qui pesent environ 140 liv. renferment un pied cube d'air. Si l'on conçoit une Mine chargée de 140 liv. de Poudre, & que l'ouverture de cette Mine soit d'un pied quarré, l'air renfermé dans cette Mine soûtient par la pression de l'air exterieur avec lequel il est en équilibre un poids de plus de 2200 liv. qui est le poids d'un prisme de mercure, qui auroit un pied quarré de base, & 28 pouces de hauteur. Si on communiquoit à cet air ainsi renfermé dans la Mine un degré de chaleur égal à celui de l'eau bouillante, il deviendroit capable de soûtenir par son ressort un poids d'environ 2900 liv. c'est-à-dire d'un tiers plus grand qu'auparavant; ainsi si le poids qui résiste à l'effort de cet air est moindre que 700 liv. il sera enlevé. Et si l'on suppose que l'action du feu imprime à l'air un degré de chaleur 100 fois plus grand que celui qu'il reçoit de l'eau bouillante, il deviendra capable de soûtenir un poids 100 fois plus grand. Dans ce cas un pied cube d'air soûtiendroit un poids de près de 290000 liv.

L'on a supposé que l'action du feu n'augmente la force du ressort de l'air que 100 fois plus que la chaleur de l'eau bouillante : mais il y a appa-

rence qu'il l'augmente considérablement davantage ; car il est constant que la force du ressort de l'air chargé, augmente dans le même raport qu'il augmenteroit son volume, s'il n'étoit point chargé; ainsi l'air n'augmenteroit son volume par la chaleur de l'eau bouillante que d'un tiers : mais la poudre allumée, par les Experiences de M. *Amontons*, augmente 4000 fois son volume, & l'on doit penser que l'air renfermé dans la poudre a une grande part à cette augmentation, ce que je ne crois pas cependant que l'on puisse déterminer exactement.

Quoiqu'il en soit, sans avoir égard au mouvement que peut produire le choc des differentes matieres dont la Poudre est composée, parceque l'on ne peut les rapporter au calcul ; & supposant seulement que l'action du feu augmente la force du ressort de l'air 100 fois plus que la chaleur de l'eau bouillante, on vient de faire voir qu'un pied cube d'air renfermé dans deux pieds cubes de Poudre, est capable de soûtenir un poids de près de 290000 liv. mais cet effort se faisant de toutes parts contre la superficie de tous les corps qui entourent la Poudre, comme d'un centre à la circonference, cet effort se partage entre tous ces corps ; de sorte que si l'on supposoit une Mine cubique & dont les six faces cedassent également, chacune des faces de la Mine soûtiendroit la sixiéme partie de tout l'effort de la Poudre qu'elle renferme ; ainsi dans la supposition précédente chaque face soûtiendroit un poids d'environ 48000 liv. mais s'il y avoit cinq faces de cette Mine immobiles, l'effort se feroit tout entier sur la sixiéme qui soûtiendroit alors le poids entier de 290000 liv. Cet effort est beaucoup plus grand que celui que l'on

trou-

trouve par experience, puisque 140 liv. de Poudre n'enlevent qu'environ 30000 liv. pesant de terre, comme il résulte des Experiences que l'on donnera dans la suite.

La raison de cette difference vient de plusieurs causes. 1°. De ce que la Poudre ne s'allumant pas toute à la fois, l'action de la premiere allumée a fini, ou au moins a diminué considerablement lorsque la seconde fait son effort.

2°. Une partie de cet effort se perd par le canal qui porte le feu dans la Mine, & par les pores des matieres qui entourent les Mines. L'experience fait connoître que dans des contre-Mines éloignées de 15 à 20 pieds des Mines qui ont joué, on y sent une odeur très-forte de Poudre brûlée insupportable, & même que la fumée s'y communique au travers des terres.

3°. La tenacité des parties à détacher est un obstacle à vaincre; de sorte qu'il faut un plus grand effort pour enlever par exemple 1000 liv. de vieille maçonnerie bien liée, que pour en enlever la même quantité de nouvelle ou mal liée, parce qu'outre le poids à enlever il y a encore cette liaison à rompre.

4°. Il ne s'agit pas seulement de soûtenir le poids des terres, mais une grande partie de l'effort de la Poudre est employée à les enlever avec une certaine vîtesse.

5°. La résistance de l'air environnant est encore un obstacle à surmonter, auquel on n'a point d'égard dans la pratique, quoiqu'il soit très-considérable & peut-être le plus considérable de tous.

III. Pour se former une idée nette de la maniere dont la poudre agit sur un corps, supposons

ſons un canon immobile poſé verticalement la bouche en haut d'une longueur indéfinie, ou du moins aſſez long pour qu'un boulet y puiſſe faire tout le chemin que l'effort de la Poudre lui peut faire parcourir ; & n'ayant point d'égard au frotement du boulet dans l'ame de ce canon, ſuppoſons qu'il s'applique immédiatement ſur la Poudre, & qu'il ſoit d'un calibre ſi parfait qu'il rempliſſe exactement l'ame du canon, enſorte que l'air ne puiſſe paſſer entre-deux ; afin de conſiderer ſeulement ce qui arrive de la part de la réſiſtance de l'air & de celle de l'effort de la Poudre.

Dans cette hypotheſe, ſi l'on met le feu à la poudre, elle s'allumera ſucceſſivement, & le boulet ne partira point qu'il n'y en ait une aſſez grande quantité pour vaincre non-ſeulement le poids du boulet, mais encore celui de la colomne d'air qui s'appuye deſſus. De ſorte que ſi le boulet eſt de ſix pouces de diamettre, il peſera à peu près 33 liv. & la colomne d'air en peſera environ 440. Ainſi le boulet ne s'ébranlera point ſenſiblement que la quantité de la Poudre allumée ne puiſſe mouvoir un poids de 473 liv. La poudre continuant de s'allumer, elle augmentera ſucceſſivement la vîteſſe de ce boulet ; juſqu'à ce qu'il ait acquis ſa plus grande vîteſſe, qui ſeroit la vîteſſe même des parties enflamées de la Poudre, ſi l'air ne réſiſtoit point; mais comme les réſiſtances de l'air que le boulet chaſſe augmentent dans la proportion des quarrez des vîteſſes du boulet, il y a un certain terme où cette réſiſtance devient égale au nouvel effort que le boulet reçoit de la part de la poudre ; ainſi quand il y auroit davantage de Poudre dans le canon, elle n'augmenteroit plus

la

la vîtesse du boulet. Supposant donc qu'il n'y ait dans le canon que la quantité de Poudre necessaire pour lui communiquer la plus grande vîtesse qu'il puisse acquerir, l'effort de la Poudre diminuera ensuite successivement jusqu'à cesser entierement ; & alors si l'air ne résistoit point au mouvement du boulet, il continueroit de se mouvoir avec une vîtesse uniforme égale à sa plus grande vîtesse acquise : mais l'air résistant continuellement, la vîtesse du boulet diminue dans chaque instant, ensorte qu'il y a un terme où ce qui reste de l'impression que la Poudre avoit donnée au boulet, est égale à la résistance de l'air, & alors le boulet est immobile. Mais le poids de l'air & celui du boulet agissant alors sur lui avec un effort de 473 liv. comme nous l'avons dit, il repousseroit le boulet au fond du canon en accelerant sa vîtesse, comme font tous les corps pesants.

De ce que l'on a dit ci-dessus l'on peut conclure,

1°. Que la meilleure Poudre (toutes choses d'ailleurs étant égales) est celle qui s'enflame le plus promptement.

2°. Que l'ame du canon vers la culasse doit être telle qu'une plus grande quantité de Poudre s'y puisse enflamer avant que le boulet parte. C'est la raison pour laquelle les canons chambrez portent plus loin avec une égale quantité de Poudre, ou aussi loin avec une moindre quantité que ceux dont l'ame est entierement cylindrique.

3°. Que dans un canon dont l'ame est cylindrique, d'une longueur donnée, il y a une quantité déterminée de Poudre qui chasse le boulet le plus loin qu'il est possible ; & cette quantité est

celle

celle qui a le temps de s'enflamer tandis que le boulet eſt dans le canon. Mais plus il y a de Poudre qui s'enflame dans le canon, plus il eſt en danger de crever, parcequ'il ſe fait un plus grand effort & plus long-temps continué contre ſes parois.

4°. Que plus la partie du canon que le boulet parcourt eſt longue, ſuppoſé qu'il n'acquiere point ſa plus grande vîteſſe, plus l'on peut mettre de Poudre; parceque le boulet employant plus de temps à la parcourir, une plus grande quantité de Poudre a le temps de s'enflamer dont il reçoit l'impreſſion. C'eſt apparemment ce qui fait que quelques canons fort longs, comme la Coulevrine de *Nancy*, portent beaucoup plus loin que les canons ordinaires de même calibre.

5°. Que la quantité de Poudre dont on charge un canon, & la figure de ſon ame étant déterminée, il y a auſſi une longueur de canon la plus avantageuſe qu'il ſoit poſſible; enſorte qu'une plus grande longueur diminueroit la portée du boulet. Cette longueur eſt telle que le boulet ſorte de la bouche du canon, lorſque toute la Poudre a fait ſon effort; & ſi la quantité de Poudre eſt indéterminée, cette longueur eſt telle que le boulet ſorte de ſa bouche lorſqu'il a acquis ſa plus grande vîteſſe. C'eſt pourquoi les canons de nouvelle invention, dont l'ame vers la culaſſe eſt ſpherique ou ſpheroïde, dans leſquels la Poudre étant plus ramaſſée s'enflame plus promptement, ſont moins longs que ceux dont toute l'ame eſt cylindrique.

6°. Que l'effort de la Poudre vers un certain côté eſt d'autant plus grand qu'elle trouve plus de réſiſtance vers les autres; & qu'ainſi plus un canon recule difficilement, ſoit à cauſe de ſon poids,

poids, soit par quelques autres empêchemens, plus il poussera loin son boulet. La difficulté de transporter par terre des canons fort pesans, & les frais qu'il faut faire pour cela, font que l'on les fait les plus legers que l'on peut, pourvû qu'ils puissent résister à l'effort de la Poudre; mais l'on fait ordinairement les canons pour les Vaisseaux beaucoup plus pesants que ceux qui sont destinez pour servir à terre.

APPLIQUONS maintenant ce que l'on vient de dire de l'action de la Poudre en général, à son effort particulier dans les Mines.

Je suppose que l'on sache ce que c'est qu'une Mine & ses differentes especes, comme Fourneaux, Fougasses &c. Les précautions que l'on doit prendre pour la creuser, la charger, étançonner les galeries & rameaux qui y conduisent, les boucher, la maniere de disposer le saucisson qui y porte le feu: toutes ces choses sont assez bien décrites par ceux qui ont traité des Mines. C'est principalement pour déterminer leur disposition la plus avantageuse, & la quantité de Poudre dont elles doivent être chargées pour faire l'effet que l'on se propose, que l'on a été obligé de faire plusieurs experiences.

Les Mines se font ou en pleine terre, comme celles que les assiegez font pour faire sauter les batteries & les travaux des assiegeans, avant qu'ils soient logez sur le chemin couvert; ou dans des terres élevées & isolées à droit & à gauche, comme pour faire brêche à des remparts de terre; ou pour faire sauter des murailles, qui peuvent être seches ou terrassées; enfin on employe quelquefois les Mines pour rompre des rochers.

Toutes les Experiences ont fait connoître,

I. Que

I. Que l'effet de la Mine se faisoit toûjours du côté le plus foible ; qu'ainsi la disposition de la chambre des Mines ne contribuoit point à déterminer cet effet d'un côté ou d'un autre, comme les Mineurs se l'étoient faussement persuadé.

II. Qu'il faut une quantité de Poudre plus ou moins grande selon l'inégalité du poids des corps que la Mine doit enlever, & selon l'inégalité de leur liaison, & le résultat de toutes les Experiences que l'on a faites pour connoître quelle quantité de Poudre l'on doit employer selon les differens corps, est qu'il faut pour chaque toise cube,

| | |
|---|---|
| De terre remuée | 9 ou 10 liv. de Poud. |
| De terre ferme & sable fort | 11 ou 12 liv. |
| D'argille | 15 ou 16 liv. |
| De maçonnerie nouvelle ou de peu de liaison | 15 ou 20 liv. |
| De vieille maçonnerie bien liée | 25 ou 30 liv. |

III. Que l'ouverture d'une Mine qui a joué en pleine terre étant chargée à propos, se fait en cone, dont le diametre de la base est double de la hauteur prise depuis le centre de la Mine.

IV. Que lorsqu'une Mine est trop chargée, elle ne fait qu'un trou ou puits, dont l'ouverture superieure n'est gueres plus grande que celle de la chambre où étoit la Poudre.

V. Qu'outre l'effort de la Poudre contre les corps qu'elle enleve, elle foule encore & meurtrit toutes les terres qui l'avoisinent, tant au-dessous qu'aux côtez, & ces foulures ou meurtrissures s'étendent d'autant plus que ces matieres environnantes sont moins de résistance.

POUR

Pour rendre raiſon de tous les effets réſultans de ces Experiences, & déterminer enſuite la quantité de Poudre dont on doit charger les Mines, & leur diſpoſition la plus avantageuſe pour produire les effets que l'on ſe propoſe.

Concevons 1°. Une Mine dont toutes les parties qui la renferment ſoient incapables de compreſſion, & faſſent une égale réſiſtance, telle que ſeroit une bombe d'égale épaiſſeur partout, ſuſpendue en l'air; il eſt évident que dans ce cas, outre la réſiſtance du corps, il faut encore que l'effort de la Poudre ſurmonte le poids de l'air environnant; & alors le corps ſe réduiroit en pouſſiere, ou du moins en très-petits morceaux.

L'on remarquera en paſſant qu'une bombe ne differe de la Mine que l'on vient de ſuppoſer, qu'en ce qu'elle eſt un peu plus épaiſſe par le fond oppoſé à la fuſée qu'ailleurs.

L'on fait le fond de la bombe plus ſolide que le reſte pour deux raiſons. Premierement afin que cette partie étant plus peſante ſoit tournée vers la terre lorſque la bombe tombe, de crainte qu'elle ne ſe briſe par ſon choc contre les corps qu'elle rencontre. Secondement afin qu'elle ne tombe point ſur la fuſée, ce qui pourroit l'éteindre; l'un ou l'autre cas arrivant, la bombe ne feroit point le principal effet auquel elle eſt deſtinée, qui eſt de porter le feu dans les magazins des ennemis, après avoir rompu par ſa chute les voutes ou planchers des lieux qui les renferment.

On employe auſſi dans pluſieurs occaſions des bombes dans les Mines, comme pour faire ſauter les contreforts des murailles d'un rempart, lorſque l'on veut faire brêche à un rempart revêtu, &

& dans les fougaſſes que l'on fait pour la défenſe des dehors d'une place.

Propoſons-nous en ſecond lieu une Mine dont tous les corps environnans ſoient également capables de compreſſion, & réſiſtent avec des forces égales de toutes parts. Alors le premier effet de la Poudre enflamée ſeroit de fouler & comprimer également tous ces corps, & ils ne ſeroient écartez & détachez que lorſque par leur compreſſion ils deviendroient capables de réſiſter à ſon effort ; de ſorte que la Poudre y pourroit être en ſi petite quantité, que tout ſon effet ſe termineroit à la ſeule compreſſion des corps environnans. C'eſt la raiſon pourquoi l'on renferme la chambre d'une Mine que l'on fait dans les terres de forts madriers bien étançonnez ; quelquefois même on la maçonne, afin que les parties environnantes réſiſtent davantage. Il eſt aiſé de concevoir que ſi les corps environnans la chambre d'une Mine, telle que l'on vient de la ſuppoſer, étoient inégalement capables de compreſſion, au lieu que dans le premier cas la compreſſion s'étendoit également en ſphere, elle s'étendroit inégalement dans le ſecond cas.

Enfin ſi l'on conçoit une Mine dont tous les corps environnans ſoient également capables de compreſſion, mais qu'il y ait moins de réſiſtance d'un côté que d'un autre, comme il arrive à toutes les Mines que l'on fait dans les terres, il ſe fera d'abord une ſphere de compreſſion, dont le diametre ſera d'autant plus grand que la partie la plus foible réſiſtera davantage à être enlevée ; ſurquoi l'on peut remarquer trois choſes :

Premierement, ſi l'effort de la Poudre eſt très-

très-grand par raport à la résistance du côté foible, la compression s'étendra peu; & cette partie sera enlevée si promptement, que les parties voisines n'ayant pas le temps de s'ébranler, il ne fera qu'un trou ou puits dont le diametre sera à peu près égal à celui de la chambre de la Mine, & dont les terres seront poussées fort loin. C'est ce qui arriva au siége de *Verue* fait par M. de *Vendôme*. Les assiegez firent jouer deux Mines apparemment trop chargées pour faire sauter des batteries qui les incommodoient: ces Mines firent des puits dans lesquels l'assiégeant fit des logemens où il fut à couvert.

Secondement, si la Mine est trop peu chargée, elle ne fait qu'une simple compression, ou au plus un petit soulevement vers la partie la plus foible, comme il vient d'arriver au siege de *Ciudad Rodrigo*.

Enfin si la Mine est chargée d'une quantité de Poudre qui soit entre ces deux extrémitez, elle enlevera un cone de terre, dont le diametre de la base aura un raport plus ou moins grand à sa hauteur depuis le centre de la Mine, selon que l'effort de la Poudre sera plus ou moins grand. Et l'effet le plus avantageux est lorsque le diametre de la base de ce cone est double de sa hauteur: alors les terres enlevées retombant presque toutes dans le trou de la Mine, l'ennemi n'en peut profiter pour s'y établir. C'est pour produire cet effet que l'on a déterminé par des experiences la quantité de Poudre necessaire par raport aux differens corps que l'on doit enlever par les Mines.

Il faut donc pour charger une Mine ensorte qu'elle fasse l'effet le plus avantageux qu'il est possible, savoir le poids des matieres qu'elle doit en-

enlever; c'eſt-à-dire qu'il faut trouver la ſolidité du cone droit, dont la baſe eſt double de la hauteur de la terre au-deſſus du centre de la Mine, ce qui eſt aiſé à trouver par les regles que la Geometrie preſcrit; on en ôtera, ſi l'on veut, le petit cone compris dans la chambre de la Mine: mais ce ſont des minuties de nulle conſéquence, & l'on peut même prendre pour la ſolidité de ce cone le cube de ſa hauteur; ces ſolidítez ſont aſſez approchantes pour ne cauſer aucune difference ſenſible dans l'effet de la Mine. Ayant trouvé la ſolidité de ce cone en toiſes cubes, on multipliera le nombre de ces toiſes par le nombre des livres de Poudre neceſſaires pour enlever les matieres qu'il renferme, que l'on a marquez dans les Experiences; & ſi le cone à enlever renferme des corps de differens poids, on prendra un poids moyen entre tous, ayant auſſi égard à ceux qui ont plus de liaiſon. Il vaut généralement mieux mettre un peu plus de Poudre que d'en mettre moins.

Quant à la diſpoſition des Mines, on doit obſerver pour regle générale que la partie vers laquelle on veut déterminer ſon effet ſoit la plus foible. Nous n'entrerons point ici dans le détail de cette diſpoſition, elle varie ſelon la diverſité des circonſtances dans leſquelles on les employe, & des effets que l'on veut qu'elles produiſent; outre qu'il eſt aiſé de la conclure des principes que l'on vient d'établir.

ECLAIR-

# ECLAIRCISSEMENT

*Sur la composition des differentes especes de Vitriols naturels, & explication Physique & sensible de la maniere dont se forment les Encres vitrioliques.*

Par M. Lemery le fils.

*Les remedes dont on se sert communément & avec succès dans la pratique de Medecine, ne peuvent être trop étudiez, ni trop connus. Le Vitriol y étant dans un grand usage, tant interieurement qu'exterieurement, je me suis appliqué par plusieurs experiences & observations à découvrir la composition particuliere des differentes especes de ce mineral; & comme une connoissance en amene souvent une autre, le premier fruit de mon travail sur les Vitriols a été une explication Physique & très-naturelle de la maniere dont se forment les Encres vitrioliques: mais quelque vrai-semblable que me parut d'abord cette explication, comme elle n'avoit particulierement été imaginée que sur la connoissance du Vitriol, sans avoir autant examiné la nature des matiéres vegetales propres à agir sur ce mineral, & à produire les Encres dont il s'agit; j'ai fait plusieurs autres experiences pour verifier mon explication, & j'ai tâché de ne rien avancer qui ne fut fondé & établi sur des faits.

Le Vitriol peut être divisé en cinq especes,



* 12. Novembre 1707.

qui different entr'elles par leur couleur ; ſavoir, le Vitriol verd, celui qui tire un peu ſur le bleu, le Vitriol blanc, le Vitriol rouge, & enfin celui qui eſt veritablement bleu, & qui eſt appellé Vitriol de *Cypre* ou d'*Hongrie*.

J'ai déja fait voir dans un Memoire lû le 14 Avril 1706, que le Vitriol verd pouſſé par le feu donnoit un acide, & une matiere noire & ferrugineuſe que l'aiman attiroit entierement, & avec la derniere facilité. J'ai auſſi prouvé dans le même Memoire que le vitriol artificiel fait avec la limaille de fer & l'eſprit de vitriol, reſſembloit parfaitement au Vitriol verd naturel, & qu'étant analyſé de la même maniere, il rendoit des ſubſtances ſemblables. Ces deux épreuves fondées ſur la décompoſition & la récompoſition du même mineral, montrent évidemment qu'il eſt effectivement compoſé d'acide & de fer. Voyons ſi les autres Vitriols n'ont rien de particulier.

Je commence par celui qui tire un peu ſur le bleu. Sa couleur a fait croire qu'il participoit du cuivre ; & ce qui a encore confirmé cette opinion, c'eſt que quand on en frote une lame de coûteau, il la rougit. J'ai diſtilé ce Vitriol, j'en ai eu un eſprit & une huile qui ne different point eſſentiellement des liqueurs qui viennent du vitriol verd. J'ai enſuite pouſſé par un feu de fonte la matiere reſtée dans la cornue, & quand elle a été tout-à-fait dépouillée de ſes acides, j'y ai préſenté une lame d'acier aimantée qui en a également attiré toutes les parties. J'ai fait pluſieurs experiences pour découvrir s'il n'y avoit point de cuivre caché dans cette matiere, mais je n'en ai point découvert ; je ne conclus pourtant pas delà qu'il n'y en a point, puiſque ce

Vi-

Vitriol donne des marques de cuivre, & qu'il se peut faire que pendant mon operation le cuivre qui vrai-semblablement étoit en petite quantité, se soit uni intimement par la violence du feu à toute la matiere ferrugineuse, & n'ait plus été reconnoissable. Toute la conséquence que je tire de mon experience, c'est que le fer faisoit la base principale du Vitriol dont il s'agit; car si le cuivre y eut été en aussi grande quantité que le fer, outre qu'il y en auroit toûjours eu quelques parties qui se seroient fait reconnoître après la fonte de la matiere, ce metal auroit encore donné au vitriol une couleur bien plus bleue que celle qu'il a naturellement, comme je l'ai remarqué en dissolvant une égale quantité de cuivre & de fer, & mêlant ensemble les deux dissolutions, dont l'assemblage étoit très-bleu.

J'ai examiné avec la même attention le Vitriol blanc, & le Chalcitis ou Vitriol rouge, & ils m'ont donné précisément les mêmes substances que le Vitriol verd; ce qui est aisé à concevoir dès qu'on fait attention que ces vitriols ne different point essentiellement du vitriol verd, auquel il est aisé de donner une couleur blanche & une couleur rouge, sans rien ajoûter à sa composition.

Voilà donc quatre Vitriols dont la base principale est du fer, & dont la difference est très-peu considerable. Il n'en est pas de même du Vitriol de *Cypre*; car au lieu que les Vitriols *Romains*, d'*Angleterre* & d'*Allemagne* deviennent d'abord gris blancs par l'action du feu, & ensuite rouges comme du sang; celui-ci calciné par un bon feu & un assez long temps, n'a jamais acquis qu'une couleur noirâtre en dessous, &

jaune en dessus ; j'ai mis cette masse calcinée dans un creuset d'*Allemagne* que j'ai placé dans un fourneau de forges ; j'ai poussé la matiere par une derniere violence de feu, & au lieu que le colcotar des autres Vitriols acquiert par la même operation une couleur noire, & s'attache ensuite très-aisément à une lame d'acier aimantée, la masse au contraire du Vitriol bleu est devenue grise en dessus, rougeâtre en dessous, s'est fondue beaucoup plus vîte & plus parfaitement, & s'est fortement attachée au creuset; j'en ai separé une portion que j'ai réduit en poudre ; j'ai presenté une lame aimantée à cette poudre, dont aucunes parties n'ont été enlevées, ce qui marque qu'il n'est point entré de fer dans la composition du Vitriol de *Cypre*, ou du moins qu'il en est entré très-peu. Sa base principale, par l'examen que j'en ai fait, m'a paru être du cuivre mêlé peut-être à quelqu'autre matiere metallique ou minerale. On prétend que ce Vitriol est artificiel : mais quoiqu'il en soit, je ne voudrois pas en faire prendre interieurement, à cause du cuivre qu'il contient, & dont l'experience n'a que trop souvent prouvé les mauvais effets.

Voilà ce que j'ai remarqué de plus essentiel sur la composition des differens Vitriols; je passe présentement aux Encres vitrioliques.

Tout le monde sait que la noix de galle mêlée avec le Vitriol, produit sur le champ une Encre très-noire, & dont on se sert communément pour écrire ; on sait encore qu'un des meilleurs moyens pour découvrir tout d'un coup & sans analyse s'il y a du Vitriol dans quelque matiere où l'on en soupçonne, c'est d'y verser de la teinture de noix de galle, ou celle de

quel-

quelqu'autre matiere de même nature ; car s'il en résulte une couleur noire, c'est un indice de Vitriol.

En comparant cet effet du Vitriol à celui de la limaille de fer, versée sur plusieurs sucs de vegetaux qu'elle rend aussi noirs que l'Encre commune, je me suis imaginé que le Vitriol n'étoit propre à faire de l'Encre, que parcequ'il contient du fer, qui revivifié dans sa couleur naturelle, produit une espece de teinture ferrugineuse d'autant plus noire, que les parties de ce metal ont été fortement attenuées par les acides vitrioliques ; car je ferai voir une autre fois en parlant des differentes teintures du fer, que sa couleur noire augmente fort considerablement, & qu'elle devient très-foncée quand il a été réduit, & divisé en une poussiere subtile par une manipulation particuliere.

Si mon raisonnement sur le principe ou le metal auquel j'attribue la noirceur des Encres vitrioliques est juste & veritable, les quatre Vitriols naturels, dont l'analyse m'a appris que la base étoit une matiere noire & ferrugineuse, & en général toutes les dissolutions de fer faites par les esprits de nitre, de sel, de Vitriol, d'alun, de souffre & de vinaigre, doivent faire de l'Encre avec la noix de galle, ce que j'ai aussi reconnu par experience. Suivant ce même raisonnement le Vitriol de *Cypre* qui ne m'a donné aucune marque de fer, & toutes les dissolutions de cuivre, ne doivent point faire de l'Encre avec la noix de galle, ce qui est encore conforme à l'experience.

Voici encore deux experiences qui confirment mon sentiment sur la matiere qui donne la couleur noire aux Encres vitrioliques.

J'ai examiné féparément les deux fubftances dont le Vitriol propre à faire de l'Encre eft compofé, favoir fon acide, & fa bafe qui eft du fer; j'ai verfé de la teinture de noix de galle fur de l'efprit de Vitriol, qui n'en a reçû aucun changement; j'ai enfuite verfé de cette teinture fur de la limaille de fer, qui dans un efpace de temps affez médiocre a fait une Encre fort noire; d'où il me paroît que j'ai tout lieu de conclure que c'eft le fer contenu dans le Vitriol qui en fe revivifiant donne la noirceur aux Encres vitrioliques; refte à favoir par quelle méchanique fe fait cette revivification.

L'idée la plus naturelle qui fe prefente d'abord, c'eft que la noix de galle ou les autres matieres femblables agiffent fur le Vitriol comme des abforbans, c'eft-à-dire qu'elles fe chargent de fa partie acide, & que le fer du Vitriol dépouillé par ce moyen des acides qui cachoient fa couleur propre, reparoît dans cette couleur qu'il communique à toutes les parties du liquide, en les couvrant & s'y foûtenant de la même maniere qu'il fait dans plufieurs autres liqueurs vegetales.

Une preuve que les acides du Vitriol paffent du fer dans les pores de la noix de galle, & que c'eft ce paffage qui donne lieu à la couleur noire, c'eft que fi après que l'Encre eft faite on y verfe quelques goutes d'efprit de Vitriol, les parties ferrugineufes de la liqueur reçoivent & admettent dans leurs pores les nouveaux acides qui fe prefentent, ce qu'elles n'auroient pû faire fi les anciens acides n'en euffent pas été détachez; & par ce moyen le fer diffous une feconde fois, & redevenu vitriol, ne peut plus donner en cet état de couleur noire, auffi s'éteint-elle abfolument dans la liqueur. C'eft

C'est par la méchanique qui vient d'être expliquée que le verjus, qui est un acide, enleve de dessus le linge les taches d'encre qui s'y sont formées, & qui sans ce secours y resteroient d'autant plus opiniâtrement, que le fer qui fait la matiere de ces taches est un metal fort gras & fort sulphureux, & qui par-là tient fortement aux corps où il a été étendu, & où ses parties rameuses l'ont accroché.

Il suit assez clairement de tout ce qui a été dit, que la noix de galle & les autres matiéres semblables sont de veritables absorbans; & qu'elles agissent comme telles sur le vitriol; & pour prouver encore que ces matiéres ont effectivement la qualité absorbante que je leur attribue, c'est qu'après en avoir fait plusieurs décoctions, & en avoir versé sur differentes dissolutions de metaux, ils ont été précipitez de même que quand on se sert pour celà du sel de tartre, de l'esprit de sel ammoniac, de l'eau de chaux, ou de quelqu'autre absorbant pareil. Mais il est bon de remarquer que comme la noix de galle mêlée avec le Vitriol fait une Encre bien plus noire que la plûpart des autres matiéres vegetales de même nature, aussi précipite-t-elle mieux & plus abondamment les metaux.

Peut être, me dira-t-on: Si la noix de galle agit sur les metaux dissous, comme l'huile de tartre, l'eau de chaux, & les autres absorbans pareils; pourquoi ces absorbans-là ne font-ils pas aussi de l'Encre quand on les mêle avec du vitriol?

Je réponds que la noix de galle agit comme ces absorbans, mais que son action est encore plus efficace que la leur; car au lieu que ces absorbans mêlez avec le Vitriol s'unissent seu-

lement à ses acides, & produisent avec eux un coagulum verdâtre, la noix de galle non seulement s'unit aux acides de ce mineral, mais encore les détache des pores du fer. La raison de cette difference consiste en ce que ces absorbans sont purement salins ou terreux, & que les parties absorbantes de la noix de galle sont unies intimement à des parties sulphureuses qui en augmentent la force & la vertu, & qui sont propres elles-mêmes à absorber les acides. On n'aura aucun lieu de douter de cette explication, si je prouve que les mêmes absorbans salins & terreux dont il a été parlé, & qui sont reconnus par l'experience incapables de faire de l'Encre avec le Vitriol, deviennent propres à cet effet, en les unissant intimement à des souffres. C'est ce que l'on va voir par les deux experiences suivantes.

J'ai fait fondre dans beaucoup d'eau, des scories de regule d'antimoine simple & sans mars, j'ai eu une liqueur claire, chargée d'un sel alkali, & des souffres brûlans de l'antimoine qui se font bien sentir dans la liqueur par la mauvaise odeur qu'ils lui communiquent. J'ai versé de cette liqueur sur la dissolution de Vitriol, & il s'est fait aussi-tôt une Encre fort noire.

J'ai ensuite versé de l'eau chaude sur un mélange de chaux & d'orpiment, & après cinq ou six heures j'ai eu une eau de chaux suffisamment chargée des souffres de l'orpiment, qui s'y faisoient sentir comme ceux de l'antimoine dans la liqueur précedente. J'ai versé de cette eau de chaux & d'orpiment sur de la dissolution de vitriol, & il s'est encore fait une Encre.

Après cela je croi être en droit d'assurer qu'il faut

faut un absorbant sulphureux pour faire de l'Encre, & que la noix de galle & en géneral toutes les matieres qui produisent cet effet, sont des absorbans sulphureux. Ce sentiment paroît encore confirmé par la connoissance du fer; car ce métal étant très-sulphureux, & étant par cela même très-propre à recevoir & à retenir dans ses pores les acides qui s'y sont introduits, comme plusieurs experiences que j'ai données dans d'autres Memoires le font assez connoître, il faut que le corps qui lui dérobe & lui enleve ses acides soit du moins aussi propre que le fer même à les recevoir, & par conséquent qu'il soit aussi très-sulphureux.

Ce passage des acides du Vitriol dans les pores de la noix de galle, ou des autres matiéres semblables, pourroit être comparé à ce qui arrive quand on verse une dissolution d'argent faite par l'esprit de nitre, sur une plaque de cuivre; car alors les acides du nitre trouvant un metal sulphureux bien plus propre à les recevoir que n'est l'argent, ils s'insinuent & se logent insensiblement dans ses pores, & à mesure qu'ils s'y enfoncent, ils se dépouillent des parties de l'argent dont ils étoient revêtus, & qui tombent au fond de la liqueur.

Peut-être m'objectera-t-on que si les acides du Vitriol sortoient du fer, comme ceux du nitre sortent de l'argent, le fer se précipiteroit comme l'argent, & il ne se soûtiendroit pas comme il fait dans toute l'étendue du liquide dont il colore également le haut & le bas.

Je réponds que quoique la maniere dont les acides passent d'un corps dans un autre soit semblable dans l'un & dans l'autre cas, cependant

les suites n'en sont pas toûjours les mêmes; ce qui vient & de la difference des metaux qui perdent leurs acides, & de la diversité des corps qui les leur enlevent. Car 1°. le fer se dissout & se soûtient dans presque toutes sortes de liqueurs; ce qui n'arrive point à l'argent, & ce qui est à remarquer dans la comparaison des deux experiences dont il s'agit. En second lieu dans l'experience de l'argent, quand le cuivre lui a enlevé les acides qui le soûtenoient dans le liquide, il n'y trouve plus rien qui soit capable de le soûtenir contre son propre poids. Au lieu que la noix de galle qui est une matiére vegetale, contient toûjours des parties huileuses & gluantes, qui servent comme de colle pour arrêter la poudre du fer, & pour l'empêcher de se précipiter. Cependant il m'est souvent arrivé qu'après avoir fait de l'Encre vitriolique avec d'autres matiéres vegetales que la noix de galle, & avoir ensuite laissé reposer la liqueur, la poudre du fer s'est précipitée au fond du vaisseau, & le haut du liquide est devenu clair & transparent. Or en ce cas-ci il est arrivé la même chose en tout que dans l'experience de l'argent & du cuivre, & cela, comme je le conjecture, parce que les matiéres vegetales employées au lieu de la noix de galle ne contenoient pas la glu necessaire pour soûtenir & pour arrêter la poudre du fer. Cette explication paroît confirmée, par ce que j'ai remarqué qu'en ajoûtant au dernier mêlange, dont il a été parlé, des parties gluantes, comme celles de la gomme *Arabique*, la poudre du fer ne se précipite point, & toute la liqueur conserve sa couleur noire.

J'ai dit dans ce Memoire que la teinture de noix de galle faisoit tout d'un coup une Encre

avec

avec le Vitriol, & qu'il lui falloit un peu de temps pour en faire avec la limaille de fer. La raiſon en eſt que cette limaille contient des parties groſſieres, qu'il faut que la teinture de noix de galle commence par diviſer, pour les pouvoir enſuite enlever & ſoûtenir; au lieu que cette teinture trouve dans la ſolution du Vitriol, un fer non-ſeulement diviſé par les acides de ce mineral en une pouſſiere très-ſubtile, mais encore tout étendu & diſperſé dans le liquide, & par conſéquent tout prêt à le colorer de ſa propre ſubſtance, dès que les acides en ſeront ſeparez.

Mais, me dira-t-on: Si la teinture de noix de galle trouve dans le Vitriol les parties du fer toutes diviſées, elle trouve auſſi des acides, dont il faut qu'elle débarraſſe le fer du Vitriol, ce qu'elle ne trouve point dans la limaille de fer. Cela étant l'Encre vitriolique ne ſe devroit point faire plus vîte que l'Encre de la limaille.

Je réponds que comme la noix de galle eſt un puiſſant abſorbant, elle a bien plus de facilité & par conſéquent elle employe bien moins de temps à ſe charger des acides du Vitriol, qu'à diviſer & à enlever les parties de la limaille.

Je finirai ce Memoire par quelques obſervations que j'ai faites ſur differentes matiéres, & qui ſemblent encore s'accorder parfaitement avec ce que j'ai avancé ſur la nature des vegetaux propres à faire de l'Encre avec le Vitriol.

Ces obſervations ſont, 1°. Qu'après avoir fait un grand nombre de teintures de differens vegetaux, & les avoir mêlées avec du Vitriol, tous

ceux qui m'ont paru les plus propres à faire de l'Encre, sont dans la classe des remedes astringens d'une certaine espece, c'est-à-dire de ceux qui sont reconnus par l'experience propres à donner plus de consistance aux liqueurs, à fortifier les parties, & à mortifier les aigres qui les irritoient, & les picottoient trop fortement. Tels sont l'écorce de Grenade, les Balaustes, le Sumac, les Roses, les Glans, les feuilles & le bois de Chêne, la noix de Galle & plusieurs autres. Or il est certain que la vertu astringente de ces vegetaux se conçoit parfaitement en leur supposant des parties absorbantes & sulphureuses, comme je croi l'avoir prouvé.

En second lieu j'ai fait plusieurs infusions & dissolutions de purgatifs, comme du Senné, de la Manne, de l'Agaric, du Jalap, de la Coloquinte, du Tabac, des racines d'Ellebore blanc & noir, & aucune de ces liqueurs mêlées à la dissolution du Vitriol n'a produit de couleur noire, ni même rien qui en approchât; ce qui est encore conforme à nôtre raisonnement: car ces purgatifs bien loin d'avoir des parties absorbantes, comme les astringens dont je viens de parler, sont chargez de sels vifs & actifs par le moyen desquels ils picottent, & produisent leur action.

En troisiéme lieu comme la Rhubarbe & les Mirabolans sont de doux purgatifs, qui après avoir produit leur action de purgatif resserrent & fortifient, ce qu'on attribue communément à des parties terreuses & absorbantes; j'ai voulu voir si l'infusion de ces deux vegetaux feroit quelque effet sur le Vitriol, & elles ont effectivement produit une Encre.

Quoique les observations qui viennent d'être

tre rapportées semblent prouver que les matiéres vegetales qui font de l'Encre avec le Vitriol ont une vertu astringente, cependant je ne propose ce sentiment que comme une conjecture que je verifierai par d'autres observations: mais si dans la suite il se trouvoit veritable, il auroit son utilité, puisqu'il pourroit quelquefois servir de regle pour découvrir par le secours du Vitriol, si certains vegetaux inconnus ou peu connus ont une vertu astringente.

Mais si le mêlange du Vitriol avec certains vegetaux peut quelquefois faire connoître leur vertu medicinale, le mêlange des absorbans sulphureux avec le Vitriol peut aussi servir sans le secours de l'analyse à découvrir les substances qui sont entrées dans la composition de ce mineral. Car premierement j'ai fait voir que les Vitriols naturels qui contiennent du fer sont propres à faire de l'Encre, & que le Vitriol de *Cypre* qui n'en contient point ne produit point cet effet: d'où l'on peut conclure que tout Vitriol qui mêlé avec la noix de galle fait de l'Encre, contient réellement du fer.

En second lieu j'ai fait differens Vitriols, les uns avec du fer & differentes doses de cuivre, les autres avec du fer tout pur. J'ai mêlé séparément tous ces Vitriols avec la solution des scories de regule d'antimoine, & il s'est fait plusieurs Encres que j'ai comparées les unes aux autres, & avec chacune desquelles j'ai écrit sur du papier; j'ai remarqué que la plus noire étoit celle du Vitriol où le fer seul étoit entré, & que les autres Encres avoient une couleur roussâtre plus ou moins forte suivant la quantité du cuivre qui avoit été employé dans la composition de leur Vitriol. J'ai fait la même experien-

ce sur plusieurs Vitriols naturels dont l'analyse n'y fait appercevoir que du fer, & comme quelques-uns de ces Vitriols m'ont donné une Encre un peu roussâtre & moins noire que celle du Vitriol purement ferrugineux, il y a lieu de croire que ces Vitriols contiennent effectivement un peu de cuivre.

Voilà des regles assez faciles pour découvrir tout d'un coup les differentes substances dont le Vitriol est composé ; ce qui prouve que des experiences qui ne paroissent que curieuses, peuvent avoir leur utilité suivant l'usage qu'on en sait faire.

# NOUVELLE CONSTRUCTION DES PERTUIS.

## PAR M. DE LA HIRE.

*LES Pertuis se font ordinairement sur de petites rivieres qui n'ont qu'une pente mediocre avec peu d'eau, & l'on barre la riviere en quelque endroit commode pour laisser amasser une assez grande quantité d'eau au-dessus pour porter bateau ; & lorsque les bateaux sont arrivez au Pertuis, on l'ouvre promptement, & les bateaux passent alors par le Pertuis, étant soûtenus par l'eau ramassée.

La maniere la plus ordinaire de fermer les Pertuis qui est fort simple & qui coûte peu, est de placer plusieurs pieces de bois quarré contre un

* 3. Decembre 1707.

un seuil arrêté en travers sur le fond de la riviere, & par le haut contre une autre piece de bois qui traverse aussi la largeur de la riviere & qui est parallele au seuil, mais qui se meut aisément par l'une de ses extrémitez sur une grosse cheville, & par l'autre extrémité elle s'arrête contre quelque corps solide & ferme, quand elle est dans la situation parallele au seuil. Toutes les pieces de bois qui ferment le Pertuis, & qui sont appliquées contre le seuil & contre la traverse du haut s'appellent *Aiguilles*, & elles n'y sont retenues & arrêtées que par l'eau qui s'éleve peu à peu dans le canal de la riviere audessus du Pertuis : mais toutes ces aiguilles ne sont jamais si bien ajustées les unes proche des autres, qu'il ne s'échape beaucoup d'eau entredeux ; ce qui est un défaut considerable dans cette maniere de fermer les Pertuis.

Lorsqu'on veut ouvrir le Pertuis, on tire promptement toutes les aiguilles, & l'on détourne aussi la traverse du haut, afin de laisser le passage libre aux bateaux; mais on ne sauroit faire cette manœuvre si vîte, qu'il ne s'échape beaucoup d'eau avant que les bateaux ayent le passage tout libre, ce qui les peut mettre en danger de demeurer à sec & de ne pouvoir passer, & même d'être arrêtez sur le seuil au milieu du Pertuis. C'est pourquoi on pratique en quelques lieux d'attacher des cordes à toutes les aiguilles par le haut, afin de les pouvoir tirer de dessus le bord de l'eau plus aisément, & plus promptement que si l'on étoit sur la traverse.

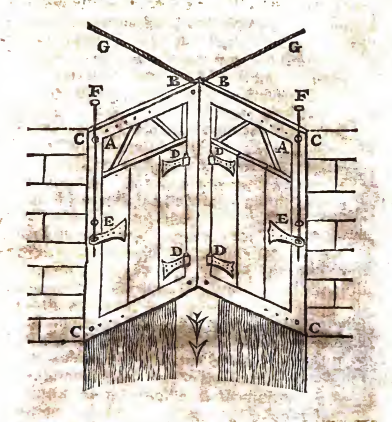
Mais voici une maniere pour ouvrir les Pertuis tout d'un coup & sans peine, & les fermer de même.

On ferme ou on barre les Pertuis avec deux por-

portes semblables à celles dont on se sert ordinairement à l'entrée & à la sortie des Ecluses. Ces portes sont à deux battans ou venteaux qui se soûtiennent l'un contre l'autre, & qui font un angle saillant du côté d'amont de la riviere: mais tout l'artifice ne consiste que dans la construction de la porte.

Chaque battant ou venteau *AB* n'est qu'un chassis de pieces de bois assemblées, & assez fortes pour l'usage & pour le lieu. Ces chassis sont arrêtez pour tourner sur leurs gonds en *C* dans les piés-droits ou jambages qui sont aux deux côtez du Pertuis à l'ordinaire des portes, & ils s'ouvrent du côté d'amont l'eau; mais les veritables portes qui ferment les ouvertures des chassis sont arrêtées sur leurs gonds en *D* aux traverses montantes des chassis, lesquelles se doivent joindre ou rencontrer quand les portes sont fermées; & ces portes s'ouvrent du côté de l'aval de l'eau au contraire des chassis. Elles ont vers *E* chacune une espece de loquet, ou bien un moraillon percé pour entrer dans un crampon, où l'on peut ficher une cheville *F* qui a une longue queue, comme sont les verrouils qu'on appelle à queue, afin de les pouvoir placer dans le trou ou œil du crampon quand on est au haut de la porte.

On voit par cette construction que les portes *ED* étant attachées & arrêtées dans les chassis *AB*; & les chassis étant l'un contre l'autre, le canal de la riviere sera fermé ou barré, & l'eau s'élevera contre ces portes du côté d'amont; & lorsqu'on voudra ouvrir les Pertuis, on tirera seulement les deux chevilles ou verrouils dans le même temps; & aussi-tôt les deux portes s'en allant au fil de l'eau, on rangera facilement les chas-




chaffis contre les bords du canal, en les tirant chacun avec une chaîne ou corde *GB* de deffus le bord ; car l'eau ne peut pas faire un effort confiderable contre la partie des chaffis qui y eft plongée.

On voit auffi par cette conftruction qu'en tirant les chaffis contre le bord du canal, les portes *ED* demeurent toûjours au fil de l'eau, & qu'enfin quand les chaffis feront tout à fait ouverts, les portes *ED* feront fermées & fe feront remifes à leur place d'elle-même, où il n'y aura plus qu'à les arrêter avec le verrouil.

En-

Enfin pour refermer le Pertuis, il n'y aura aucune difficulté, puisque l'eau qui est alors presque de niveau des deux côtez, ne fait pas plus d'effort contre la porte d'un côté que d'autre.

On pourra affermir l'assemblage des chassis par deux écharpes ou liens qui seront placez au haut, & toûjours plus haut que le niveau de l'eau quand elle est retenue, afin qu'elle ait moins de prise contre l'assemblage des chassis quand on veut les ouvrir.

On remarquera qu'il n'est pas necessaire que la porte soit aussi haute que l'ouverture du chassis, il suffit qu'elle puisse soûtenir l'eau dans le canal à une hauteur propre à porter les bateaux.

On remarquera aussi que l'on pourra mettre deux gros loqueteaux à la place du seul moraillon qui est dans la Figure, pour faire mieux joindre la porte & la retenir plus ferme contre le montant du chassis. Ces loqueteaux s'arrêteront dans leurs mantonets qui seront fichez dans le montant de la porte; & ils auront chacun un bouton engagé dans une même verge qui montera jusqu'au haut de la porte, & qui coulera dans deux crampons ou anneaux qui y seront arrêtez; ensorte qu'en tirant cette verge on levera les deux loqueteaux tout à la fois, & la même verge servira à les refermer quand la porte sera remise à sa place, si les loqueteaux ne peuvent pas retomber d'eux-mêmes dans leurs mantonets par leur propre pesanteur jointe à celle de la verge.

RE-

# REMARQUES
## SUR LA
## CATARACTE ET LE GLAUCOMA.

Par M. de la Hire le fils.

* Quoique je ne puisse douter que la Cataracte & le Glaucoma ne fussent des maladies fort differentes, j'ai été bien aise cependant de voir abattre la Cataracte, afin d'être entierement confirmé dans mon sentiment, par l'operation que je vis faire par M. *Wolhouse* Oculiste *Anglois* le 22 Novembre 1707, & à laquelle furent presens M^rs. *Jeaugeon* & *Geoffroy* de cette Academie, & plusieurs autres personnes qui aussi-bien que moi demeurerent d'accord que ce qu'il abattoit dans l'œil sur lequel il operoit, n'étoit qu'une peau fort dure assez blanche, & ayant beaucoup de ressort, ce qu'on jugeoit par les plis qu'on y remarquoit, & par la difficulté qu'il eut à l'assujettir au fond de l'humeur aqueuse ; & aussi-tôt qu'elle y fut assujettie, le malade reconnut plusieurs objets, quoiqu'ils fussent à 6 ou 7 pouces de distance de l'œil, & que ce fut un vieillard, & qu'il eut les yeux fort enfoncez.

Ces circonstances sont à remarquer ; car pour peu qu'on ait de connoissance de la structure de l'œil, on doit savoir que la distance de 6 ou 7 pouces n'est pas celle où un vieillard à qui on au-

* 7 Decembre 1707.

auroit abattu le cryſtalin pourroit reconnoître des objets, puiſque ceux qui avoient la vûe courte, & à qui on a abattu la Cataracte, ont été obligez de ſe ſervir de Lunetes convexes après l'operation pour pouvoir lire ; ſoit que cette foibleſſe de vûe vienne de la diminution de l'humeur aqueuſe cauſée par l'operation, ce qui a rendu l'œil plus plat, ſoit qu'il le ſoit devenu par les compreſſions qu'il a ſouffert qui ne laiſſent pas d'être conſiderables, ou par toutes les deux cauſes enſemble ; ce que M. de *Wolhouſe* m'a aſſuré avoir vû pluſieurs fois.

Si en abattant ſeulement la Cataracte on change ſi fort la configuration de l'œil, ce qu'on remarque par la réunion des rayons qui ſe fait beaucoup plus loin qu'elle ne ſe faiſoit auparavant ; quel changement n'y feroit-on pas ſi on abattoit le cryſtalin, qui (comme l'on ſait) cauſe une très-grande refraction aux rayons qui paſſent au travers, & qui doit détruire entierement la viſion ſelon les regles d'Optique ? Mais je crois cependant qu'avec quelques ſecours étrangers on peut rétablir la viſion, quand même on auroit abattu le cryſtalin, comme on le verra dans la ſuite, pourvû que les humeurs aqueuſes & vitrées conſervaſſent leur tranſparence, & qu'il n'y eût point de goutte ſerenne : car la ſeule raiſon qui avoit empêché de croire que la choſe fût poſſible, étoit le mélange de l'humeur aqueuſe avec la vitrée, qui devoit ſe faire après que le cryſtalin étoit abattu ; comme on croyoit que ces deux humeurs cauſoient des differentes refractions aux rayons, on avoit conclu qu'étant preſque impoſſible qu'elles ſe mêlaſſent parfaitement ou qu'elles priſſent une figure reguliere, les rayons ſouffriroient beau-

coup

coup d'écart, & par conséquent qu'il ne se pouvoit faire de peinture distincte de l'objet : mais l'experience que nous avons faite détruit cette raison, & confirme ce que j'ai avancé.

Nous avons pris l'humeur vitrée d'un œil de bœuf, & nous l'avons mise dans une phiole spherique qui avoit environ un pouce de diamettre, & ayant rempli d'eau le reste de cette phiole, nous n'avons point trouvé qu'il y eût aucune difference de refraction entre l'humeur vitrée & l'eau ; car quoique cette humeur fût plus pesante que l'eau, on ne laissoit pas cependant de voir au travers de ces deux liqueurs les objets dans leur figure naturelle en quelque sens qu'on les y regardât ; & ainsi on ne peut douter qu'une personne à qui on auroit abattu le crystalin ne pût voir, pourvû qu'il se servît de verres convexes, & disposez de telle façon qu'ils suppléassent au défaut du crystalin. C'est ce que je me suis proposé d'executer à la premiere occasion que je pourrai trouver, ne doutant nullement de réussir, pourvû (comme je l'ai déja dit) que les humeurs aqueuses & vitrées ne soient point troubles ; ce qu'on connoîtra aisément en les regardant par le trou de la prunelle, ou que l'œil n'ait point une goutte serenne. Ce qu'on peut aussi reconnoître en le regardant ; car il paroît fort net, & cependant il ne reçoit aucune impression de la lumiere.

OB-

# OBSERVATION

## *De l'Eclipse de Lune faite à* Zurich *par Messieurs* Scheuchser, *& comparée à la même Eclipse faite à* Rome.

### PAR M. MARALDI.

* LES Phases de l'Eclipse de Lune du 17 Avril de cette année 1707, que Mrs *Scheuchser* ont observé à *Zurich*, & qu'ils ont envoyé derniérement à l'Academie, ont été marquées à minutes, à tiers & à quarts de minutes. Ils ont observé le commencement de l'Eclipse à 18 minutes $\frac{2}{3}$ après minuit, l'Immersion totale de la Lune dans l'ombre à $1^h\ 23'\frac{1}{3}$, le commencement de l'Emersion à $3^h\ 9'\frac{2}{3}$, & la fin de l'Eclipse à $4^h\ 14'\frac{1}{3}$.

En comparant le commencement avec la fin de l'Eclipse, sa durée totale résulte de $3^h\ 55'\frac{2}{3}$; & par la comparaison de l'Immersion totale avec le commencement de l'Emersion, on trouve la durée de l'obscurité totale de $1^h\ 46'\frac{1}{3}$, & le milieu de l'Eclipse à *Zurich* à $2^h\ 16'\frac{1}{2}$.

La durée de l'Eclipse totale, & de l'obscurité totale s'accorde assez précisément avec celle qui a été déterminée à *Rome* par M. *Bianchini*, qui eut le Ciel favorable durant cette Eclipse.

Outre ces Phases principales, Mrs *Scheuchser* ont observé l'entrée & la sortie de plusieurs taches de l'ombre, qu'ils ont nommées suivant la

* 14. Decembre 1707.

la dénomination d'*Hevelius*, & que nous avons réduites à celle du P. *Riccioli*, pour les comparer avec les Observations des mêmes Phases faites à *Rome* par M. *Bianchini*, & en tirer la difference des meridiens entre ces deux Villes.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 0h | 32′ | 0″ | Commencement de l'Eclipse à *Rome.* |
| | 18 | $\frac{2}{3}$ | à *Zurich.* |
| | 13 | $\frac{1}{3}$ | Difference des meridiens. |
| 0 | 34 | 20 | Tout Grimaldi dans l'ombre. |
| | 20 | $\frac{1}{4}$ | Grimaldi dans l'ombre. |
| | 14 | $\frac{1}{12}$ | Difference. |
| 0 | 50 | 34 | Commencement de Copernic à *Rome.* |
| | 37 | $\frac{2}{3}$ | à *Zurich.* |
| | 12 | 54 | Difference. |
| | 53 | 34 | Fin de Copernic à *Rome.* |
| | 39 | $\frac{1}{4}$ | à *Zurich.* |
| | 14 | $\frac{1}{4}$ | Difference. |
| | 56 | 39 | Commencement de Tycho à *Rome.* |
| | 43 | $\frac{2}{3}$ | à *Zurich.* |
| | 13 | 0 | Difference. |
| | 58 | 44 | Tout Tycho à *Rome.* |
| | 45 | $\frac{1}{4}$ | à *Zurich.* |
| | 13 | [illegible] | Difference. |
| 1 | 6 | 28 | Commencement de Plato à *Rome.* |
| | 52 | $\frac{2}{3}$ | à *Zurich.* |
| | 13 | $\frac{3}{4}$ | Difference. |
| 1 | 8 | 24 | Manilius dans l'ombre à *Rome.* |

54′

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 54′ | $\frac{1}{2}$ | à *Zurich*. |
| | 13 | 54 | Difference des meridiens. |
| 1 | 12 | 28 | Commencement de Menelaus à *Rome*. |
| | 58 | 0 | à *Zurich*. |
| | 14 | 28 | Difference des meridiens. |
| | 12 | 58 | Tout Menelaus à *Rome*. |
| | 59 | $\frac{1}{6}$ | à *Zurich*. |
| | 13 | $\frac{3}{4}$ | Difference. |
| | 35 | 40 | Immersion totale à *Rome*. |
| | 23 | $\frac{1}{3}$ | à *Zurich*. |
| | 12 | $\frac{1}{3}$ | Difference. |
| 3 | 22 | 50 | Commencement de l'Emersion à *Rome*. |
| | 9 | $\frac{2}{3}$ | à *Zurich*. |
| 0 | 13 | $\frac{1}{6}$ | Difference des meridiens. |
| 4 | 4 | 0 | Menelaus à *Rome*. |
| 4 | 52 | 0 | à *Zurich*. |
| | 12 | 0 | Difference. |
| 4 | 26 | 20 | Fin de l'Eclipse à *Rome*. |
| | 14 | $\frac{1}{2}$ | à *Zurich*. |
| | 12 | | Difference des meridiens. |

La difference des meridiens qui résulte de ces differentes Observations varie de deux minutes & demi, la plus grande étant de 14′ $\frac{1}{2}$, & la plus petite de 12. En prenant un milieu on aura la difference des meridiens entre *Rome* & *Zurich* de 13′ $\frac{1}{4}$, comme elle résulte de la comparaison des taches les plus distinctes & les plus remarquables.

La difference des meridiens entre *Rome* & *Paris*

*Paris* étant de 41′ 20″, comme on l'a trouvée par la comparaiſon de pluſieurs Eclipſes des Satellites de Jupiter, & comme elle eſt marquée dans la *Connoiſſance des Temps*, la difference des meridiens entre *Paris* & *Zurich* par les Obſervations de cette Eclipſe ſera de 28 minutes. Cette détermination eſt plus conforme à la difference des meridiens entre *Paris* & *Zurich*, que M. *Caſſini* le fils a tiré du commencement de l'Eclipſe du Soleil de l'an 1706 qui réſulte de 27 minutes, que du milieu & de la fin qui n'eſt que de 24′.

Nous remarquerons ici que le temps & milieu de l'Eclipſe de Lune obſervé à *Rome*, eſt préciſément conforme à celui que nous avons déterminé par l'obſervation du commencement de l'Emerſion de la Lune de l'ombre faite à *Paris*, & comparé à la fin de l'Emerſion de la Lune obſervée à *Gennes*, ayant eu égard à la difference des meridiens entre *Rome* & *Paris* de 41′ 20″, & que le commencement de l'Emerſion que nous obſervâmes à *Paris* s'accorde auſſi à une demi-minute près à celui qui fut obſervé à *Rome* réduit au meridien de *Paris*.

# OBSERVATION D'UNE COMETE.

Par Mrs Cassini et Maraldi.

* LE 28 du mois de Novembre de cette année 1707 à 7 heures & demie du soir, le Ciel étant fort serein, nous découvrîmes vers l'Occident équinoxial une Comete qui paroissoit comme une étoile de la seconde grandeur. Elle étoit proche de plusieurs petites étoiles qui sont entre la constellation d'Antinous & celle du Capricorne. Nous la regardâmes avec une Lunete de 12 pieds, par laquelle elle paroissoit assez claire & assez grande, mais mal terminée, & environnée d'une nebulosité sans aucune apparence de queue. On fit d'abord sa configuration avec ces petites étoiles, dont la plûpart ne sont point décrites dans les Globes & dans les Cartes ordinaires, pour pouvoir connoître à leur égard la situation de ce Phenomene, & la direction de son mouvement. Cette configuration étant transportée sur une Carte où l'on a marqué ces étoiles selon leur longitude & leur latitude, donne la situation de la Comete de 6 degrez & un quart d'Aquarius, avec une latitude Septentrionale de 14 degrez & demi. Nous ne remarquâmes dans cette Comete aucun mouvement sensible à la vûe simple pendant environ trois quarts-d'heure que nous fûmes attentifs à la considérer; & lorsque nous nous préparions à

* 29 Novembre 1707.

à déterminer sa situation avec des Instrumens, le Ciel se couvrit.

* Après les premieres Observations que nous fîmes de la Comete le 28 du mois de Novembre, dont nous donnâmes part le jour suivant à l'Academie, nous avons continué ces Observations autant que les nuages l'ont pû permettre.

Quoique le premier jour que nous vîmes la Comete, on ne pût distinguer son mouvement, à cause du peu de temps que les nuages nous permirent de l'observer, on reconnut par l'Observation du jour suivant, qui fut le 29 Novembre, que ce mouvement en un jour étoit considérable. Car au lieu qu'elle avoit été le 28 un peu plus meridionale que la plus meridionale des trois petites étoiles qui sont au-dessus de la tête du Capricorne, & qui sont éloignées entr'elles de près de quatre degrez en déclinaison; le 29 Novembre elle se trouva à peu près dans le parallele de la plus Septentrionale de ces étoiles, de sorte qu'elle avoit parcouru en un jour plus de 4 degrez d'un grand cercle.

Pour déterminer précisément la situation de la Comete, nous avons employé une Lunete posée sur la machine parallatique. Cette Lunete avoit à son foyer des fils qui se croisent à angles de 45 degrez, par le moyen desquels on a déterminé les differences d'ascension droite & de declinaison entre la Comete, & quelques étoiles fixes qui se rencontroient proche de son parallele. Le même jour 29 Novembre à $8^h 7' 50''$ la Comete passa par un cercle horaire qui étoit perpendiculaire à un fil qu'elle parcouroit par son mouvement à l'Occident. Ayant laissé



* 24. Decembre 1707.

la Lunete immobile dans cette ſituation, la plus Septentrionale des trois petites étoiles qui ſont au-deſſus de la tête du Capricorne paſſa par le même cercle horaire à 8ʰ 14′ 20″; donc la difference d'aſcenſion droite entre la Comete & l'étoile étoit de 6′ 30″ de temps, qui font un degré 37′ 50″, dont l'aſcenſion droite de la Comete étoit moindre que celle de l'étoile. Par le paſſage de l'étoile par les fils obliques, la difference de declinaiſon entre la Comete & l'étoile fut trouvée de 57 ſecondes de temps, ou 14′ 15″ de degré dont la Comete étoit plus Septentrionale. L'aſcenſion droite de l'étoile étant ſuppoſée pour cette année de 306° 9′ 0″, & ſa declinaiſon meridionale de 0° 30′ 0″, comme elles réſultent de nos Obſervations faites auparavant, l'aſcenſion droite de la Comete ſera de 304° 31′ 10″, & ſa declinaiſon meridionale de 0° 16′ 45″; d'où l'on calcule ſa longitude de 6° 48′ d'Aquarius avec une latitude Septentrionale de 18° 53′ 40″. Cette détermination eſt plus préciſe que celle du jour précédent, dans laquelle nous avions eu ſeulement le temps de comparer à la vûe ſimple la Comete avec les étoiles fixes prochaines.

Le 30 Novembre on détermina par la methode du jour précédent la difference d'aſcenſion droite & de declinaiſon entre la Comete & une petite étoile de la ſixiéme grandeur qui précéde la tête du petit Cheval, & qui n'eſt point marquée dans les Globes & dans les Cartes ordinaires. La difference d'aſcenſion droite fut obſervée de 28′ 34″ de temps, ou 7° 9′ 40″, dont l'aſcenſion droite de la Comete étoit moindre. La difference de declinaiſon réduite à un grand cercle fut de 7′ 30″, dont la Comete étoit plus Sep-

Septentrionale. L'aſcenſion droite de l'étoile étant ſuppoſée de 311° 7′ 50″, & ſa declinaiſon de 3° 10′, l'aſcenſion droite de la Comete réſulte de 303° 58′ 10″, & ſa declinaiſon de 3° 17′ 30″; d'où nous avons calculé ſa longitude de 7° 8′ 30″ d'Aquarius avec une latitude Septentrionale de 22° 29′.

Par la comparaiſon des Obſervations précédentes, il paroît que le mouvement de la Comete eſt du Midi vers le Septentrion, & que ſa trace n'eſt guere differente d'un cercle de latitude; & par la comparaiſon de l'Obſervation du 29 Novembre avec celle du 30, il paroît qu'elle paſſa par l'Equinoxial la nuit du 29 au 30, & que ſa trace le coupa à 304° d'aſcenſion droite, que ſon mouvement eſt retrograde à l'égard de l'Equinoxial, mais direct à l'égard de l'Ecliptique.

Le premier Decembre les nuages qui ne laiſſerent pas le Ciel long-temps découvert, ne nous permirent pas de faire des obſervations fort exactes de la Comete. On détermina ſa ſituation par des allignemens que nous prîmes avec les étoiles voiſines. A 6 heures & demie elle étoit en ligne droite avec la luiſante du petit Cheval, & avec la luiſante de l'Aigle: elle paroiſſoit auſſi en ligne droite avec les deux étoiles plus meridionales du Dauphin, la Comete étant un peu plus éloignée de la queue du Dauphin que cette étoile l'eſt de celle qui eſt marquée β.

Le 2 Decembre le Ciel fut couvert.

Le 3 Decembre à $7^h$ 24′ nous déterminâmes la ſituation de la Comete par rapport à l'étoile luiſante qui eſt dans la queue du Dauphin. La difference d'aſcenſion droite entre la Comete

qui étoit plus occidentale & cette étoile fut de 8′ 25″ qui font 2° 6′ 30″, & la difference de declinaison réduite à un grand cercle fut de 25″ 30″ dont la Comete étoit Septentrionale. L'ascension droite de l'étoile étant de 304° 50′ 20″, & sa declinaison Septentrionale de 10° 20′ 0″, on trouve l'ascension droite de la Comete de 302° 43′ 45″, & sa declinaison Septentrionale de 10° 55′ 30″, d'où l'on calcule sa longitude de 7° 52′ 30″ d'Aquarius avec une latitude Septentrionale de 30^d 12′.

Le 4 Decembre le Ciel fut couvert.

Le 5 Decembre on voyoit assez bien la Comete nonobstant le clair de la Lune : elle étoit un peu plus à l'Orient que l'étoile marquée ρ par *Bayer* dans l'aîle de l'Aigle. Le Ciel qui ne resta pas long-temps découvert ne nous donna pas le temps de faire d'autres Observations.

Depuis le 5 Decembre les nuages ne nous permirent pas de faire des Observations jusqu'au 10 du même mois. Ce jour-là à 6 heures du soir, le Ciel étant serein, on voyoit la Comete à la vûe simple, nonobstant le grand clair de Lune qui avoit été dans son plein le jour précédent. Par la Lunete de 17 pieds elle paroissoit grande à peu près comme le disque de Jupiter vû par la même Lunete : elle paroissoit assez claire principalement vers le milieu, mais mal terminée. Pour déterminer sa situation nous la comparâmes ce jour-là à plusieurs petites étoiles, parmi lesquelles il y en a une fort petite dans la constellation de la Fleche qui précédoit la Comete, & qui étant vûe par la Lunete, est composée de deux petites étoiles inégales fort peu éloignées entr'elles. Nous la comparâmes aussi à une autre étoile de la sixiéme grandeur qui

qui est immédiatement au-dessus de la tête du Dauphin. La difference d'ascension droite entre l'étoile de la Fleche & la Comete fut de 5′ 56″ de temps qui font 1° 29′, & la difference de declinaison réduite à un grand cercle étoit de 3′ dont la Comete étoit plus Septentrionale. L'ascension droite de l'étoile par nos observations est de 299° 17′, & sa declinaison est de 20° 5′; donc l'ascension droite de la Comete étoit de 300° 46′ 0″, & sa declinaison de 20° 8′. Par la comparaison de la Comete avec l'étoile proche du Dauphin, nous trouvons l'ascension droite de la Comete de 300° 46′ 40″, & sa declinaison de 20° 8′ 40″, d'où nous avons calculé sa longitude de 8° 33′ 40″ d'Aquarius avec une latitude Septentrionale de 39° 36.

Le 11 Decembre le Ciel fut couvert.

Le 12 Decembre à cause des nuages on ne pût voir la Comete que par un petit intervalle de temps. On reconnut qu'elle étoit à peu près dans le parallele d'une étoile de la cinquiéme grandeur, qui est audessus des étoiles de la Fleche ; mais on ne pût pas déterminer sa difference en ascension droite à cause des nuages. Les deux jours suivans le Ciel fut couvert.

Le 15 Decembre à $7^h$ 20′ on observa la difference d'ascension droite entre la Comete & une étoile de la cinquiéme grandeur qui est au-dessus de la Fleche de 17′ 40″ de temps, ou 4° 25′ 42″ dont l'ascension droite de la Comete étoit plus grande. La difference de declinaison dont la Comete étoit plus Septentrionale, étoit d'une minute d'un grand cercle. L'ascension droite de cette étoile est de 295° 18′ 13″, & sa declinaison de 23° 21′ 10″; donc l'ascension

droite de la Comete étoit de 299° 43′ 55″, & sa declinaison Septentrionale de 23° 22′ 10″, d'où nous avons calculé sa longitude en 8° 28′ d'Aquarius avec une latitude Septentrionale de 42° 57′ 40″.

La Comete qui avoit été directe à l'égard de l'Ecliptique, est à present retrograde de quelques minutes à son égard, comme elle l'est à l'égard de l'Equinoxial; ce qui paroît par la comparaison de l'Observation du 10 avec celle du 15 Decembre.

Le 16 Decembre le Ciel fut couvert.

Le 17 Decembre à 6 heures & demie du soir, on voyoit la Comete à la vûe simple comme les étoiles de la sixiéme grandeur; mais avec les Lunetes elle paroissoit assez grande & claire. Nous la comparâmes à une étoile de la sixiéme grandeur qui est entre la Fleche & le col du Cigne, & qui paroît avec la Lunete composée de deux étoiles; entre la plus claire de ces deux étoiles & la Comete, nous trouvâmes 7′ 40″ de difference d'ascension droite qui font 1° 55′ 20″, & la difference de declinaison de 9′ 30″ dont la Comete est plus Septentrionale. L'ascension droite de cette étoile est de 297′ 27″, & sa declinaison de 24° 10′ 10″; donc l'ascension droite de la Comete étoit de 299° 22′ 20″, & sa declinaison Septentrionale de 24° 19′ 40″; d'où l'on calcule sa longitude de 8° 23′ d'Aquarius avec une latitude Septentrionale de 43° 57′ 50″.

Depuis le 17 le Ciel n'a été favorable pour observer la Comete que le 21. Ce jour-là elle étoit fort petite à la vûe simple; mais avec les Lunetes on la voyoit encore assez grande & claire. Elle étoit proche du parallele d'une étoile de la sixié-

ſixiéme grandeur, qui avec la Lunete paroît composée de plusieurs petites, dont trois ſont plus remarquables, à l'égard deſquelles nous déterminâmes ſa ſituation. Sa difference d'aſcenſion droite à l'égard de la plus Occidentale de ces trois étoiles étoit de 3′ 49″ de temps qui ſont 57′ 30″ de degré, & la difference de declinaiſon dont la Comete étoit plus meridionale étoit de 23′ d'un grand cercle. L'aſcenſion droite de l'étoile eſt de 299° 39′ 0″, & ſa declinaiſon Septentrionale de 25° 57′; donc l'aſcenſion droite de la Comete étoit de 298° 41′ 30″, & ſa declinaiſon de 25° 34′; d'où nous avons calculé ſa longitude de 7° 59′ 20″ d'Aquarius, & ſa latitude de 45° 46′ 40″.

Le 22 quoiqu'on eut beaucoup de peine à voir la Comete à la vûe ſimple, elle ſe voyoit encore bien & aſſez grande avec la Lunete, mais bien moindre que dans les Obſervations du 17, ſes bords paroiſſoient toûjours mal terminez. Elle ſe trouva encore proche du parallele de ces trois étoiles avec leſquelles nous l'avions comparée le jour précédent, étant preſque dans le parallele de la moyenne, & plus meridionale de 4′ 20″ d'un grand cercle que la plus Occidentale à laquelle nous la comparâmes le 22. La difference d'aſcenſion droite entre cette étoile & la Comete étoit d'un degré 8′ 10″ dont la Comete étoit plus à l'Occident. Donc l'aſcenſion droite de la Comete étoit de 298° 30′ 50″, & ſa declinaiſon Septentrionale de 25° 52′ 40″, & par conſéquent ſa longitude de 7° 56′ d'Aquarius avec une latitude Septentrionale de 45° 40′ 30″.

Le 23 Decembre au ſoir le Ciel a été couvert.

Le 24 Decembre à 6ʰ 22′ du soir la Comete étoit plus Occidentale en ascension droite de 5′ 48″ de temps, qui font 1° 27′ 13″, que l'étoile la plus Septentrionale de trois avec lesquelles nous l'avions comparée les jours précédens, & elle étoit plus Septentrionale que la même étoile de 23′ de degré d'un grand cercle. Les nuages qui interrompirent souvent cette observation ne nous permirent pas de la faire exactement.

Le 25 Decembre nous comparâmes la Comete avec une étoile de la sixiéme grandeur qui la précédoit en ascension droite de 2′ 51″ de temps, qui font 42′ 50″ de degré, & la Comete étoit plus meridionale que l'étoile de 17′ 0″ d'un grand cercle. L'ascension droite de l'étoile par nos observations est de 297° 18′ 15″, & sa declinaison Septentrionale 26° 58′ 10″, donc l'ascension droite de la Comete étoit de 298° 1′ 10″, & sa declinaison Septentrionale de 26° 41′ 10″, d'où l'on calcule sa longitude en 7° 37′ 40″ d'Aquarius avec une latitude Septentrionale de 46° 34′ 10″. La Comete se voyoit encore ce jour-là par la Lunete assez distinctement, ce qui faisoit esperer de la pouvoir suivre encore pendant plusieurs jours ; mais le Ciel ayant été couvert le soir pendant dix jours de suite, & la Lune approchant ensuite de son plein, on ne pût plus l'observer.

Ces observations de la Comete étant portées sur un Globe tombent sur une ligne peu differente d'un arc d'un grand cercle, qui étant continuée vers le Septentrion & vers le Midi, coupe l'Ecliptique au cinquiéme degré & trois quarts d'Aquarius, & passe obliquement entre les poles de l'Ecliptique & ceux de l'Equinoxial;

sa

ſa plus petite diſtance aux poles de l'Ecliptique étant environ de 4 degrez, & ſa plus petite diſtance des poles de l'Equinoxial étant de 9 degrez.

Depuis la premiere obſervation que nous en fîmes, le mouvement journalier apparent ſur ſon cercle eſt toûjours allé en diminuant, la Comete ayant fait le premier jour 4 degrez & demi environ, & le ſecond ayant fait 3 degrez & demi ſeulement, ce qui fait connoître qu'elle avoit paſſé ſon Perigée.

Pour connoître le jour qu'elle y eſt arrivée, & les differens degrez de vîteſſe apparente qu'elle a parcouru ſur ſa route, nous nous ſommes ſervis de la methode expliquée dans la Theorie de la Comete de l'an 1664.

Suivant cette methode ayant pris trois intervalles entre nos premieres obſervations les plus exactes, & ſuppoſant que la portion de cercle qu'elle décrit durant le temps de ſon apparition n'eſt pas ſeulement differente d'une ligne droite, & qu'elle ſe meut également ſur cette ligne, nous trouvons ſon mouvement journalier de $\frac{1838}{10000}$ de ſa plus petite diſtance à la Terre. Nous trouvons auſſi qu'elle eſt arrivée à ſon Perigée le 22 de Novembre à 6 heures du ſoir, & que pour lors ſon mouvement apparent étoit de 10° 24′ par jour; d'où il réſulte que dans la premiere obſervation que nous en fîmes le 28 Novembre, il y avoit ſix jours qu'elle avoit paſſé ſon Perigée, & que dans l'obſervation du 29 que nous préferons à la premiere à cauſe de ſa plus grande préciſion, elle étoit éloignée de ce terme de 52° 25′. Suivant ces hypotheſes on repréſente les obſervations les plus exactes que nous avons faites à quelques minutes près, en

 don-

donnant au Perigée un mouvement égal d'une minute par jour contre le cours de la Comete.

La distance de 52° que nous avons trouvé entre l'Observation du 29 Novembre & le Perigée de la Comete, étant portée sur le grand cercle qui représente sa route, donne la situation du Perigée entre la constellation de l'Indien & celle de la Grue dans l'hémisphere austral du Ciel qui reste toûjours sous nôtre horison & nous est caché. Comme le chemin de la Comete étoit du Midi vers le Septentrion, & qu'en ce temps-là son mouvement journalier étoit assez vîte, deux jours après son arrivée au Perigée, c'est-à-dire le 24 Novembre, elle aura été sur nôtre hémisphere élevée après le crepuscule du soir de quelques degrez & les jours suivans cette élevation aura été plus considerable; mais comme dans cette saison les brouillards s'élevent souvent jusqu'à plusieurs degrez sur l'horison, même dans le temps serein, il n'y a pas lieu de s'étonner qu'on ne l'ait apperçûe que le 28 Novembre. quoique par la Theorie elle eût pû être visible sur nôtre horison quelques jours auparavant.

Dans la premiere observation du 28 Novembre la Comete étoit éloignée de l'Ecliptique vers le Septentrion un peu plus de 14 degrez, & la Theorie montre qu'elle l'avoit passée deux jours auparavant, c'est-à-dire le 26 Novembre à 5 degrez & ¾ d'Aquarius lorsque le Soleil étoit à 4 degrez du Sagittaire, ce qui fait voir que le Soleil étoit pour lors éloigné de la Comete de plus de 60 degrez. Cette circonstance, aussi-bien que celle d'être dirigée par son mouvement propre du Midi vers le Septentrion, ne paroissent pas favorables pour les sentimens de ceux

qui

qui supposent que les Cometes tirent leur origine du Soleil.

Cette Comete paroissoit plus grande dans les premieres Observations que nous en fîmes lorsque son mouvement apparent étoit plus grand : à mesure que son mouvement ralentissoit, on voyoit aussi diminuer son diametre ; ce qui est assez conforme à la Théorie, qui dans l'observation du 21 Decembre représente la distance de la Comete à la Terre quatre fois plus grande que dans la seconde Observation que nous fîmes le 29 Novembre.

La Comete de cette année, qui dans les premieres observations étoit éloignée d'environ 48° de son Perigée, nous a paru plus grande que celle de l'année derniere, quand même elle étoit dans sa plus petite distance à la Terre.

Si l'on suppose qu'avant que d'arriver au Perigée elle ait parcouru une portion de cercle égale à celle qu'elle a parcouru après son Perigée, elle aura pû être visible à la vûe simple vers la fin du mois d'Octobre aux Observateurs qui sont dans la partie australe de la Terre, lorsqu'elle étoit dans la partie meridionale de la constellation du Navire. Elle sera passée à 4 degrez de distance du Pole meridional de l'Ecliptique le 14 de Novembre, & dans cet endroit elle aura varié en un jour de plus de 60 degrez en longitude. Delà elle sera allée vers le Pole austral de l'Equinoxial, où elle sera arrivée à sa plus petite distance le 18 de Novembre. Ensuite elle aura suivi sa route au travers de la constellation de l'Hydre, proche du Toucan, entre l'Indien & la Grue, où elle sera arrivée à son Perigée. Son mouvement l'aura portée trois jours après sur la constella-

 tion

tion du Capricorne, où elle aura coupé le Tropique le 25 Novembre. Le 26 après avoir traversé l'Ecliptique, elle sera passée proche de la main orientale d'Aquarius, & delà elle est allée proche des petites étoiles qui sont au-dessus de la tête du Capricorne où nous commençâmes de l'observer.



Mes-


Mem. de l'Acad. 1707. Pl. 11 P. 750
Chemin de la Comete
qui a paru l'an 1707
le Cigne
25
22
17
15
12
le 10
la Fleche
le Dauphin
le 5
le 3
le 1. Dec
30
29
Equinoctiale
le 28 nov. 1707
l'Aigle
20
10
Ecliptique

*Messieurs de la* SOCIETÉ ROYALE DES SCIENCES *établie par le Roi à* Montpellier *en* 1706, *étant obligez par l'Art.* 40 *de leurs Statuts d'envoyer tous les ans à l'Academie Royale des Sciences celui de leurs Ouvrages de l'année, qu'ils en jugeroient le plus digne, pour être imprimé avec les Memoires de cette Academie, ils ont commencé à satisfaire à cette obligation, & ont envoyé l'Ouvrage qui suit.*

# ANALOGIES

*Pour les Angles faits au centre des Cadrans Solaires, tant horizontaux, verticaux, que declinans inclinez, démontrées par l'Analyse des triangles rectilignes.*

PAR M. DE CLAPIÉS

*De la Societé Royale des Sciences.*

LA description des Cadrans Solaires n'étant qu'une projection des grands cercles de la Sphere sur une surface plane sur laquelle ces cer-

cercles sont représentez par des lignes droites, il paroît plus naturel de trouver les angles que ces lignes forment sur le plan du Cadran par la Trigonometrie rectiligne, que de chercher ceux que les cercles font dans le Ciel par la Trigonometrie spherique dont les principes sont plus composez, & qui par conséquent est plus communément ignorée.

Dans cette pensée ayant médité pendant quelque temps sur la recherche de ces Angles, j'en ai trouvé la methode non-seulement très-facile, mais encore plus générale, puisqu'on peut par la même projection & par les mêmes principes donner la solution des Problêmes du premier mobile, pour lesquels la Trigonometrie spherique est employée.

Comme mon dessein n'est pas de donner un Traité complet de Gnomonique, mais seulement les analogies avec leurs démonstrations des Angles faits au centre des Cadrans par la ligne de midi & les lignes horaires; je dois supposer que ceux qui liront ce Memoire sachent tracer les Cadrans Solaires par la methode ordinaire des Centres diviseurs, & qu'ils soient d'ailleurs versez dans la Trigonometrie rectiligne.

## DU CADRAN HORIZONTAL.

*L'élevation du pole du lieu étant donnée, trouver les Angles faits au centre du Cadran horizontal par la meridienne & les lignes horaires.*

### ANALOGIE.

Comme le sinus total
au sinus de l'élevation du pole du lieu;

Ainsi

Ainsi la tangente de la distance du Soleil au meridien pour l'heure cherchée
à la tangente de l'angle requis.

DÉMONSTRATION.

* Si l'on prend *AC* pour sinus total dans le triangle rectangle *ABC*, *BC* deviendra sinus de l'angle *CAB* élevation du pole du lieu; & dans le triangle rectangle *ACF*, *FC* sera tangente de l'angle *FAC*, fait par la meridienne *AC* & par la ligne horaire *AF*. Donc dans le triangle rectangle *FCD*, puisque $CD=CB$ par construction, & que l'angle *FDC* distance du Soleil au meridien est aussi donné, on trouvera le côté *FC* par cette Analogie.

Comme le sinus total
au côté *DC* sinus de l'élevation du pole;
Ainsi la tangente de l'angle *FDC* dist. du Sol. au merid. au côté *FC* tangente de l'angle *FAC*.

DU CADRAN VERTICAL, MERIDIONAL ET SEPTENTIONAL.

Ces Cadrans ne different du Cadran horizontal, qu'en ce que l'angle *CAB* est égal au complément de l'élevation du pole du lieu. On fera donc la même Analogie que du Cadran horizontal, en mettant au second terme le complément de l'élevation du pole du lieu.

* FIG. I.

## DES CADRANS VERTICAUX DECLINANS.

### PROBLEME I.

*La declinaison du plan étant donnée, & l'élevation du pole du lieu; trouver l'angle fait au centre du Cadran par la meridienne & la soustylaire.*

### ANALOGIE.

Comme le sinus total
à la tangente du compl. de la hauteur du pole du lieu;
Ainsi le sinus de la declinaison du plan
à la tangente de l'angle requis.

### DÉMONSTRATION.

* Si l'on prend *AG* pour sinus total dans le triangle rectangle *AGH*, *HG* deviendra tangente de l'angle *HAG* complément de l'élevation du pole du lieu; & dans le triangle rectangle *AGD*, *GD* sera tangente de l'angle *GAD* fait par la ligne de midi *AG* & par la soustylaire *AD*: mais *HG*=*GF* par construction. Donc dans le triangle rectangle *GDF*, le côté *GF* & l'angle *GFD* de la declinaison du plan étant donné, on trouvera le côté *GD* par cette Analogie.

Comme le sinus total
au côté *GF* tangente du compl. de l'élevat. du pole;
Ainsi le sinus de l'angle *GFD* declinaison du plan
au côté *GD* tangente de l'angle *GAD* requis.

* FIG. II.

PRO-

## PROBLEMR II.

*La declinaiſon du plan étant donnée, & l'élevation du pole du lieu; trouver l'angle fait au centre du Cadran vertical declinant par la ſouſtylaire & l'axe.*

### ANALOGIE.

Comme le ſinus total
au ſinus du complément de l'élevation du pole;
Ainſi le ſinus du complément de la declinaiſon du plan
au ſinus de l'angle requis.

### DE'MONSTRATION.

Si l'on prend *AB* pour ſinus total dans le triangle rectangle *ADB*, *BD* ſera ſinus de l'angle *DAB* fait par la ſouſtylaire *AD* & l'axe *AB*; & parceque *AB*=*AH* comme diſtances des centres diviſeurs *H*, & *B* au centre *A* du Cadran, & que l'angle *HAG* eſt égal au complément de l'élevation du pole, *HG* deviendra ſinus de cet angle par raport à un même rayon. Mais * *GH*=*GF*, & *FD*=*DB* par conſtruction. Donc ſi dans le triangle rectangle *GDF* dans lequel l'angle de la declinaiſon *GFD* eſt auſſi connu, on trouve le côté *DF*, on aura le ſinus de l'angle *DAB* de la ſouſtylaire & l'axe, & ce côté eſt trouvé par cette Analogie.

Comme le ſinus total
au côté *GF* ſinus du compl. de l'élevation du pole;
Ainſi

* FIG. II.

Ainsi le sinus de l'angle *DGF* complément de la declinaison du plan
au côté *DF* ou à son égal *DB* sinus de l'angle *DAB* requis.

## PROBLEME III.

*La declinaison du plan étant donnée, & l'élevation du pole du lieu; trouver la difference des longitudes, c'est-à-dire l'arc de l'équateur compris entre le meridien du lieu, & le meridien du plan.*

### ANALOGIE.

Comme le sinus total
au sinus de la hauteur du pole du lieu;
Ainsi la tangente du complément de la declinais. du plan
à la tangente du complém. de la differ. des longitudes.

### DEMONSTRATION.

Dans le triangle rectangle *HGN*, l'angle *GHN* étant égal au complément de l'élevation du pole, si l'on prend *HG* pour sinus total, *HN* deviendra secante du complément de l'élevation du pole; mais $HN = NM$ * comme distances des centres diviseurs *H* & *M* au point *N*. Donc *NM* sera connu; & dans le triangle rectangle *GFP*, parceque $HG = GF$, par construction, *FP* sera tangente de l'angle *PGF* complément de l'angle *GFD* declinaison du plan; mais $FP = MP$ comme distances des centres diviseurs *F*, & *M* au point *P* qui est le point de 6 heures. Donc

* FIG. II.

Donc *PM* sera aussi connu par raport au même rayon.

Donc dans le triangle rectangle *NMP*, les côtez *NM* *, *MP* étant connus, on trouvera l'angle *PNM* par cette Analogie.

Comme *NM* secante du complém. de l'élev. du pole
au sinus total;
Ainsi *FP* ou *MP* tangente de l'angle *PGF* complément de la declinaison du plan
à la tangente de l'angle *PNM*, dont le complément donnera l'angle *NPM*, ou son égal *NMC*, mesure de l'arc représenté par la ligne *CN* difference de longitudes.

Et si à la place des deux premiers termes de cette Analogie, on substitue le sinus total & le sinus de la hauteur du pole qui sont en même raison, on aura la premiere Analogie qui étoit à démontrer.

On peut aussi trouver cet angle par l'Analogie suivante.

## PROBLEME IV.

*L'angle de la soustylaire & de la ligne de midi étant donné, & l'angle de la soustylaire & l'axe; trouver l'angle de la difference des longitudes.*

## ANALOGIE.

Comme le sinus de l'angle de la soustylaire & l'axe trouvé par le Probleme 2.
au sinus total;
Ainsi

* Fig. II.

Ainsi la tangente de l'angle de la soustylaire & meridienne trouvée par le Problême I.
à la tangente de l'angle requis.

DE'MONSTRATION.

Dans les triangles rectangles * *ACN*, *ABC*, si l'on prend le côté commun *AC* pour rayon, le côté *CN* sera tangente de l'angle *NAC* fait par la meridienne *AN* & la soustylaire *AC*, & le côté *BC* sera sinus de l'angle *CAB* fait par la soustylaire *AC* & par l'axe *AB*: mais *BC*=*CM*, par construction. Donc dans le triangle rectangle *NMC* les côtez *NC*, *CM* étant connus, on connoîtra l'angle *NMC* par l'Analogie ci-dessus tirée de la Trigonometrie rectiligne.

PROBLEME V.

*L'angle de l'axe avec la soustylaire étant donné, & l'angle de la difference des longitudes; trouver les angles faits au centre des verticaux déclinans par la soustylaire & les lignes horaires.*

Il y a trois cas dans ce Problême. Les lignes horaires dont on cherche les angles peuvent être, 1°. Ou entre la meridienne & la soustylaire, 2°. Ou en delà de la soustylaire. 3°. Ou du côté de la meridienne où la soustylaire n'est pas.

Dans les deux premiers cas on prendra la difference de la distance du Soleil au meridien pour l'heu-

* FIG. III.

l'heure, & de l'angle de la difference des longitudes trouvé par le Problême 3. & dans le troisiéme on prendra la somme de ces deux angles, & l'on fera cette Analogie.

Comme le sinus total
au sinus de l'angle de l'axe & de la soustylaire;
Ainsi la tangente de la difference ou de la somme de ces deux angles
à la tangente de l'angle requis.

DEMONSTRATION.

Dans le premier cas si l'angle *NMC* difference des longitudes, on ôte l'angle *NMP* distance du Soleil au meridien pour l'heure, restera l'angle *PMC*.

Dans le second cas si de l'angle *NMQ* distance du Soleil au meridien pour l'heure, on ôte l'angle *NMC* difference des longitudes, restera l'angle *CMQ*.

Et dans le troisiéme si à l'angle *NMC* difference des longitudes, on ajoûte l'angle *NMO* distance du Soleil au meridien pour l'heure, la somme donnera l'angle *CMO*.

Dans les trois cas si l'on prend *AC* pour rayon, *CP*, *CQ*, *CO*, seront tangentes des angles *CAP*, *CAQ*, *CAO* faits par la soustylaire *AC*, & les lignes horaires *AP*, *AQ*, *AO*; & dans le triangle rectangle *ABC*, *BC* sera sinus de l'angle *CAB* de la soustylaire & l'axe: mais $CB = CM$ par construction. Donc dans les triangles rectangles *PCM*, *QCM*, *OCM*, le côté *CM* étant connu & les angles *CMP*, *CMQ*, *CMO*, on trouvera les côtez *CP*, *CQ*, *CO* par cette Analogie.

Com-

Comme le ſinus total
 eſt à *CM* ſinus de l'angle de la ſouſtylaire. & l'axe ;
Ainſi la tangente de la difference de la diſtance du Soleil au merid. & de la diff. des longitudes, ou de la ſomme de ces deux angles.
 à la tangente de l'angle requis.

## PROBLEME VI.

*L'angle de la ſouſtylaire & des lignes horaires étant donné, & l'angle de la ſouſtylaire & de la meridienne ; trouver les angles faits par la meridienne & les lignes horaires au centre des verticaux declinans.*

1°. Les angles des lignes horaires qui ſont entre la meridienne & la ſouſtylaire, ſeront trouvez en ôtant l'angle de la ſouſtylaire avec la ligne horaire de l'angle de la ſouſtylaire avec la meridienne.

2° Les angles qui ſont au-delà de la ſouſtylaire, & du côté oppoſé à celui de la meridienne, ſeront trouvez en ajoûtant ces deux angles.

3°. Ceux qui ſont de l'autre côté de la meridienne, ſeront trouvez en prenant leur difference ; ce qui n'a pas beſoin de démonſtration.

Mais ces angles peuvent être trouvez plus facilement par la ſeule Analogie ſuivante, qui ſuppoſe la connoiſſance des angles faits au centre du Cadran horizontal par la ligne de midi, & les lignes horaires par l'élevation du pole du lieu.

PRO-

## PROBLEME VII.

*Les angles faits au centre du Cadran horizontal pour l'élevation du pole du lieu étant donnez, & la declinaiſon du plan; trouver les angles faits au centre des verticaux declinans par la ligne de midi & les lignes horaires.*

1°. Pour les heures qui ſont du côté de la meridienne où eſt la ſouſtylaire, on prendra la difference de la declinaiſon du plan & de l'angle fait au centre du Cadran horizontal pour l'heure.

2°. Pour les heures qui ſont de l'autre côté de la meridienne, on prendra la ſomme de ces deux angles.

## ANALOGIE.

Comme le ſinus du complément de la difference de ces deux angles dans le premier cas, ou comme le ſinus du
complément de leur ſomme dans le ſecond
à la tangente du compl. de l'élevation du pole du lieu;
Ainſi le ſinus de l'angle fait au centre de l'horizontal pour l'heure
à la tangente de l'angle fait au centre du vertical declinant.

## DÉMONSTRATION.

Dans les triangles rectangles *AGP*, *AGM*, *AGN*, ſi l'on prend *AG* pour ſinus total, *GP*, *GM*, *GN* ſeront tangentes des angles *GAP*, *GAM*, *GAN*, faits par la meridienne *AG* &

les lignes horaires *AP*, il s'agit de trouver ces tangentes par rapport au rayon *AG**. Le même côté *AG* étant pris pour rayon, *HG* sera tangente de l'angle *HAG* complément de l'élevation du pole du lieu : mais *HG*=*GF* par construction. Donc *GF* sera connu.

1°. Dans les triangles *GFP*, *GFD*, si de l'angle *GFD* declinaison du plan, on ôte l'angle *GFP* fait au centre de l'horizontal, restera l'angle *PFD*, dont le complément donnera l'angle *FPD*, dont le sinus est égal au sinus de l'angle *GPF*; & dans les triangles *GFM*, *GFD*, si de l'angle *GFM* fait au centre de l'horizontal, on ôte l'angle *GFD* de la declinaison du plan, restera l'angle *DFM* dont le complément donnera l'angle *GMF*.

2°. Enfin dans les triangles *GFD*, *NFD*, si à l'angle *NFG* on ajoûte l'angle *GFD*, la somme donnera l'angle *NFD*, dont le complément sera l'angle *GNF*. Donc dans les triangles *GPF*, *GMF*, *GNF*, on trouvera les côtez *GP*, *GM*, *GN* par cette Analogie.

Comme le sinus du complément de la difference ou de la somme des angles de la declinaison, & de l'horizontal pour l'heure cherchée
au côté *GF* tangente du complément de l'élevation du pole du lieu ;
Ainsi le sinus de l'horizontal *GFP*, ou *GFM*, ou *GFN* aux tangentes requises.

COROLLAIRE.

Il suit de cette démonstration que pour trouver l'angle que fait la meridienne avec la

* FIG. IV.

la ligne de 6 heures, il faudra faire cette Analogie.

Comme le finus de la declinaifon du plan
à la tangente du complément de l'élevation du lieu;
Ainfi le finus total
à la tangente de l'angle requis.

## DES CADRANS INCLINEZ.

### PROBLEME I.

*L'inclinaifon du plan étant connue, & l'élevation du pole du lieu; trouver les angles faits au centre d'un Cadran meridional fuperieur ou incliné feptentrional inferieur, par la ligne de midi & les lignes horaires.*

Ce Cadran eft un horizontal pour une latitude égale à l'élevation particuliere du pole fur le plan du Cadran, & ainfi on en trouvera les angles par l'Analogie du Cadran horizontal, & l'on trouvera l'élevation du pole fur le plan du Cadran en cette forte.

Puifque le plan eft incliné, ou fon inclinaifon eft plus grande, que l'élevation du pole du lieu, ou elle eft plus petite, ou elle lui eft égale.

Dans les deux premiers cas l'élevation particuliere du pole fur le plan fera trouvée, en prenant la difference de l'élevation du pole du lieu & de l'inclinaifon du plan, & dans le dernier cas le Cadran eft un polaire dans lequel les lignes horaires feront paralleles, à caufe que le plan étant couché fur l'axe du monde, aucun des poles n'y peut être repréfenté.

## PROBLEME II.

*Trouver les angles faits au centre d'un Cadran septentrional superieur, ou meridional inferieur par la ligne de midi, & les lignes horaires.*

Ces angles seront trouvez par l'Analogie du Cadran horizontal pour l'élevation particuliere du plan qu'on trouvera en cette sorte ; puisque le plan est incliné, l'inclinaison du plan sera ou plus grande que le complément de l'élevation du pole, ou elle lui sera égale. 1°. Si elle est plus grande, on ajoûtera le complément de l'inclinaison avec le complément de l'élevation du pole. 2°. Si elle est plus petite, on ajoûtera l'inclinaison avec l'élevation du pole. 3°. Si elle est égale, le Cadran sera un équinoxial dans lequel les angles au centre sont égaux à la distance du Soleil au meridien.

## DES CADRANS DECLINANS DE L'HORIZON.

Ces Cadrans se construisent de la même maniere que les verticaux declinans, en prenant le complément de l'élevation du pole du lieu au lieu de l'élevation du pole, & les degrez d'inclinaison comme degrez de declinaison ; ainsi on fera les mêmes Analogies que pour les verticaux declinans.

DES

## DES CADRANS DECLINANS INCLINEZ.

### PROBLEME I.

*La declinaison d'un plan étant connue, & son inclinaison ; trouver l'angle fait au centre du Cadran, par la meridienne & la parallele à la verticale.*

### PREMIERE ANALOGIE.

Comme le sinus total.
au sinus du complément de l'inclinaison;
Ainsi la tangente de la declinaison
à la tangente de l'angle requis.

### DEMONSTRATION.

Dans les Figures 5, 6, 7, 8, 9, 10, dans lesquelles *HD* represente la verticale, *TG* l'horizontale, *N* le centre du Cadran, *NS* la parallele à la verticale, & *ND* la meridienne; si l'on prend *CD* pour rayon dans le triangle rectangle *DCF*, *CF* deviendra tangente de l'angle *FDC*; & dans le triangle rectangle *DBC*, le même côté *DC* étant pris pour rayon, *BC* sera sinus de l'angle *CDB* complément de l'inclinaison : mais $BC = CH$, & l'angle *CHF* est égal à la declinaison du plan. Donc le triangle rectangle *FCH*, on trouvera le côté *FC* par cette Analogie,

Comme le sinus total
au côté *CH* sinus du complément de l'inclinaison;
Ainsi la tangente de l'angle *CHF* declinaison du plan



au

au côté *FC* tangente de l'angle *FDC*, ou (à cause des paralleles) de ſon égal ou complément *FNS* requis.

## PROBLEME II.

*La declinaiſon du plan étant donnée, & ſon inclinaiſon; trouver l'arc du meridien compris entre le Zenith du lieu, & le point où le vertical du plan perpendiculaire ſur le meridien le coupe.*

### SECONDE ANALOGIE.

Comme le ſinus total
au ſinus du complément de la declinaiſon;
Ainſi la tangente de l'inclinaiſon
à la tangente de l'angle requis.

### DEMONSTRATION.

Dans les Figures 5, 6, 7, 8, 9 10, ſi l'on prend *MF* pour ſinus total dans le triangle rectangle *FMD*, *MD* deviendra tangente de l'angle *MFD*, ou de ſon égal *LMD*, meſure de l'arc requis repréſenté par la ligne *DL*: mais *FM*=*FH* comme diſtances des centres diviſeurs *M* & *H* au même point *F*. Donc dans le triangle rectangle *FCH*, *CH* deviendra ſinus de l'angle *CFH* complément de la declinaiſon: mais *HC*=*CB* par conſtruction. Donc dans le triangle rectangle *CBD* l'angle *DCB* étant égal à l'angle *ABD* inclinaiſon du plan, & le côté *CB* étant connu, on trouvera le côté *BD* par cette Analogie.

Comme le ſinus total
au côté *CB* ſinus du complément de la declinaiſon;

Ainſi

Ainsi la tangente de l'angle $DCB$ inclinaiton du plan
: au côté $BD$ ; mais $BD = MD$ tangente de l'angle requis, comme distances des centres diviseurs au centre du Cadran. Donc, &c.

## PREPARATIONS POUR LES ANGLES *faits au centre des Cadrans inclinez par la soustylaire & la meridienne, & par la soustylaire & l'axe.*

*Aux Cadrans inclinez declinans du Midi superieurs, ou du Septentrion inferieurs.*

1°. L'arc trouvé par la seconde Analogie sera ou plus grand que l'élevation du pole Fig. 5.
Ou plus petit Fig. 6.
Ou il lui sera égal Fig. 7.

*Dans le premier cas.* Au complément de l'arc trouvé par la seconde Analogie, on ajoûtera l'élevation du pole du lieu, & l'on prendra le sinus du complément de la somme qu'on appellera nombre 1, & sa tangente de complément qu'on appellera nombre 2.

*Dans le second cas.* A l'arc trouvé par la seconde Analogie, on ajoûtera le complément de l'élevation du pole du lieu, & l'on prendra le sinus du complément de la somme qu'on appellera nombre 1; & sa tangente de complément nombre 2.

*Dans le troisiéme cas.* Le Cadran n'aura point de centre, & ce sera un polaire declinant dans la sphere parallele. Dans ce Cadran les lignes horaires sont paralleles.

*Aux Cadrans inclinez declinans du Septentrion superieurs, ou inclinez declinans du Midi inferieurs.*

1°. L'arc trouvé par le seconde Analogie sera ou plus grand que le complément de l'élevation du pole Fig. 8.
Ou plus petit Fig. 9.
Ou il lui sera égal Fig. 10.

*Dans les deux premiers cas.* On prendra la difference de l'arc trouvé par la seconde Analogie, & du complément de l'élevation du pole du lieu : le sinus du complément de cette difference sera appellé nombre 1 ; & la tangente de complément, nombre 2.

*Et dans le troisiéme cas.* Le Cadran sera un équinoxial declinant dans la sphere droite, & la soustylaire représentera la ligne de six heures, qui fera un angle droit avec la meridienne.

*Dans tous les cas.* On fera cette Analogie.

TROISIEME ANALOGIE.

Comme le sinus total
à la tangente de l'angle de la verticale & de la merid.
Ainsi la tangente de l'arc trouvé par la seconde Analogie,
au sinus d'un angle qui sera appellé nombre 3, & son sinus de complément nombre 4.

*Au Cadran polaire declinant.* L'arc trouvé par la derniere Analogie, donne la difference des longitudes.

*Au Cadran équinoxial declinant.* Le complément de l'arc trouvé par la derniere Analogie, don-

donne l'élevation particuliere du pole ſur le plan ; les angles faits au centre de ce Cadran par la ligne de 6 heures & les lignes horaires, ſont les mêmes que ceux qui ſeroient faits au centre du Cadran horizontal pour une élevation égale à l'élevation du pole ſur le plan par la meridienne & les lignes horaires.

## PROBLEME III.

*Prouver l'angle de la meridienne & de la ſouſtylaire.*

### QUATRIÉME ANALOGIE.

Comme le ſinus total
au nombre deuxiéme ;
Ainſi le nombre troiſiéme
à la tangente de l'angle requis.

## PROBLEME IV.

*Trouver l'angle de la ſouſtylaire & de l'axe.*

### CINQUIÉME ANALOGIE.

Comme le ſinus total
au nombre premier ;
Ainſi le nombre quatriéme
au ſinus de l'angle requis.

### DEMONSTRATION DE LA TROISIÉME ANALOGIE.

Cette Analogie donne l'angle *LIA* * meſure de l'arc *AL* diſtance du Zenith du plan *A* au meridien *FD*, dont on fera la démonſtration en cette ſorte. Dans le triangle rectangle *LAI*, ſi

Kk 5

* FIG. V. VI. VII. VIII. IX. & X.

si l'on prend *LI* pour sinus total, *LA* sera sinus de l'angle requis ; mais *LI*=*LM* par construction. Donc dans le triangle rectangle *MLD*, *LD* deviendra tangente de l'angle *LMD* trouvé par la seconde Analogie ; & dans le triangle rectangle *DAL*, le côté *LD* étant connu, & l'angle *LDA* connu par la premiere Analogie, on trouvera le côté *LA* sinus de l'angle requis par cette Analogie.

Comme le sinus total
est à *LD* tangente de l'arc trouvé par la seconde Analogie ;
Ainsi la tangente de l'angle *LDA* trouvé par la premiere Analogie
au côté *LA* sinus de l'angle *LIA* requis.

*Au Cadran polaire declinant.* Fig. 7. L'angle *LIA* est la difference des longitudes, & *A* l'équinoxial declinant. Fig. 10. Le complément de l'angle *LIA* donne l'angle de la soustylaire & de l'axe, c'est-à-dire l'élevation du pole sur le plan sur laquelle on construit le Cadran, comme il a été déja dit.

DEMONSTRATION DE LA IV. & V. ANALOGIE.

*Par la seconde Analogie.* L'angle *LMD* a été connu, & à son complément *LMF* ayant ajoûté l'élevation du pole *FMN* dans le premier cas des inclinez declinans du midi superieurs ou inclinez inferieurs Fig. 5. ou à l'angle *LMD* ayant ajouté le complément de l'élevation du pole *DMN* Fig. 6. ou ayant pris la difference de l'angle *LMD*, & du complément de l'élevation du pole *DMN* dans les Cadrans inclinez declinans du septentrion superieurs ou inclinez inferieurs Fig. 8. & 9. on trouve l'angle *NML*

*NML* fait au centre diviseur de la meridienne, dont on a pris le sinus de complément & la tangente de complément pour avoir les nombres 1. & 2.

*Par la troisiéme Analogie.* L'angle *AIL* a été connu. Donc dans le triangle rectangle *MNL* Fig. 5, 6, 8, 9, si l'on prend *NL* pour sinus total, *ML* sera tangente du complément de l'angle *LNM*; & par conséquent *LI*, qui lui est égale par construction, sera donnée dans le triangle rectangle *LAI*; & dans le triangle rectangle *NLA*, *AL* sera tangente de l'angle de la soustylaire, & de la meridienne sur le même rayon : il s'agit de trouver *LA*, ce qu'on fera en cette sorte.

Dans le triangle rectangle *LAI* l'angle *AIL* est connu, & le côté *LI*. Donc,

Comme le sinus total
au côté *LI* tangente du complém. de l'angle *LMN* nombre 2.
Ainsi le sinus de l'angle *LIA* nombre 3.
au côté *AL* tangente de l'angle *LNA* de la soustylaire & de la meridienne.

DE'MONSTRATION DE LA V^me ANALOGIE.

Dans le triangle rectangle *OAN*, si l'on prend *ON* pour sinus total, *AO* deviendra sinus de l'angle de l'axe & de la soustylaire : mais *NO*=*NM* comme distances du centre *N* du Cadran aux centres diviseurs *M* & *O*. Donc dans le triangle rectangle *NLM*, *LM* sera le sinus du complément de l'angle *NML* que nous avons appellé nombre premier : mais *ML*=*LI*, & l'angle *LIA* est connu dans le triangle rectangle *LAI*. Donc,

Comme le sinus total

au côté *LI* ſinus de complément de l'angle *LMN*, nombre 1 ;

Ainſi le ſinus de l'angle *ALI* compl. de l'angle *LIA* nombre 4.

au côté *AI* ou à ſon égal *AO* ſinus de l'angle requis.

## PROBLEME V.

*Trouver la difference des longitudes.*

### SIXIE'ME ANALOGIE.

Comme le ſinus total

à la tangente de l'angle de la ſouſtylaire & de la meridienne ;

Ainſi le ſinus de l'angle de l'axe & de la ſouſtylaire.

à la tangente du complément de l'angle requis.

### DE'MONSTRATION.

Dans le triangle rectangle *RPN*, ſi l'on prend *PN* pour rayon, *RP* ſera tangente de l'angle de la ſouſtylaire & de la meridienne & dans le triangle rectangle *NOP*, *OP* ſera ſinus de l'angle de l'axe & de la ſouſtylaire : mais $PO = PQ$ par conſtruction. Donc dans le triangle rectangle *RPQ*, les côtez *RP*, *RQ*; étant connus, on trouvera l'angle *PRQ* complément de l'angle *RQP* requis, par cette Analogie.

Comme le ſinus total

au côté *RP* tangente de l'angle de la ſouſtylaire & de la meridienne.

Ainſi *PQ* ſinus de l'angle de l'axe & de la ſouſtylaire

à

à la tangente de l'angle *PRQ* complément de l'angle *RQP* requis. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Ces angles étant connus, on trouvera les angles faits au centre des Cadrans par la souſtylaire & les lignes horaires ; & enſuite par la meridienne & les lignes horaires par la même méthode dont on s'eſt ſervi dans les Cadrans verticaux declinans ; ce qu'on pourra voir plus au long dans un Traité de Gnomonique que nous donnerons au Public.

## EXPLICATION DES FIGURES.

### FIGURE I.

*A* Centre du Cadran.
*AD* Meridienne.
*AB* Axe.
*BC* Rayon de l'Equateur.
*FG* Equinoxiale.
*AF* Ligne horaire.
*B* Centre diviſeur de la meridienne.
*D* Centre diviſeur de l'horizontal.

### FIGURE II.

*A* Centre du Cadran.
*AN* Meridienne.
*AM* Souſtylaire.
*HP* Horizontale.
*NP* Equinoxiale.
*DB* Stile droit.
*AB* Axe.
*H* Centre diviſeur de la meridienne.
*B* Centre diviſeur de la ſouſtylaire.
*F* Centre diviſeur de l'horizontale.
*M* Centre diviſeur de l'Equinoxiale.

### FIGURE III.

*A* Centre du Cadran.
*AN* Meridienne.
*AM* Souſtylaire.
*AB* Axe.
*AO*, *AP*, *AQ*, Lignes horaires.
*B* Centre diviſeur de la ſouſtylaire.
*M* Centre diviſeur de l'Equinoxiale.

### FIGURE IV.

*A* Centre du Cadran.
*AG* Meridienne.

*AD*

*AD* Souſtylaire.
*DB* Stile droit.
*AB* Axe.
*HM* Horizontale.
*AM*, *AP*, *AN*, Lignes horaires.
*H* Centre diviſeur de la meridienne.
*B* Centre diviſeur de la souſtylaire.
*F* Centre diviſeur de l'horizontale.

FIGURES V, VI, VII, VIII, IX, X.

*N* Centre du Cadran.
*NS* Parallele à la verticale.
*HD* Verticale.
*ND* Meridienne.
*NP* Souſtylaire.
*SG* Equinoxiale.
*TG* Horizontale.
*AO* Stile droit.
*NO* Axe.
*H* Centre diviſeur de l'horizontale.
*A* Pied du ſtile.
*B* Centre diviſeur de la verticale.
*M* Centre diviſeur de la meridienne.
*Q* Centre diviſeur de l'Equinoxiale.
*O* Centre diviſeur de la souſtylaire.
*I* Centre diviſeur du vertical.
*D* Zenith du lieu.

*Fin des Memoires de l'année* 1707.

CA-

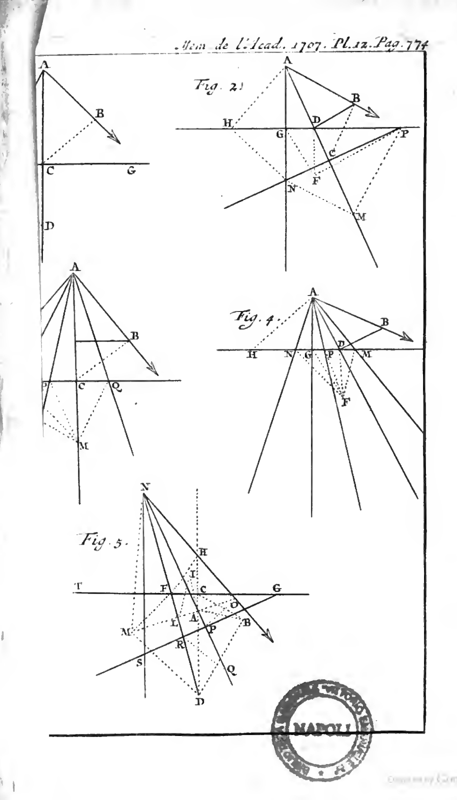

Fig. 2.
Fig. 4.
Fig. 5.
A
B
C
G
D
H
P
F
N
M
Q
T
I
O
L
R
S

Fig. 6.

Fig. 7.

Fig. 8.

Fig. 9.

Fig. 10

# CATALOGUE DES LIVRES,

Qui ont été imprimez en 1707 & qui se trouvent à Amsterdam, chez PIERRE DE COUP à un prix raisonnable.

ACtes & Memoires des Negociations de la Paix de Ryswick, avec la continuation, sec. Ed. 5 voll. 12.

*Additamentum ad* Observationes selectas *ad rem Litterariam spectantes.* 8.

Ahmet Ben-Abdala *Epistola Theol. de libero Arbitrio, cum Notis* Zach. Grapii. 4.

Anatomie du Monde sublunaire, contenant les Demonstrations de toutes les Parties du Globe Elementaire. 8.

*Ancillon*, Traité des Eunuques, avec des remarques curieuses & divertissantes. 12.

Andreæ (Jo. Valent.) *Theophilus, sive Consilium de Christiana Religione sanctius colenda*, &c. in 12.

*Antoine Maître-Jean*, Traité des Maladies de l'Oeuil, & des Maladies propres pour leur Guerison. 4. *Troyes.*

Apollonii Pergæi *de Sectione Rationis Lib.* II. *ex Arabico Mss. Latinè versi. Accedunt ejusdem de sectione Spatii Lib.* II. *restituti. Præmittitur* Pappi Alexandrini *Præfatio ad* VII. *Collection's Mathematica, nunc primum Græcè edita, opera & studio* Edmundi Halley. 8. Oxonii.

Avantures diverses de France & d'Espagne, Nouvelles galantes & historiques. 12. *Paris.*

BAglivi (Georg.) *Canones de Medicina Solidorum ad rectum Statices usum.* 8.

*Balthus* (le P.) Réponse à l'Histoire des Oracles de Mr. Fontenelle. 8. *Strasbourg.*

*Barbeyrac* (Jean) sa Traduction du Pouvoir des Souverains & de la Liberté de Conscience, de M. *Noodt.* 12.

——— Traduction des Devoirs de l'Homme & du Citoyen de Pufendorf. 8.

*Bayle* (Pierre) Entretiens de Maxime & de Themiste, contre Mrs. Le Clerc & Jaquelot. 2. voll. 12.

——— Reponse aux Questions d'un Provincial. Tome V. 12.

Bechmani (Frid.) *Annotationes ad Institutiones Catecheticas* Conr. Dieterici. 4.

—— *Institutiones Theologicæ.* 4

Becman. (Jo. Christ.) *Notitia Universitatis Francofurtanæ una cum Iconibus Personarum aliquot illustrium & Professorum.* Fol.

*Bellegarde* (l'Abbé de) Regles de la Vie civile. 12.

—— Lettres curieuses de Litterature & de Morale. sec. Ed. 12.

—— Reflexions sur le Ridicule, & sur la Politesse des Moeurs. VII. Ed. 2 voll. 12.

—— Reflexions sur ce qui peut plaire & deplaire dans le commerce du Monde. N. Ed. 12.

*Belloste*, le Chirurgien d'Hôpital. IV. Ed. 12.

Bergeri (Jo. Henr.) *Disquisitio utrum & quousque surdi ac muti feudorum sint capaces.* 4.

—— *De Usu Actionum cum rei persecutoriarum, tum in primis pœnalium.* 4.

—— *Supplementa ad Electa disceptationum Forensium.* 4.

Best (Guill.) *Ratio emendandi Leges.* 8.

Blanc (Lud. le) *Theses Theol. Sedanenses.* Ed. IV. Fol. *Lond.*

Bocharti (Sam) *Geographia sacra seu Phaleg, & Canaan &c.* Fol.

Boerhave (Herm.) *Institutiones Medicæ.* 12.

*Bois* (du) Lettres de S. Augustin traduites en François avec des Notes. 6 voll. 12.

*Bonarelli* (le Comte) Philis de Sciro avec la Dissertation du double Amour de Celie. Fr. & Ital. 12.

Boudart (Jac.) *Manuale Theologicum. Tom.* 6. 12.

Bourdaloue (le P.) ses Sermons. 4 voll. 12. *Lyon* & *Paris* 8.

Buchneri (Aug.) *Epistol. Partes* 3 *edita à* Ja. Joc. Stubelio. 8.

*Burnet* (Gilbert) Evêque de Salisbury, Sermon sur les merveilleux succès des Armes de la Reine d'Angleterre, & de ses Alliez. 8.

Busch (Ger. von den) *Dissertatio Theol. de incessu Dei in Sanctuario.* 4.

Buxtorfii (Jo.) *Catalecta Philologico-Theologica. Accedunt* Casauboni, Heinsii, *aliorumque Cl. Virorum Epistolæ ad* Buxtorfios. 8.

CAlmete (Franc.) *Riverius Reformatus renovatus & auctus* &c. 8.

Campani (Jo. Ant.) *Epistolæ & Poemata, una cum vita Auctoris, ex recens.* Jo. Burch. Menckenii. 8.

Cantelius (Pet. Jos.) *de Republica Romana.* Ed. v. fig. ornata. 12.

Cellarii (Christoph.) *Notitia Orbis Antiqui sive Geographia plenioris Tomus alter.* 4.

Le Chef des Moqueurs demasqué contre Mr. de Joncourt. 12.

Chemnitii (Mart.) *Examen Concilii Tridentini.* Fol.

*Chevigni*, Science des Personnes de la Cour, de l'Epée, & de la Robe. 3 voll. 12.

*Clerc* (le) Chirurgie complette Tome II. contenant l'Osteolo-

logie exacte & complette, le squelette chiffré, un Traité des Maladies des Os. 12. *Paris.*

Clerici (Jo.) *Compendium Historia universalis ab initio Mundi ad tempora Caroli Magni. Ed. secunda. in* 8.

*Clermont*, Arithmetique Militaire, ou l'Arithmetique pratique de l'Ingenieur & de l'Officier. 12.

*Coq* (le) Parfait Geographe, ou l'Art d'apprendre aisément la Geographie par demandes & par réponses, avec un Traité de la Sphere. 3 voll. Fig. *Paris.*

Crenii (Thomæ) *Animadversionum Philol. & Hist. Pars XV.* 8.

*Croze* (La) Dissertations historiques sur divers sujets. 12.

*Cyprianus* (Abr.) Lettre rapportant l'Histoire d'un Fœtus humain de 12 mois, detaché des trompes de la Matrice, sans que la Mere en soit morte. 12.

DAle (Sam.) *Pharmacologia seu Manuductionis ad Materiam Medicam Supplementum.* 8.

*Dalencé*, Traité des Barometres, Thermometres & Notiometres ou Hygrometres. 12.

*D'Aunoy* (Mad.) Les Contes des Fées. 12.

Dawson (Jo.) *Lexicon N. T. alphabeticum.* 8. Cantabrigiæ.

*Decas Exercitationum Philologicarum de vera pronuntiatione Nominis Jehova, cum Præfatione* Hadr. Relandi. 8.

Declaration de l'Electeur Palatin en faveur de ses Sujets Protestans. 4.

Descartes (Ren.) *Observationes de Passione Animæ Ed. N.* 8.

——— Philosophie Morale touchant les Passions de l'Ame. 8.

Devoirs de la Vie Domestique & des Filles Chrétiennes, par un Pere de Famille.

Le Diable Boiteux. 12.

Dictionaire Franc. & Flam. composé sur le Modele des Dict. de Richelet, Pomey, Tachard & Danet, & de l'Acad. Françoise par C. Rouxel & Fr. Halma. N. Ed. considerablement augmentée. 4.

Dolæi (Jo.) *Tractatus de furia Podagra lacte victa & mitigata.* Ed. II. 12.

Donati (Christ.) *Institutiones Pneumaticæ.* 8.

*Du Bourdieu* (J. A.) L'Orgueil de Nebucadnezar abatu, ou Sermon sur Dan. IV. 29-32.

Duncan *Chymiæ Naturalis Specimen, quo planè patet nullum in Chymicis Officinis processum fieri, cui similis aut analogus in animalis corpore fiat.* 8.

*Dupuy*, Instruction d'un Pere à sa Fille. 12.

ELemens de Geometrie de Mr. le Duc de Bourgogne. 4. *Trevoux.*

Entretiens sur les Affaires du Temps, pour les Mois de Janvier, Fevrier, Mars, Avril, &c. 12.

Esprit

Esprit du siecle. 12.

Etat present de l'Europe, pour servir d'Introduction à des Entretiens sur les Affaires du temps. *in* 12.

Eustachii (Barth.) *Opuscula anatomica. Accedit Leal Lealis de partibus semen conficientibus in Viro.* 8.

FAbricii (Jo. Alb.). *Bibliotheca Graca Liber* III. *de Scriptoribus à Platone ad tempora nati Christi.* 4.

*Fenelon* (Fr. de Salignac, la Mothe) Archevêque de Cambray, Avantures de Telemaque. N. Ed. 12.

*Ferrand*, De la Connoissance de Dieu, avec des Remarques de M***. 12. *Paris.*

La Fidelité couronnée, ou l'Histoire de Parmenide Prince de Macedoine. 12.

*Fides & Ratio collata ac suo Loco reddita adversus Principia Jo. Lockii, edidit & prafatus est* Pet. Poiret. 8.

Fischeri (Jo. Andr.) *Consilia Medica continuata.* 8.

GAbillon, Justification de Cocceius & de sa Doctrine, contre les Entretiens sur les differentes Methodes d'expliquer l'Ecriture des Cocceïens & Voetiens de Mr. de Joncourt. 12.

*Galland*, les Mille & une nuit, Contes Arabes, traduits en François. Tome VII. 12.

Germon (Barth.) *de Veteribus Regum Francorum Diplomatibus Disceptatio* II. *Paris.* 12.

Ginkiewicz (Mich.) *Zodiacus stellarum* XII. *sexies ambiens Mariam, seu commentarii in Salve Regina Canticum.* 2 *voll.* 12.

Goetzii (Georg. Henr.) *Meletemata Annabergensia varii argumenti.* 8.

*Gracian* (Balth) L'Homme détrompé, ou le Criticon. 12.

Grævii (Jo. Georg.) *Prafationes & Epistola* CXX. *edita à* Jo. Alb. Fabricio. 8.

Gronovii (Jac.) *Felicitas Ramelensis publica Oratione celebrata.* Fol.

Guerre d'Espagne, de Baviere & de Flandres, où l'on voit tout ce qui s'est passé depuis le commencement de cette guerre. N. Ed. 12.

Guillelmini (Domin.) *De salibus Dissertatio.* 8.

Gutleri (Nic.) *Origines Mundi, sive Historia universalis cum maximè Ecclesiastica.* 4.

——— *Oratio inauguralis de vili contemptoque statu J. C. post ipsius introitum ad gloriam.* Fol.

HAmmelii (Henningi) *Repetitio ad Titulum Institutionum* de Actionibus, 4.

Hankius (Mart.) *De Silesiis Eruditis indigenis & alienigenis.* 4.

Helmont (Jo. Bapt. van) *Opera Omnia, cum introductione & clavi* Mich. Bern. Valentini. 4.

He-

Herold (Adami) *Palladium Reformatorum destructum*, i. e. *Doctrina de absoluta Dei Gratia vel Decreto eversa.* 4.

L'Heureux Chanoine de Rome, Nouvelle Galante contenant des Avantures agreables arrivées du temps de M. Fouquet. 8.

Hieronymi (S.) *Opera omnia studio & labore Monachorum Ordinis S. Benedicti, e Congregatione S. Mauri.* 5 *voll.* Fol. *Paris.*

Hilleri (Matth.) *Onomasticum Sacrum.* 4.

Histoire des Amours du Duc d'Arione & de la Comtesse Victoria, ou l'Amour reciproque. *in* 12.

——— de la Sultane de Perse & des Visirs. Contes Turcs. 12.

Hoeke (Pet. van) *Delineatio Cognitionis & Veritatis in Lege & Evangelio.* 8.

Hopfneri (Heinr.) *Isagoge ad salutarem usum Cœna Domini repetita* à Jo. Frid. Mayero. 4.

*Hôpital* (le Marquis de l') Traité Analytique des Sections Coniques & de leur usage pour la Resolution des Equations dans les Problemes tant determinez qu'indeterminez. 4. *Paris.*

Horne (Jo. van) *Opuscula Anatomico-Chirurgica, adaucta studio & opera* Jo. Guill. Pauli. 8.

Hugonis (Lud.) *de Abusu Appellationum tollendo Consultatio.* 4.

IAmblichus *de Vita Pythagora Græc. & Lat. notis illustratus* à Ludolph. Kustero, &c. 4.

Jaqueline de Baviere Comtesse de Hainaut, Nouvelle historique. *in* 12.

*Jaquelot*, Réponse aux Entretiens de Mr. Bayle, contre la Conformité de la Foi avec la Raison, & l'Examen de la Theologie. 12.

*Imhof* (J. G.) Recherches Historiques & Genealogiques des Grands d'Espagne 12. Fig.

——— *Stemma regium Lusitanicum, sive Historia genealogica Familiæ regiæ Portugallicæ.* Fol.

*Joncourt* (Pierre de) Nouveaux Entretiens sur les differentes Methodes d'expliquer l'Ecriture, &c. des Coccejens & Voetiens. 12.

Junii (Hadr.) *Animadversa, & Commentarium de Coma: cum Appendice ad animadversa sua, ex Biblioth.* Corn. van Arckel 8.

Justinus *annotationibus illustratus.* 8. Oxonii.

——— *ex recensione* Grævii *cum ejusdem Castigationibus*, Ed. N. 8.

KLein (Jo.) *Specimen Annotationum ad* Lauterbachii *Compendium digestorum.* 4.

L*Ami* (le P. Bern.) Prêtre de l'Oratoire, Demonstration de la Verité & de la sainteté de la Morale Chrétienne. 12 2 voll. *Rouen.*

*Lami* (le P. François) Benedictin, les Premiers Elemens des Sciences. 12. *Paris.*

*Leguat* (François) Voyage & Avantures en deux Isles desertes des Indes Orientales, 2 voll. 12. *Fig.*

Leib-

Leibnitii (Godefr. Guill.) *Scriptores rerum Brunsvicensium.* Fol.
*Lemery* (Nic.) Traité de l'Antimoine. 12. *Paris.*
*Lemery*, le Fils, Traité des Alimens, sec. Edit. augmentée. *Paris*, 12.
Lettres Historiques & Galantes. 2 voll. 12.
Lettre écrite de Londres contenant une Relation de la Campagne de 1706. en Espagne. 8.
Linder (Jo.) *Exercitatio de Venenis.* 12.
*Lingua Belgica Idea Grammatica, Poetica, Rhetorica, deprompta ex adversariis Anonymi Batavi.* 8.
*Ludlow* (Edmond) Tome III. de ses Memoires, traduit de l'Anglois. *in* 12.
Lutherus (Matt.) *de Servo Arbitrio contra* Des. Erasmum, *editus à* Seb. Schmidio, *cum Apologia* Zentgravii *contra* P. Yvonem. 4.

MAii (Jo. Henr.) *Harmonia Evangelica.* 4.
*Martianay* (le P.) Traité historique du Canon des Livres de l'Ecriture, depuis la premiere publication jusqu'au Concile de Trente. *Paris.*
——— Traité Methodique ou Maniere d'expliquer l'Ecriture par le secours de trois Syntaxes, la propre, la figurée, & l'harmonique. *Paris.* 12.
*Martin* (David) La S. Bible expliquée par des Notes de Theologie & de Critique sur la Version ordinaire des Eglises Reformées, revûe sur les Originaux & retouchée dans le Langage, avec des Préfaces sur chacun des Livres de l'Ecriture, & deux Préfaces generales sur le V. & le N. Testament. 2 voll. *Fol.*
Masson (Jo.) *Q. Horatii Flacci Vita ordine Chronologico sic delineata, ut vice sit Commentarii historico-critici in pracipua Poëta carmina.* 8.
——— P. Ovidii Nasonis *Vita eadem methodo scripta.* 8.
*Mauger* & *Festeau*, nouvelle double Grammaire Angloise & Françoise, & Franç. & Angl. 8.
Melchioris (Jo.) *Opera omnia.* 2 voll. 4. *Editio nova.*
Melle (Jac. à) *Notitia Majorum Lubecensium & aliorum Cl. Vita.* 4.
Memoires pour montrer que les Refugiez François Reformez ne doivent pas être privez de la jouissance de leurs biens. *in* 4.
——— de la Comtesse de Tournemir avec diverses autres Histoires. 12.
*Mesnard* (Phil.) Sermon prononcé à Londres le 31. Decemb. 1706. 8.
Meyeri (Jo.) *Dissertatio de Visionibus propheticis Ezechielis.* 4.
Mezzavacca (Flamini) *Otia sive Ephemerides Felsinea recentiores ab ann.* 1701. *ad* 1702. 4. Bononiæ.

Mo-

Mothe (Groftete la) Entretiens fur la Correfpondance fraternelle de l'Eglife Anglicane avec les autres Eglifes Reformées. 12.

Motte (Houdart de la) Odes avec un Difcours fur la Poëfie & fur l'Ode en particulier. 12.

Muller (Wilh. Henr.) *Defenfio Exercitationis fuæ Anatomicæ de Thymo, adverfus* Phil. Verheyen. 4.

Muyden (Jo.) Compendiofa Inftitutionum Juftiniani Tractatio. Ed. III. 8.

NEwton (Ifaaci) *Arithmetica univerfalis, cui acceffit Halleiana Æquationum Radices Arithmeticè inveniendi Methodus.* 8. Cantabrigiæ.

*Nicole*, Inftructions Theol. & Morales fur les Sacremens. 12.

*Noble* (le) Hiftoire du Prince Ragotzi. 12.

——— Dialogue entre le Diable Boiteux & le Diable Borgne. 12.

OCkel (Andr.) *de Præfcriptione immemoriali præfertim rerum Domanialium & Regalium Principum.* 4.

*Onomafticon Urbium & Locorum S. Scripturæ Eufebii & Hieronymi, opera* Jac. Bonfrerii, *recenfuit & animadverfionibus fuis auxit* Jo. Clericus. *Acceffit huic editioni* Brocardi *Defcriptio Terræ fanctæ.* Fol.

*Ofervald* (J.) Catechifme ou Inftruction dans la Religion Chrétienne. N. Ed. 8.

——— Traité contre l'Impureté. 8.

Ovidii Nafonis *De Triftibus & de Ponto Libri, cum comment.* Jac. Pontani. 12.

PAgi (Ant.) *Critica Hift. Chronol. in univerfos Annales Ecclefiafticos Card.* Baronii. 4 *voll.*

*Palfyn* (Jean) Defcription Anatomique des parties de la femme qui fervent à la Génération, avec un Traité des Monftres, de leurs caufes, de leur nature & de leurs differences &c. 4. *fig.*

Parthenii (Nic.) *Ver Herculanum.* 8. Neapoli.

Pafchius (Georg.) *de variis Modis Moralia tradendi; accedit Introductio in rem Litterariam Moralem Veterum Sapientiæ Antiftitum.* 4.

*Pepliers* (des) la parfaite Grammaire Royale Françoife & Allemande. 8.

*Perrault* le Fils, Hiftoires ou Contes du temps paffé avec des Moralitez. 12.

Petermanni (Andr.) *Manuductio ad Praxim Medicam.* 8.

Petermanni (Benj. Bened.) *Obfervationum Medicarum Decas I & II.* 8.

Pipping (Hein.) *Continuatio Memoriæ Theologorum noftræ ætatis Clariffimorum.* 8.

Col-

—— *Collegii Homiletici Practici in Augustanam Confessionem habiti summaria repetitio.* 8.

*Placette* (Jean la) Reflexions Chrétiennes sur divers sujets. 12.

*Pomey* (le P.) Dictionaire petit Royal, François-Latin. 8.

*Port Royal*, Imitation de J. C. traduite en François. N. Ed. 8.

—— Logique ou l'Art de penser. N. Ed. 12.

Potgiesser (Joach.) *de Conditione & statu servorum apud Germanos tam veteri quam novo.* 8.

Prieres Chrétiennes en forme de Méditations sur tous les Mysteres de N. Seigneur, de la S. Vierge, & sur les Dimanches & les Fetes de l'Année. 12.

Puffendorf (Sam.) *de Statu Imperii Germanici cum Præfatione* Gundlingii. 8.

RAbi (Guill.) Carminum Liber primus. 8.

Rangonis (Mat.) *Pomerania diplomatica, sive antiquitates Pomeranicæ illustratæ.* 4.

Recueil de divers Traitez de Paix, &c. faits depuis 60 ans. 12.

Relandi (Hadr.) *Dissertationum Miscell. Pars altera.* 8.

Relation nouvelle de l'autre Monde, ou Tom. II. des Entretiens des Morts où l'on explique ce qu'on appelle aujourd'hui en France la Religion du Roi. 12.

—— Tome III. où l'on découvre la veritable source des Traditions du Papisme. 12.

—— du Royaume de Candavia. 12.

—— d'un Voyage fait en Dannemarc. 8.

*Richelet*, Recueil de Lettres Françoises des meilleurs Auteurs avec des Notes. 2 voll. N. Ed. 12.

*Ruisseau* (du) Fables nouvelles. 8.

Ruschat (Abr.) *Grammatica Hebraïca, nova facilique Methodo digesta.* 8.

Ruyschii (Frid.) *Thesaurus Anatomicus septimus. Lat. Belg.* 4 fig.

SApho ou l'heureuse inconstance avec la jeune Alcée. *in* 12.

Schouten (Gautier) Voyages aux Indes Orientales, qui sont les 6 & 7 Tomes du Recueil des Voyages de la Compagnie. 12.

Schultzen (Jo.) *Examen Compendii Locorum Theol. Leon. Hutteri.* 8.

Secretaire des Amans & des Demoiselles. 12.

*Siberfma* (Hero) Caractere du Vrai Chrétien & le moyen de le devenir. 8.

Sleidani *De quatuor summis Imperiis Lib. III. accuratè recogniti.* 24.

Smetii (Henr.) *Prosodia. Ed. Nova.* 8.

*Soleysel*, le Parfait Maréchal, qui enseigne à connoître tout ce qui appartient aux chevaux. 4.

le

—— le même, en François & en Allemand. 4.
Sperlingii (Otthon.) *Commentarius de summæ Regiæ nomine & titulo* Koning, *& ejus apud Danos Origine, Potestate & Majestate.* 4.
Strabonis *Geographia. Ed. Nova.* Fol.
Strykii (Jo. Sam.) *Meletemata de Juramentis.* 4.
—— *Exercitatio de Reliquis Sacramentis in Matrimon.* 4.
*Suecus Mundo Medicinam faciens, sive Tractatus historico-politicus de Seren. Sueciæ Regum pro salute Europæ bello & pace susceptis & actis expeditionibus.* 8.
*Superville* (Daniel) Catechisme pour l'Instruction de la Jeunesse. Sec. Ed. 8.

TAquet (Andr.) *Opera Mathematica. Ed. Sec.* Fol.
*Tarteron* (le P.) Traduction de Perse & de Juvenal. N. Ed. *Paris.* 12.
Teintutier parfait, ou Instruction pour la Teinture des Laines, & manufactures de Laines, comme aussi pour les Chapeaux. 12.
*Teissier* (Ant.) Vies des Electeurs de Brandebourg de la Maison des Burgraves de Nuremberg, Traduites du Latin de *Cernitius.* Fol.
*Temple* (le Chev.) Oeuvres diverses. 8.
—— Remarques sur l'Etat des Provinces Unies des Pays-Bas. 8.
Tentzelii (Wilh. Ern.) *Saxonia Numismatica.* 2 voll. 4.
Theatre Nouveau de la Grande Bretagne, ou Description exacte des Palais de la Reine, & des Maisons les plus considérables des Seigneurs & des Gentilshommes de la Grande Bretagne. *Fol.*
Theodosii *Sphæricorum Libri III. Græc. & Lat.* 8. Oxon.
Tibulli (Albii) *quæ exstant, accedunt notæ & variæ lectiones, studio* J. Broekhusii. 4.
Til (Sal. van) *Antidotum Viperinis morsibus* D. Joncourt *oppositum.* 4.
*Tillemont* (Le Nain de) Memoires pour servir à l'Histoire Ecclesiastique, Tome IV. divisé en 3 parties. 12.
—— Tome V. divisé en 3 parties. 12.
*Touche Boesnier* (de la) Preservatif contre l'Irreligion, ou Demonstration des Veritez Fondamentales de la Rel. Chrétienne. 12.
Truchement curieux pour les Voyageurs. Franç. & Allemand. 8.

V*Allement* (L. de) la Sphere du Monde selon l'Hypothêse de Copernic, decrite, démontrée & comparée avec les Spheres & les Systêmes de Ptolemée & de Tycho Brahé. 12. *Paris.*

Valsalva (Ant. Maria) *de Aure Humana, sive integra Auris Fabrica, multis novis inventis & Iconismis illustrata.* 4.

*Vassor* (Michelle) Histoire du Regne de Louïs XIII. Tome IX. 12.

*Vauban*, Marechal de France, Projet d'une Dixme Royale. 12.

*Ville-Thierry*, le Chrétien dans la Tribulation & dans l'Adversité. 8.

Vitringa (Campegii) *Observationum Sac. Libri quintus & sextus.* 4.

Voet (Jo.) *Compendium Juris. Ed. tertia.* 8.

Vossii (Ger. Jo.) *Grammatica Latina. Ed. Nova.* 8.

W

WAeyen (Jo. Vander) *Oratio inauguralis de impotentia hominis ad capienda ea quæ sunt S. Spiritus.* Fol.

Waldschmidt *Opera Medico-practica.* 8.

——— *Praxis Medicinæ rationalis succincta, per Casus tradita.* 8.

Weberi (Jo. Adam.) *Ars discurrendi de qualibet materia.* 8.



